

Modul: Samband och förändring
Del: 1 Öppna uppgifter

Att arbeta med öppna uppgifter

Ingemar Holgersson, Högskolan Kristianstad

Kursplanen i matematik betonar att undervisningen ska leda till att eleverna utvecklar ett antal matematiska förmågor. Att arbeta med problemlösning gör det möjligt att på ett naturligt sätt utveckla både problemlösningensförmåga och kommunikations- och resonemangsförmåga. Beroende på vilket matematiskt innehåll uppgiften rymmer kan även begrepps- och metodförmåga utvecklas som en naturlig följd av att eleverna arbetar med problemlösningssuppgifter.

Problemlösning är matematikens kärnaktivitet. I matematisk forskning formulerar man sina egna problem och ställer också frågor som: ”Vad händer om jag gör så här istället? Ändrar något villkor?”. I skolan är det vanligt att vi som lärare väljer att presentera problem eller uppgifter som vi själva bestämt, antingen via det läromedel vi använder eller som vi själva formulerat. Nästan alltid finns det endast ett rätt svar på en uppgift eller ett problem. Är det möjligt att på något sätt öppna upp detta fokus på rätt eller fel?

Elever kan känna sig trygga med att få arbeta med mer traditionella uppgifter där det bara finns ett rätt svar. Men vi måste också utmana dem med problem som kan ha flera rätta svar. Forskning med inriktning mot yngre barn visar att de är spontant intresserade av och har fallenhet för att resonera och fundera över matematiska frågeställningar. Att ge möjlighet till att utveckla och förädla detta intresse är en viktig uppgift i vårt arbete med matematik i skolan. Öppna uppgifter kan erbjuda en sådan möjlighet.

Exempel på öppna och slutna uppgifter

För att illustrera vad en öppen uppgift kan vara, ger vi ett exempel. En traditionell uppgift i matematik har bara ett enda korrekt svar, medan en öppen uppgift är öppen på det sättet att det finns flera olika svar som är korrekta. Ett exempel på en traditionell uppgift är:

En sommar klippte Maria gräsmattan åt sin mormor 5 gånger och fick 80 kr varje gång. Hur mycket pengar fick hon sammanlagt under sommaren?

Denna uppgift går lätt att formulera om till en mer öppen uppgift:

En sommar klippte Maria gräsmattan åt sin mormor och fick sammanlagt 400 kr. Hur många gånger kan hon ha klippt gräsmattan under sommaren och hur mycket fick hon varje gång?

I denna öppna uppgift finns det möjligheter för elever att arbeta på olika sätt och nivåer. De kan välja vilka tal de vill arbeta med beroende på vilka de känner sig förtrogna med. En grupp elever väljer kanske 4 gånger och 100 kr per gång eller 2 gånger och 200 kr per gång och så vidare. Någon annan grupp kanske väljer 5 gånger och 80 kr per gång, eller 8 gånger och 50 kr per gång. Åter någon annan kanske väljer 3 gånger och 133 kr per gång, eller 6

gångar och 67 kr per gång. Maria kan ha ägnat olika lång tid till klippningen varje gång vilket också kan vara en utgångspunkt för betalningen. En gång hade gräset växt mycket och det tog dubbelt så lång tid som gången efter. Därför fick hon 200 kronor den första gången och sedan 100 kronor per gång de två sista klippningarna.

Andra exempel på slutna och öppna uppgifter är:

Slutna uppgifter

Exempel 1

Maja köpte presenter. Hon köpte en handboll som kostade 150 kr, tre böcker som kostade 100 kr styck och en chokladask som kostade 50 kr. Vad kostade presenterna tillsammans?

Exempel 2

David fick 20 kr i veckopeng. Hans storasyster Amina fick dubbelt så mycket. Hur mycket fick Amina i veckopeng?

Exempel 3

Ibland kan temperaturen växla mycket mellan dag och natt. Hur stor var temperaturskillnaden om temperaturen på natten var 8 grader och på dagen 23 grader?

Öppna uppgifter

Maja köpte presenter för 500 kr. Vad kan hon ha köpt och vad kostade varje present?

David fick hälften så mycket i veckopeng som sin storasyster Amina. Hur mycket kan David och Amina ha fått i veckopeng?

Ibland kan temperaturen växla mycket mellan dag och natt. Temperaturskillnaden mellan dag och natt var 15 grader. Vilken temperatur kan det ha varit på dagen och vilken på natten?

Öppna uppgifter i klassrummet

Sedan 1970-talet har man i japanska klassrum arbetat med öppna uppgifter. Denna tradition har tagits upp av matematikutvecklare som Peter Sullivan i Australien. Han definierar öppna uppgifter som uppgifter som har flera svar och som kan leda till flera möjliga lösningar. Dessa uppgifter kräver även mer än att komma ihåg fakta eller reproducera en färdighet och gör att elever kan lära sig mer matematik genom att uppgifterna fokuserar samband mellan olika tal och operationer. Samtidigt ger uppgifterna även läraren möjlighet att lära sig mer om varje elev genom att det blir lättare att se och följa hur eleverna arbetar med uppgifterna.

