

Örebro Universitet
Akademien för naturvetenskap och teknik
Fysik, avancerad nivå, 30 högskolepoäng

Svarta hål i Vintergatan

– mörk materia, gravitationslinser och MACHOs

Ronja Höglund Aldrin

Handledare: Fredrik Wallinder
Examinator: Peter Johansson
Utförd: HT 2009

Sammanfattning

Ett av de mest notoriska dilemman i dagens kosmologi är den mörka materians natur och dess förekomst i universum. Mot bakgrund av detta har nya forskningsdiscipliner med rötterna i Einsteins relativitetsteori växt fram, bl.a. teorin om gravitationslinser som möjliggör en indirekt observationsmetod av ljussvaga kompakta objekt som annars skulle vara mycket svåra eller omöjliga att upptäcka på traditionella vis, såsom svarta hål.

Via en genomgång av grundteorin för gravitationslinser, några enkla teoretiska studier och en grundläggande felmarginalsanalys illustreras hur olika typer av kompakta objekt i Vintergatans omedelbara omgivning kan ge upphov till vissa karakteristiska linsfenomen. Detta sätts i relation till rådande teorier om den tidigaste stjärnbildningen och de massiva kompakta rester som denna generation av mycket massiva stjärnor bör ha efterlämnat – i synnerhet *intermediära svarta hål* med massor på 100-1000 M_{sol} som ännu kan finnas i dagens mörka galaxhalor. Sådana objekt kan komma att upptäckas i betydligt högre grad i framtiden med de observationstekniker som är under utveckling idag.

Abstract

One of the most notorious dilemmas in cosmology today is the nature of dark matter and its distribution in the universe. Due to this, new research disciplines originating from Einstein's theory of relativity have emerged, among them the theory of gravitational lensing which makes it possible to indirectly observe faint compact objects that would otherwise be very difficult or impossible to discover with traditional means, up to and including black holes.

Through a rundown of the basic theory of gravitational lensing, a couple of simple theoretical models and an elementary error analysis, it is illustrated how different types of compact objects in the immediate vicinity of the Milky Way can yield various characteristic lensing phenomena. This is put in relation to contemporary theories regarding the earliest star formation and the massive compact remnants this generation of very massive stars should have left behind – particularly *intermediate black holes* with masses of 100-1000 M_{sun} that may still be found in dark galactic halos of today. Such objects can contribute to future observations carried out with the observational technology being developed at present.

Innehåll

I. Inledning	3
II. Bakgrund	4
Mörk materia i kosmologi	4
<i>Densitetsparametern</i>	<i>4</i>
<i>Baryonmateria</i>	<i>8</i>
Gravitationslinser	12
<i>"Microlensing"</i>	<i>18</i>
<i>Observationer</i>	<i>21</i>
Svarta hål	29
<i>Svarta hål i galaxhalon</i>	<i>30</i>
III. Diskussion	34
Bakgrund	34
Resultat	35
IV. Referenser	36
Litteratur	36
Övrigt	37
Webbsidor	37

I. Inledning

Astrofysiker och kosmologer är idag huvudsakligen överens om att en stor andel av materian i galaxer och galaxkluster – och till syvende och sist hela universum – utgörs av s.k. *mörk materia* som varken absorberar, emitterar eller refrakterar ljus i någon våglängd, helt eller delvis.

Observationer av galaxer visar att stjärnor och gasmoln i de yttre omloppsbanorna inte har exakta s.k. Keplerianska banor – materien borde röra sig långsammare ju längre ifrån galaxens centrum den befinner sig, men istället har den närmast konstant hastighet vid större avstånd, oberoende av galaxens radie. På samma sätt har galaxer i galaxkluster visat sig ha högre hastigheter inom klustrets utsträckning än vad gravitationen hos den synliga materian skulle kunna stabilisera. Slutsatsen är att det finns en icke observerbar komponent i universums materieinnehåll, som döpts till ”mörk” materia.

Denna teknik, att observera den indirekta verkan av den mörka materians gravitation, är den vanligaste att undersöka mörk materia. Av allt att döma är de flesta – om inte alla – spiral- och stavspiralgalaxer inbäddade i halor av mörk materia som kan vara 10-40 ggr större än den synliga galaxens utsträckning. Galaxklustren är i sin tur stabiliserade av väldiga filament av mörk materia som följer klustrens utbredning likt ett osynligt skelett.¹

Det finns astrofysiska objekt som inte direkt behöver klassas som mörk materia, men som icke desto mindre är mycket svåra – i vissa fall omöjliga – att observera på traditionella vis. Vita dvärgar, neutronstjärnor och svarta hål, s.k. *kompakta objekt*, är mycket ljussvaga och utsänder många gånger inget eget ljus (svarta hål emitterar inget ljus alls!). Med hjälp av nya subdiscipliner inom teorin för s.k. *gravitationslinser* är det idag möjligt att till viss del observera dessa objekt.

Den här uppsatsen kan betraktas som tre mer eller mindre självständiga delar. Den första delen ger en sammanfattning av den mörka materians betydelse i kosmologiska sammanhang. Den andra delen beskriver grunderna i gravitationslinsteori och de observationstekniker som är relevanta för uppsatsen, samt summerar det nuvarande forskningsläget. Den tredje delen tar upp huvudämnet för uppsatsen – att applicera dessa tekniker på ett tänkt scenario, med teoretiska beräkningar utifrån olika grundförutsättningar, och göra en uppskattning av det tänkta scenariots relevans i framtida observationsprojekt.

¹ Ryden, s.22, 130-139; Roos, s.242-248, 254, 257; Peacock, s.367-378; Petters, s.122; Freedman, s.616-619, 658

II. Bakgrund

Mörk materia i kosmologi

Inom kosmologin har man länge försökt ta reda på hur mycket materia vårt universum innehåller. Densitetsparametern för det totala materieinnehållet i universum, $\Omega_{m,0}$, är del i en viktig parameter för att bestämma universums krökning och expansionstakt. Om mörk materia utgör en betydande del av materien i universum är det viktigt att kunna göra tillräckligt noggranna uppskattningar av hur mycket mörk materia som finns för att bestämma ett tillförlitligt, observationellt bekräftat värde på $\Omega_{m,0}$.