När man introducerar öppna uppgifter i sin undervisning kan en del elever i början ge uttryck för en osäkerhet om vad som är poängen med de nya uppgifterna. Ofta är det elever som funnit sig väl till rätta med det traditionella enskilda arbetet, där man snabbt löser den ena uppgiften efter den andra. För andra elever känns öppenheten mer som en befrielse från kravet att alltid ha rätt och fel i fokus, och de kan ofta överraska genom att använda alternativa sätt att lösa en uppgift på. En elev uttryckte skillnaden mellan uppgiftstyperna så här: *I den slutna uppgiften visar man ju bara ifall man redan kan den, men när man arbetar med den öppna uppgiften lär man sig nya saker.*

Arbetsgång

I den tradition att arbeta med öppna uppgifter som vuxit fram runt Peter Sullivan används en arbetsgång som utmärks av följande egenskaper:

- Först formuleras den öppna uppgiften. För att den ska fungera bra är det viktigt att läraren (med ledning av sina tidigare erfarenheter) noga tänker igenom, hur eleverna kan tänkas hantera uppgiften.
- Vilken ramberättelse ska uppgiften få? I exemplen ovan kan läraren gärna lägga ut texten och skapa en berättelse. Denna berättelse bör väcka lust och intresse och vara så pass konkret att själva problemställningen är enkel att förstå.
- Vilka aktiviteter ska ingå? Eleverna kan arbeta tillsammans i mindre grupper (2-4 elever). Under tiden får läraren möjlighet att gå runt och se hur eleverna hanterar uppgiften. Vilka strategier använder de? Är det någon grupp som behöver en ledtråd?
- När alla grupper hittat åtminstone någon lösning är det dags att under lärarens ledning presentera vad grupperna gjort. Här fokuseras den variation av lösningar som finns, från enklaste till mer avancerade. Lärarens uppgift blir att med hjälp av frågor hjälpa olika elever att på ett tydligt sätt berätta om hur de har resonerat. Lärarens uppgift är också att visa på likheter och olikheter mellan lösningarna.
- Det är också viktigt att det finns en mycket konkret och praktisk ingång till en uppgift, så att alla elever kan komma igång med den. En viktig del i lärarens förberedelsearbete är därför att formulera olika ledtrådar. Ledtrådar kan vara *stöttande* för

de grupper, som inte har så lätt att komma igång, eller *utmanande* för grupper, som snabbt blir klara. I exempel 1 ovan kan en stöttande ledtråd vara en bild med olika lämpliga presenter. Ifall det behövs kan den kompletteras med kostnadsförslag. Utmanande ledtrådar kan vara frågor om andra sorters presenter än de eleverna valt. Kan man bara köpa en present? Vad händer om man ändrar till 1000 kronor eller 2000 kronor? I exempel 2 kan en stöttande ledtråd vara att ge eleverna ett förslag på vilken summa som David eller Amina kan ha i veckopeng. Lite svårare blir uppgiften om man låter David få *tre gånger* så mycket som Amina.

- De *stöttande ledtrådarna* kan bestå av deluppgifter eller exempel som gör uppgiften mer konkret. Detta kan ske genom att erbjuda någon form av laborativt materiel, en figur eller ett konkret exempel. Ambitionen är att undvika att behöva förklara själva uppgiften en gång till. Samtidigt gäller det att undvika att ledtrådarna förenklar uppgiften så mycket, att kunskapskraven blir väsentligt annorlunda än för övriga elever.
- När det gäller de *utmanande ledtrådarna* bör de innehålla utmanande extra frågeställningar. Exempel på sådana ledtrådar innehåller ofta frågor av typen: Finns det fler lösningar? Har ni hittat alla lösningar? Vad händer ifall man istället ...?

I arbetet med öppna uppgifter är de mönster som eleverna kan upptäcka mellan olika lösningar i fokus. Att ha en intresseväckande ramberättelse används som en konkret ingång, men är inte primärt ett område där eleverna enbart ska tillämpa färdigheter de övat på. Lärandet uppstår genom ett arbete med aktiviteter som innehåller utmaningar som engagerar, och där eleverna kan bygga på sina tidigare kunskaper. På detta sätt blir lärandet ett resultat av elevernas erfarenheter av de aktiviteter de arbetar med, men också av den pågående dialog som finns mellan elever och lärare, där de gemensamma avslutande diskussionerna spelar en mycket stor roll. Målet är att alla elever arbetar med samma öppna uppgifter och deltar i den avslutande diskussionen. Genom att eleverna arbetar utifrån olika förutsättningar blir deras lösningar olika, men alla elever kan ändå delta i diskussionen utifrån sina lösningar. Erfarenheter visar att öppna uppgifter på detta vis ger större möjligheter till en inkluderande matematikundervisning.

Genom att regelbundet arbeta med öppna uppgifter kan en del så kallade sociomatematiska normer i klassrummet förändras. Istället för att ha ett fokus på rätt eller fel, blir det mer intressant att veta på vilka olika sätt eleverna löst en uppgift. Genom att eleverna ser olika möjligheter i en uppgift kan det bli mer spännande och lustfyllt med matematik för alla elever. De får via utmanande ledtrådar möjlighet att möta större utmaningar än vanligt. Läraren har en central roll att skapa en norm där olika lösningsstrategier, såväl rätta som felaktiga, uppmärksammas, accepteras och diskuteras. Det är ok att det blir fel ibland. Det hör till. Det viktiga är att man förstår varför och kan gå vidare. Givetvis är det ett mål att lära sig räkna rätt, men förmågan att kunna resonera på ett hållbart sätt och på så sätt lösa olika problem, samt att kunna kommunicera hur man gjort och argumentera för detta är minst lika viktigt.

Referenser

Sullivan, P., Mousley, J., & Zevenbergen, R. (2004). *Describing elements of mathematics lessons that accommodate diversity in student background*. Paper presented at the PME 28, Bergen, Norway.

Sullivan, P., Mousley, J., & Zevenbergen, R. (2006). Teacher actions to maximize mathematics learning opportunities in heterogeneous classrooms. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 117-143.