För övrigt är det också av intresse att ta reda på vad materien i universum består av och i vilka mängder dess olika komponenter förekommer för att bättre förstå dynamiken hos stjärnor, galaxer och galaxhopar och under vilka villkor de har bildats och strukturerat sig.²

Densitetsparametern

Friedmanekvationen är en mycket central ekvation inom kosmologi och relaterar flera viktiga kosmologiska parametrar till varandra. I sin fullständiga form, inklusive alla relativistiska effekter, skrivs den

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2} \varepsilon(t) - \frac{\kappa c^2}{R_0^2} \frac{1}{a(t)^2}.$$

$H(t)$ är Hubbleparametern, $\varepsilon(t)$ är den totala energidensiteten och κ är krökningskonstanten. (H_0 , Hubblekonstanten, är Hubbleparameterns nutida värde.) R_0 är krökningsradien om universum är positivt eller negativt krökt, och $a(t)$ är den s.k. skalfaktorn.

Krökningskonstanten κ kan anta tre värden: +1, 0 och -1. Det enklaste fallet, $\kappa = 0$, motsvarar ett universum utan någon global krökning: det är ”platt”. Om man antar att universum är ”platt” så kan man bestämma en kritisk energidensitet $\varepsilon_c(t)$. Om den faktiska energidensiteten är större än ε_c är universum positivt krökt ($\kappa = 1$); omvänt är universum negativt krökt ($\kappa = -1$). Kosmologer använder sig av *densitetsparametern* Ω , kvoten mellan ε_{tot} och ε_c , för att enklare åskådliggöra beroendet på den totala energidensitetens värde.

Friedmanekvationens utseende med alla parametrars nutida värde blir

$$H_0^2 = \frac{8\pi G}{3c^2} \varepsilon_0 - \frac{\kappa c^2}{R_0^2},$$

² Ryden, s.126; Roos, s.231; Peacock s.353

där H_0 är Hubblekonstanten och $a(t) = 1$.

Om vi antar att universum är ”platt” antar den allmänna Friedmannkvationen en särdeles enkel form,

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2} \varepsilon(t).$$

Då kan man för varje värde på $H(t)$ bestämma en kritisk energidensitet $\varepsilon_c(t)$:

$$\varepsilon_c(t) \equiv \frac{3c^2}{8\pi G} H(t)^2.$$

Om $\varepsilon(t) > \varepsilon_c(t)$ är $\kappa = 1$; vice versa är $\kappa = -1$.

När man diskuterar universums krökning är det inte så praktiskt att tala om den absoluta energidensiteten ε . Istället använder man sig av kvoten mellan ε och ε_c , den dimensionslösa *densitetsparametern*:

$$\Omega(t) \equiv \frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_c(t)}.$$

Med denna parameter kan Friedmannkvationen skrivas på ytterligare en form,

$$1 - \Omega(t) = -\frac{\kappa c^2}{R_0^2 a(t)^2 H(t)^2},$$

som utvärderad i nutid blir

$$1 - \Omega_0 = -\frac{\kappa c^2}{R_0^2 H_0^2}, \text{ där } \Omega_0 = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{c,0}} = \varepsilon_0 \frac{8\pi G}{3c^2 H_0^2}.$$

Om $\Omega > 1$ är $\kappa = 1$; vice versa är $\kappa = -1$, och om $\Omega = 1$ är $\kappa = 0$. Eftersom det högra ledet inte kan ändra tecken när universum expanderar, kommer inte heller det vänstra ledet att göra det – Ω kan inte variera från ett värde större än ett till ett värde mindre än ett under universums livstid.³

Beroende på vad universum innehåller kommer olika komponenter att bidra till den totala energitätheten. Varje komponent kan uttryckas som en självständig energidensitet så länge den inte interagerar med de andra komponenterna, och den totala densiteten kan uttryckas som summan av dess komponenter. Varje komponent kan också uttryckas som en densitetsparameter, och den totala densitetsparametern blir summan av komponenternas parametrar. I *standardmodellen* ingår strålning, materia och den kosmologiska konstanten, och uttrycket för densitetsparametern vid nutid kan då skrivas

³ Ryden, s.48ff; Roos, s.21, 89; Peacock, s.73f

$$\Omega_0 = \Omega_{m,0} + \Omega_{r,0} + \Omega_{\Lambda,0},$$

där $\Omega_{m,0} = \frac{\varepsilon_{m,0}}{\varepsilon_{c,0}}$, $\Omega_{r,0} = \frac{\varepsilon_{r,0}}{\varepsilon_{c,0}}$ och $\Omega_{\Lambda,0} = \frac{\varepsilon_{\Lambda,0}}{\varepsilon_{c,0}}$. Ω_m är parametern för materia, Ω_r är parametern för strålning och Ω_{Λ} är parametern för den kosmologiska konstanten.⁴

Ω_0 , den totala densitetsparametern, anses idag ligga så pass nära $\Omega_0 = 1$ att detta är det accepterade värdet i standardmodellen. Flera observationer har gett resultat som väl överensstämmer med detta scenario.⁵

$\Omega_{r,0}$, parametern för strålningsdensiteten, approximeras enklast av den kosmiska bakgrundsstrålningen, som är minst tio gånger starkare än allt stjärnljus som emitterats sedan Big Bang. Trots detta utgör $\Omega_{r,0}$ endast en bråkdel av Ω_0 .

Den kosmiska bakgrundsstrålningen (CMB) består helt av mikrovågor och är termisk, varför vi kan använda Plancks lag för den totala energidensiteten,

$$\varepsilon = \alpha T^4,$$

vilket med $\alpha = 7,567 \cdot 10^{-16} \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-4}$ och $T_{\text{CMB}} = 2,725 \text{ K}$ ger

$$\varepsilon_{\text{CMB}} \approx 4,17 \cdot 10^{-14} \text{ J m}^{-3} \approx 0,260 \text{ MeV m}^{-3}.$$

Vi har:

$$\varepsilon_{c,0} \equiv \frac{3c^2}{8\pi G} H_0^2,$$

där $H_0 = (73 \pm 18) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, så

$$\varepsilon_{c,0} = \frac{3(3 \cdot 10^8)^2}{8\pi(6,673 \cdot 10^{-11})} (73 \pm 18) \cdot \left(\frac{10^3}{10^6 \cdot 3,086 \cdot 10^{16}} \right)^2 \text{ J m}^{-3} \approx$$

$$\approx (9,01 \pm 4,41) \cdot 10^{-10} \text{ J m}^{-3} \approx (5\,623 \pm 2\,772) \text{ MeV m}^{-3}.$$

(Osäkerheten i H_0 är 24,65 %, så osäkerheten i $\varepsilon_{c,0}$ blir 49,30 %.)

Detta ger:

$$\Omega_{\text{CMB}} = \frac{\varepsilon_{\text{CMB}}}{\varepsilon_{c,0}} = \frac{0,260}{5\,623} \approx 4,624 \cdot 10^{-5}. \text{ Bidraget från CMB till } \Omega_0 \text{ är försum-$$

bar.

Vi jämför detta med en uppskattning av den totala energidensiteten hos det stjärnljus som emitterats sedan Big Bang. Genom en (*mycket*) grov förenk-

⁴ Ryden, s.82f; Roos, s.91; Peacock, s.75

⁵ Ryden, s.67; Roos, s.227; Peacock, s.83f

ling kan man anta att alla galaxer i universum har strålat med dagens luminositet under hela universums livslängd.

Den nuvarande galaktiska luminositetsdensiteten i det lokala universum kan utifrån observationer uppskattas till

$$nL \approx 2 \cdot 10^8 L_{\text{sol}} \text{ Mpc}^{-3} \approx 2,6 \cdot 10^{-33} \text{ J s}^{-1} \text{ m}^{-3}.$$

Universums nuvarande livslängd definieras som

$$t_0 \approx H_0^{-1} \approx 4,23 \cdot 10^{17} \text{ s} \approx 13,4 \text{ miljarder år}.$$

Då kan man uppskatta den totala energidensiteten med avseende på stjärnljus till

$$\varepsilon_{*,0} \sim nL t_0 \approx (2,6 \cdot 10^{-33} \text{ J s}^{-1} \text{ m}^{-3})(4,23 \cdot 10^{17} \text{ s}) \approx 1,1 \cdot 10^{-15} \text{ J m}^{-3} \approx 0,007 \text{ MeV m}^{-3}.$$

Detta är endast 2,7 % av ε_{CMB} ! Mer exakta observationer som inkluderar direkt stjärnljus och stjärnljus som absorberats och återemitterats av stoft ger ett större värde, $\varepsilon_{*}/\varepsilon_{\text{CMB}} \approx 10$ %. Denna kvot var ännu mindre i det förflutna. Som en konsekvens kan man med god säkerhet bortse från icke-CMB-relaterad strålning när man beräknar den genomsnittliga energidensiteten i universum med avseende på fotoner.⁶

Analogt med den kosmiska bakgrundsstrålningen bör det finnas en neutrinobakgrund; på samma sätt som bakgrundsstrålningen är en relikt från den fas i universums historia då universum var tillräckligt varmt och kompakt för att vara ogenomskinligt för fotoner, var det innan dess tillräckligt kompakt för att vara ogenomskinligt för neutriner. Bidraget från neutrinobakgrunden beror på om neutriner idag är relativistiska eller inte, d.v.s. om de beter sig som strålning eller som materia. Uppskattningar av detta bidrag har hittills visat sig vara mycket små i förhållande till den kritiska densiteten.

Neutriner förekommer i tre olika varianter: elektronneutrino (ν_e), myonneutrino (ν_μ) och tauneutrino (ν_τ). Om man antar att hela neutrinobakgrunden är relativistisk, d.v.s. neutrinernas genomsnittliga energi är signifikant större än deras vilomassa, kan man beräkna den nuvarande energidensiteten hos neutrinobakgrunden till

$$\Omega_{\nu,0} = 0,681 \Omega_{\text{CMB},0}.$$

Detta skulle ge en total densitetsparameter för strålning på formen

$$\Omega_{r,0} = \Omega_{\text{CMB},0} + \Omega_{\nu,0} = 1,681 \Omega_{\text{CMB},0} \approx 7,773 \cdot 10^{-5},$$

vilket inte förändrar Ω_r :s inverkan på Ω_0 .

Det går också att begränsa Ω_ν :s värde genom analys av CMB:s observerade egenskaper, vilket ger $\Omega_\nu < 0,015$, återigen otillräckligt för att ha en märkbar inverkan på den totala densiteten.⁷

⁶ Ryden, s.20, 22f, 65f; Roos, s.115f; *Physics Handbook* s.14, 148

⁷ Ryden, s.51, 66f; Roos, s.215, 226f

Ω_Λ är den mest undflyende parametern eftersom man idag inte vet den bakomliggande dynamiken hos Λ , den kosmologiska konstanten. $\Omega_{\Lambda,0}$ bestäms enklast genom differensen $\Omega_0 - \Omega_{m,0}$.⁸

Det återstår att bestämma $\Omega_{m,0}$. Den mest rättframma metoden är att göra en uppskattning av hur mycket s.k. *baryonmateria* som finns i universum, d.v.s. materia som är uppbyggd av *baryoner* (protoner och neutroner).

Baryonmateria

Genom uppskattningar av den totala luminositeten hos alla stjärnor i universum kan man skapa en bild av hur mycket materia som finns samlad i stjärnorna. Denna siffra är mindre än en halv procent av den materiedensitet som krävs för att göra universum ”platt” ($\Omega_0 = 1$). Närmare sju gånger mer materia återfinns i de tunna, heta gasmoln som utgör det interstellära mediet i galaxerna.

Med olika färgfilter kan man observera luminositetsdensiteten hos den omgivande stjärnpopulationen i ett visst våglängdsintervall. Ett B-filter t.ex. släpper endast igenom blått och violett ljus. Solens luminositet i B-intervallet har uppmätts till

$$L_{\text{sol},B} = 4,7 \cdot 10^{25} \text{ W.}$$

Den totala luminositetsdensiteten i B-intervallet hos alla stjärnor inom ett par hundra megaparsek kring Vintergatan är

$$j_{*,B} = 1,2 \cdot 10^{-8} L_{\text{sol}}/\text{Mpc}^3.$$

För att kunna omvandla en luminositetsdensitet till en massdensitet behövs den s.k. massa-till-ljus-kvoten (”mass-to-light ratio”), d.v.s. hur många kilogram stjärnor i genomsnitt som krävs för att producera en watt stjärnljus i B-intervallet. För solen är denna kvot lika med $1 M_{\text{sol}}/L_{\text{sol},B}$. Eftersom det finns många typer av stjärnor med olika egenskaper och massor finns det också ett tämligen brett spektrum av m-l-kvoter, från $M/L_B \sim 10^{-3} M_{\text{sol}}/L_{\text{sol},B}$ för de mest massiva, ljusstarka stjärnorna (blå jättar och superjättar) till $M/L_B \sim 10^3 M_{\text{sol}}/L_{\text{sol},B}$ för de svagaste, minst massiva stjärnorna (huvudsakligen röda dvärgar).

I en typisk galax beror den totala m-l-kvoten på hur stjärnorna i galaxen är fördelade mellan olika stjärntyper. Med antagandet att fördelningen i solsystemets omgivning är förhållandevis ”normal” kan man uppskatta dess m-l-kvot till

$$\langle M/L_B \rangle \approx 4 M_{\text{sol}}/L_{\text{sol},B} \approx 170\,000 \text{ kg/W.}$$

Om denna kvot är ”normal” för hela det observerbara universum, kan man uppskatta den totala massdensiteten av stjärnor i universum till

⁸ Ryden, s.60, 96

$$\rho_{*,0} = \langle M/L_B \rangle j_{*,B} \approx 5 \cdot 10^8 M_{\text{sol}}/\text{Mpc}^3.$$

Då blir densitetsparametern för stjärnor

$$\Omega_{*,0} = \frac{\rho_{*,0}}{\rho_{c,0}} \approx \frac{5 \cdot 10^8 M_{\text{sol}} \text{Mpc}^{-3}}{1,4 \cdot 10^{11} M_{\text{sol}} \text{Mpc}^{-3}} \approx 0,004 (= 0,4 \% \text{ av } \Omega_0).$$

Den främsta svårigheten med en sådan här uppskattning är den stora osäkerheten i hur många ljussvaga, lågmassiva stjärnor det finns i galaxerna. I Vintergatan t.ex. kommer ~95 % av den totala luminositeten från stjärnor starkare än solen, men ~80 % av den totala massan kommer från stjärnor *svagare* än solen.⁹

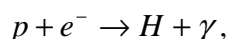
De bästa gränsvärdena för den totala baryonmaterian i universum får man genom att observera primordiala gasmoln vars kemiska sammansättning förändrats mycket lite sedan Big Bang, och därför erbjuder en mycket god approximation till den totala baryoniska materietätheten, fri från de komplikationer som uppstår när väte och helium omvandlas till tyngre ämnen genom fusion i stjärnorna. Rådande teorier för den *primordiala nukleosyntesen* under Big Bang används för att pröva observationerna. De hittills bästa resultaten ger $\Omega_{\text{bary},0} = 0,04 \pm 0,01$.

Eftersom all materia i universum bildades i Big Bang, är förhållandena under den s.k. *Big Bang-nukleosyntesen* (BBN) en viktig ledtråd när man ska bestämma den totala baryondensiteten.

Idag utgörs tre fjärdedelar av all baryonmateria av obundna protoner, ^1H . Den återstående fjärdedelen består till största delen av neutralt helium, ^4He , och man definierar den *primordiala heliumkvoten* ("primordial helium fraction"):

$$Y_p \equiv \frac{\rho(\text{He})}{\rho_{\text{bary}}}.$$

Under den tidigaste epoken i Big Bang, efter att elementarpartiklarna hade bildats, bestod all materia av en sammanhängande "soppa" av protoner (p), neutroner (n), elektroner (e^-), positroner (e^+), neutriner (ν_e) och högenergifotoner (γ). När universum svalnade, övergick först materieplasmats till neutralt väte (H) och emitterade gammastrålning i en process kallad "recombination" (det motsatta skeendet till jonisering då en väteatom förlorar sin elektron genom att absorbera en tillräckligt energirik foton),



varefter fotonerna skilde sig från materien genom "decoupling" (mer precist "photon decoupling"). (Det är detta skeende som anses vara den bakomliggande processen till CMB, den kosmiska bakgrundstrålningen.) Från att ha varit en gemensam fluid blev materien och fotonerna två separata "gaser" av

⁹ Ryden, s.126ff

kvantpartiklar, vars individuella densiteter utvecklades oberoende av varandra när universum fortsatte att expandera.

Även efter dessa processer var universum fortfarande så varmt att neutroner (n) och protoner (p) kunde samexistera. Neutroner i fritt tillstånd är instabila och sönderfaller enligt

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e,$$

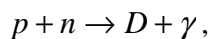
där bindningsenergin förs bort genom elektronens och (anti)neutrinons rörelseenergi. (Halveringstiden för neutronsönderfall är 617 s, eller 10,3 minuter, vilket är betydligt längre än de tidsintervall som försiggick under det tidiga universums utveckling – d.v.s. delar av en sekund. Därför kan man anta att fria neutroner var i princip stabila under Big Bang, tills universum var omkring 10 minuter gammalt.)

I det tidiga universum var genomsnittsenergin så hög att elektroner och positroner kunde bildas genom parproduktion ("pair production"), varvid neutroner och protoner befann sig i jämvikt med varandra genom reaktionerna

$$n + \nu_e \leftrightarrow p + e^- \text{ och } n + e^+ \leftrightarrow p + \bar{\nu}_e.$$

Eftersom reaktionerna involverar neutriner som interagerar med annan materia genom den *svaga kärnkraften*, kallas reaktionerna "svaga" och fortlöper förhållandevis långsamt jämfört med "starka" reaktioner (där den *starka kärnkraften* är involverad). När universum fortsatte att svalna "frysades" neutronerna ut från de ovanstående reaktionerna vilka då blev för ineffektiva för att fortgå i jämvikt, och neutroner och protoner blev oberoende av varandra.

Vid ännu lägre temperaturer blev det energimässigt fördelaktigt för de fria protonerna och neutronerna att genomgå fusion till tyngre, stabilare grundämnen såsom deuterium (D), helium (He) och små mängder av litium (Li) och beryllium (Be). I synnerhet deuterium – som är en isotop av väte – bildas genom en "stark" reaktion,



och på så vis låstes merparten av de fria neutronerna in i deuteriumatomer samtidigt som mer gammastrålning frigjordes. (Den alternativa proton-proton-reaktionen, som också ger deuterium, emitterar en neutrino och är därför en "svag" reaktion.)

Den mängd deuterium som bildades förbrukades snabbt genom fusion till helium, särskilt ^4He som är mycket stabilt i förhållande till sin atomvikt, och därför finns idag mycket lite deuterium fritt i universum. (Deuterium i interstellära gasmoln förbrukas nästan omedelbart när stjärnor bildas, och man känner idag inte till någon process som kan producera deuterium i större mängder utanför BBN:s regi.)

Härigenom beror Y_p , den primordiala heliumfraktionen, och därmed även baryondensiteten ρ_{bary} på hur mycket deuterium som bildades under BBN. Det exakta förhållandet mellan deuterium, helium och tyngre grundämnen bildade i BBN beror på olika fysikaliska parametrar, bl.a. baryon-foton-kvoten ("baryon-to-photon ratio") η som definieras:

$\eta = \frac{n_{\text{bary}}}{n_\gamma}$, där n_{bary} är antalsdensiteten för baryoner och n_γ är dito för fotoner.

Genom att observera s.k. primordiala gasmoln, vars kemiska sammansättning förändrats mycket lite sedan Big Bang (och därigenom inte har kontaminerats av fusionsprodukter från stjärnbildning och -död), kan man fastställa värdet för η och vidare få ett värde på den nuvarande densitetsparametern för baryoner, $\Omega_{\text{bary},0}$.

Detaljerade analyser av absorptionslinjer från primordiale väte och deuterium leder till ett värde för baryon-foton-kvoten på

$$\eta = (5,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-10}.$$

Detta kan omvandlas till ett värde för den nuvarande baryondensiteten. Från definitionen av η får man antalsdensiteten n_{bary} genom

$$n_{\text{bary},0} = \eta n_{\gamma,0} = 0,23 \pm 0,02 \text{ m}^{-3}.$$

(Här har vi använt energidensiteten $\varepsilon_{\gamma,0}$ för CMB-fotonerna, som vi har visat överglänsar det totala stjärnljuset med tillräckligt stor marginal för att den senare kan ignoreras, och beräknat antalsdensiteten $n_{\gamma,0}$ utifrån genomsnittsenergin hos en CMB-foton.)

Eftersom majoriteten av alla baryoner är protoner, kan man sätta

$$\varepsilon_{\text{bary},0} = (m_p c^2) n_{\text{bary},0} = 210 \pm 20 \text{ MeV/m}^3.$$

Den nuvarande densitetsparametern för baryoner, $\Omega_{\text{bary},0}$, blir därmed (i MeV/m^3):

$$\Omega_{\text{bary},0} = \frac{\varepsilon_{\text{bary},0}}{\varepsilon_{c,0}} = \frac{210 \pm 20}{5200 \pm 1000} = 0,04 \pm 0,01.$$

(Den stora osäkerheten i $\Omega_{\text{bary},0}$ beror främst på osäkerheten i $\varepsilon_{c,0}$, som i sin tur beror på Hubblekonstanten H_0 vars värde ännu är tämligen dåligt begränsat.)¹⁰

Standardmodellen sätter det nutida värdet på den totala materiedensiteten till $\Omega_{m,0} \approx 0,3$ där 0,26 antas utgöras av s.k. *ickebaryonisk mörk materia*, d.v.s. materia som inte är uppbyggd av protoner och neutroner utan av andra subatomära partiklar.

Huruvida all mörk materia ska antas vara ickebaryonisk är till viss del en definitionsfråga. Vissa typer av baryonmateria som av olika anledningar är mycket svåra att upptäcka och/eller observera – ljussvaga vita dvärgar, bruna dvärgar, inaktiva neutronstjärnor och svarta hål – kallas ibland också för mörk materia.¹¹

¹⁰ Ryden, s.147f, 152-161, 173-187; Roos, s.128-145; Peacock, s.284ff, 292-299

¹¹ Ryden, s.16, 21f, 96; Roos, s.248

Gravitationslinser

Enligt Einsteins relativitetsteori påverkas ljus av gravitationsfält, och ett av de fenomen teorin förutsäger är s.k. *gravitationslinser* där massiva, ljussvaga objekt böjer av ljuset från mer avlägsna, luminösa objekt som i en lins. Man har observerat flera olika typer av linsfenomen sedan de första upptäckterna på 80- och 90-talet; bland de mest spektakulära exemplen finns två- till fyrfaldiga kvasarer och avlägsna galaxer förvrängda till ljusbågar ("giant luminous arcs").¹²

I sin enklaste form består en gravitationslins av fem komponenter:

- Ett fysiskt objekt som emitterar ljus; vanligtvis benämnd "källa" ("source") – kan vara en stjärna, en (radio)galax eller en kvasar.
- En koncentration av materia – kan bestå av godtycklig typ av materia (galaxhopar, individuella galaxer, stjärnor, svarta hål, mörk materia) – som fungerar som deflektor, benämnd "lins" ("lens").
- En individ utrustad med teleskop/detektorer, belägen på ett visst avstånd från källan och linsen; "observatören" ("observer").
- En överföring av information – ljus och annan elektromagnetisk strålning – som är nödvändig för att identifiera linssystemet.
- Rumtid (och dess geometri), definierad genom någon kosmologisk modell.

Man skiljer på *starka* och *svaga* gravitationslinser ("strong lensing" resp. "weak lensing"):

- "Strong lensing" beror på en förhållandevis mycket massiv kropp vars gravitation är tillräckligt stark för att ge upphov till multipla bilder av källan, och även förvränga bilderna till bågar och/eller ringar. Starka linser – och deras associerade källor – är oftast isolerade objekt såsom mindre galaxer, stjärnor och kompakta objekt.
- "Weak lensing" är inte tillräckligt stark för att producera multipla bilder, utan förvränger endast källans synbara form. Svaga linser kan utgöras av galaxhopar, superhopar eller universums storskaliga struktur ("large scale structure"), medan källorna vanligtvis är avlägsna galaxer och i vissa fall den kosmiska bakgrundsstrålningen. "Weak lensing" kan inte observeras direkt, utan måste tolkas statistiskt från serier av bilder tagna under lång tid och av stora områden av galaxhopar och stjärnkluster.

Man talar också om "stark" och "svag" lins i betydelsen att ljuset från källan passerar genom sektioner av rumtid som är mer eller mindre krökta av linsens gravitation. En ljusstråle som passerar längs solens yttersta kant böjs av med några få bågsekunder och påverkas inte nämnvärt ("weak-field"), medan en ljusstråle som passerar strax utanför ett svart hål kan avverka flera varv och bli kraftigt rödförskjuten av gravitationspotentialen ("strong-field"). Dock kan även ett svart hål fungera som en "svag-fälts"-lins för det ljus som passerar på tillräckligt stort avstånd från hålet för att gravi-

¹² Ryden, s.139, 142f; Roos, s.64; Peacock, s.101, 113f; Petters, s.xvii, 6ff, 11ff; Padmanabhan, s.196f

tationskraften ska vara förhållandevis nedtonad men ändå böja av ljuset.¹³ *De gravitationslinser som behandlas i det här arbetet antas alla vara "svagfälts"-linser.*

Tre viktiga storheter i en gravitationslins är avståndet mellan observatör och källa, D_S ; mellan observatör och lins, D_L ; samt mellan lins och källa, $D_{L,S}$.

Det finns flera metoder för att bestämma avstånd till astrofysiska objekt.

1. I en globalt platt rumtid kommer den synbara ljusstyrkan ("apparent luminosity") ℓ hos en ljuskälla med en känd absolut ljusstyrka ("intrinsic luminosity") L att avta med kvadraten på avståndet d , enligt $\ell = L/4\pi d^2$. (En ljuskälla med en känd luminositet kallas för "standard candle" och sådana används flitigt i avståndsbedömningar på kosmologiska skalor. Ett klassiskt exempel är typ Ia-supernovor som har en mycket karakteristisk ljuskurva och luminositet.) Genom att mäta den synbara luminositeten hos en ljuskälla där man känner den absoluta luminositeten kan man bestämma det s.k. *luminositetsavståndet* ("luminosity distance")

$$D_{lum} = \left(\frac{L}{4\pi\ell} \right)^{1/2}.$$

2. En ljuskälla med en känd diameter d_* i en globalt platt rumtid kommer att synas med en synbar diameter som kan mätas genom den vinkel φ_* som den synbara diametern sveper ut, den s.k. *vinkeldiametern*, som i sin tur kan kopplas till avståndet d enligt $\varphi_* = d_*/d$. Genom att mäta vinkeldiametern hos en ljuskälla med känd absolut diameter kan man bestämma det s.k. *vinkelavståndet* ("angular diameter distance")

$$D_A = \frac{d_*}{\varphi_*}.$$

3. En ljuskälla på ett avstånd d förflyttar sig över himlavalvet med en hastighet V_\perp vinkelrätt mot synlinjen. Då kommer källan att svepa ut en vinkelsträcka $\Delta\varphi_*$ under tidsintervallet Δt , som förhåller sig till avståndet d enligt $\Delta\varphi_* = (V_\perp \Delta t)/d$. Genom att mäta den transversala hastigheten V_\perp och tidsintervallet Δt kan man bestämma det s.k. *"proper motion"-avståndet* ("proper motion distance")

$$D_{pmd} = \frac{V_\perp \Delta t}{\Delta\varphi_*}.$$

¹³ Petters, s.6, 26, 46f

4. Genom att använda s.k. medföljande koordinater (R, θ, φ) ("comoving coordinates") kan man komma runt dilemmat med att mäta avstånd i ett universum som utvidgas. Om $a(t)$ är *skalnfaktorn* (eller *expansionsfaktorn* som den också kallas) som avgör hur mycket universum utvidgas med tiden, och R_* är den radiella egenkoordinaten ("proper coordinate") vid tiden t_* kan man uttrycka *egenavståndet* ("proper distance") vid tiden t_* på formen

$$D_{pro}(t_*) = a(t_*) \int_0^{R_*} dR = a(t_*) R_*$$

om universum är globalt platt ($\kappa = 0, \Omega = 1$).

Det finns ett enkelt förhållande mellan de tre första typerna av avstånd:

$$D_{lum} = (1+z) D_{pmd} = (1+z)^2 D_A,$$

där z är ljuskällans rödförskjutning. Vid observationer ut till hundratalet megaparsek (Vintergatans närmaste omgivning), är rödförskjutningen så pass liten ($z \ll 1$) att alla avståndstyperna överensstämmer mycket väl:

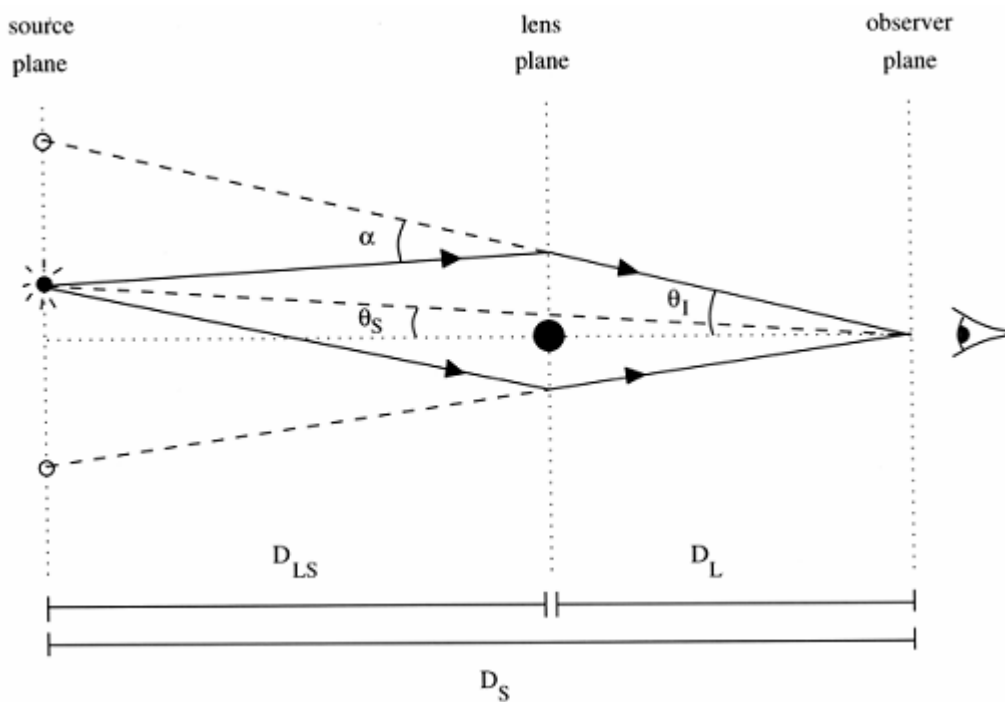
$$D_{lum} \approx D_A \approx D_{pmd} \approx D_{pro}(t_*).$$

Vid kosmiska avstånd, $z \approx 1$ och bortom (en storleksordning motsvarande miljarder ljusår), måste man specificera vilket avstånd man väljer att använda.¹⁴

Källan, linsen och observatören ska vara någorlunda arrangerade i linje för att man ska kunna tala om en uppskattningsbar linseffekt. Tekniskt sett påverkas *allt* ljus i universum av *alla* koncentrationer av materia eftersom gravitationskraften har en oändlig räckvidd, men för praktikalitetens skull betraktas endast den materia som ligger mycket nära ljusstrålens väg.

Vidare gör man förenklingen att en gravitationslins är "tunn": egentligen följer alla ljusstrålar kontinuerliga banor genom rumtiden, men i ett typiskt gravitationslinssystem är avstånden D_S , D_L och $D_{L,S}$ så stora i förhållande till källans och linsens storlekar att man kan approximera ljusstrålarnas banor till räta linjer, där ljusets avböjning vid linsen sker omedelbart i det s.k. *linsplanet* ("lens plane"). På så vis kan man bl.a. uttrycka *böjningsvinkeln* ("bending angle") på analytisk form. Se bild på nästa sida.

¹⁴ Roos, s.15; Petters, s.29, 32, 37ff



Schematisk bild över en typisk ”tunn” ”svagfälts”-gravitationslins (”thin” ”weak-field”). Eftersom linsen betraktas som tunn, kan man förenkla ljusavböjningen till *böjningsvinkeln* α vid linsplanet (”lens plane”). Vinklarna θ_l och θ_s specificerar ljuskällans synbara respektive verkliga position på himlavalvet.

Om avstånden i linsen är små i förhållande till universums storskaliga struktur (≤ 100 megaparsek) kan man anta att rumtiden är i princip ”platt” över hela linssystemets utsträckning och då gäller $D_{L,S} = D_S - D_L$ ($D_S > D_L$).

Genom sina beräkningar kunde Einstein visa att om ett massivt objekt med massan M kan betraktas som punktformigt och ligger exakt i linje med en bakomliggande ljuskälla, kommer symmetrin i den resulterande gravitationslinsen att förvränga källan till en perfekt ring kring det massiva objektet – en *Einsteinring* – med (vinkel)radien (i radianer)

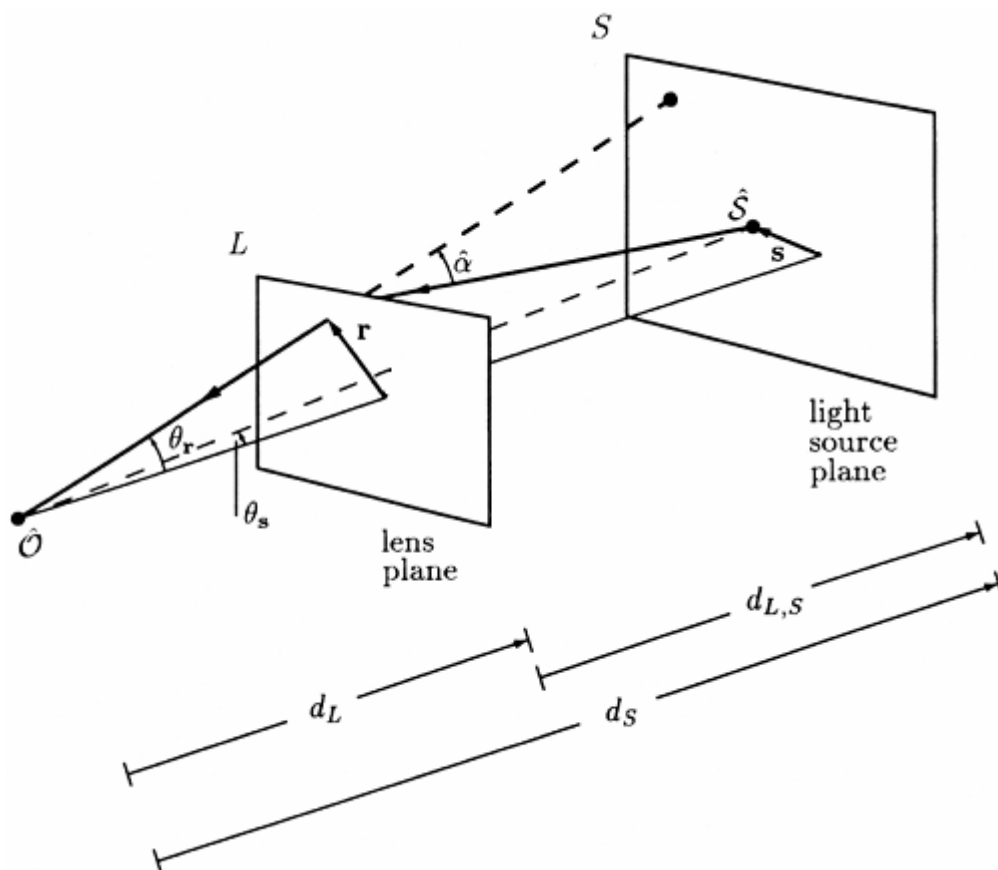
$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{L,S}}{D_S D_L}} = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_S - D_L}{D_S D_L}} = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right)} (> 0).$$

Denna radie kallas *Einsteinradien* (”angular Einstein radius”). (Den *linjära Einsteinradien* R_E (”linear Einstein radius”), det faktiska avståndet, fås genom $R_E = D_L \theta_E$.) När linsen och källan inte ligger exakt i linje, vilket är det generella fallet, delas Einsteinringen upp i ett antal åtskilda bågsektioner, där varje båge är en komplett men förvrängd bild av källan.¹⁵

¹⁵ Ryden, s.141; Roos, s.65ff; Peacock, s.101f, 106; Petters, s.42f, 55, 59-64, 78; Padmanabhan, s.197, 203f; Freedman, s.659

Definitionen för en gravitationslins följer en rad fundamentala principer som i korthet går ut på att inga fotoner absorberas eller emitteras vid den gravitationella avböjningen. Vidare beror källans ytluminositet endast på den totala rödförskjutningen från källa till observatör, vilket i kosmologiska perspektiv är nästintill exakt densamma som källans genomsnittliga rödförskjutning (linsens gravitationspotential antas vara så pass svag att den inte påverkar fotonernas energier nämnvärt).

Detta innebär att när källans bild – och därmed dess synbara area på himlavalvet – förvrängs av gravitationslinsen, kommer samma antal fotoner att passera genom en annan area: ljuskällans *synbara flux* förändras. Denna fluxförändring kan vara positiv eller negativ för enskilda bilder, men i det allmänna fallet kan man visa att nettoförändringen över alla bilder som linsen skapar är positiv. Därför säger man att en gravitationslins orsakar en *förstärkning* ("magnification") av ljuset från en bakomliggande ljuskälla.¹⁶



Schematisk bild av en (tunn) gravitationslins. En ljusstråle sänds ut från källan i punkten \hat{S} , träffar linsplanet L och når observatören vid \hat{O} . Linsens position i linsplanet fungerar som gemensamt centrum, och alla vektorer och vinklar utgår från siktlinjen genom linsen; vektorn \vec{s} (s i bilden) anger källans position i förhållande till linsen och vektorn \vec{r} (r i bilden) anger det minsta avståndet vid vilket ljusstrålen passerar linsen ("point of closest approach") i linsplanet. (Vinklarna θ_r och θ_s motsvarar θ_L och θ_S och specificer-

¹⁶ Peacock, s.102f; Petters, s.30, 43, 82-87

rar ljuskällans synbara respektive verkliga position på himlavalvet. Avstånden $d_L, d_{L,S}$ och d_S motsvarar $D_L, D_{L,S}$ respektive D_S . Planen L och S är parallella med varandra och vinkelräta mot siktlinjen.)

En stark lins ("strong lens") avbildar en källa som en uppsättning separata bilder vars synbara positioner \vec{r} i linsplanet bestäms av den s.k. *linsekvationen* ("lens equation")

$$\vec{s} = \frac{D_S}{D_L} \vec{r} - D_{L,S} \vec{\alpha}(\vec{r}),$$

där $\vec{\alpha}(\vec{r})$ är den s.k. *böjningsvektorn*, vars absolutbelopp $\alpha(\vec{r})$ är böjningsvinkeln.

Om ett massivt objekt är tillräckligt litet i förhållande till dess Einsteinradie θ_E kan det betraktas som punktformigt. En punktmassa med massan M som fungerar som lins har böjningsvektorn

$$\vec{\alpha}(\vec{r}) = \frac{4GM}{c^2} \frac{\vec{r}}{r^2}, \text{ där } r = |\vec{r}|,$$

och har därmed linsekvationen

$$\vec{s} = \vec{r} \left(\frac{D_S}{D_L} - D_{L,S} \frac{4GM}{c^2 r^2} \right).$$

Vi inför nya dimensionslösa variabler enligt $\vec{x} = \vec{r}/D_L$ och $\vec{y} = \vec{s}/D_S$, och skriver om punktmassans linsekvation:

$$D_S \vec{y} = D_L \vec{x} \left(\frac{D_S}{D_L} - D_{L,S} \frac{4GM}{c^2 D_L^2 x^2} \right)$$

$$\vec{y} = \vec{x} \left(1 - \frac{D_L D_{L,S}}{D_S} \frac{4GM}{c^2 D_L^2 x^2} \right) = \vec{x} \left(1 - \frac{D_{L,S}}{D_S D_L} \frac{4GM}{c^2} \frac{1}{x^2} \right) = \vec{x} \left(1 - \frac{\theta^2}{x^2} \right),$$

där $\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{L,S}}{D_S D_L}}$ är punktmassans Einsteinradie och $x = |\vec{x}|$.

I det generella fallet har linsekvationen två lösningar; det uppstår två bilder i linsplanet med varsin position

$$\vec{x}_1 = \frac{1}{2} \left(y + \sqrt{y^2 + 4\theta_E^2} \right) \vec{e}_s \text{ och } \vec{x}_2 = \frac{1}{2} \left(y - \sqrt{y^2 + 4\theta_E^2} \right) \vec{e}_s,$$

där \vec{e}_s är en enhetsvektor och $y = |\vec{y}|$.

Varje bild bidrar till den totala förstärkningen av källan, och varje bilds individuella förstärkning ges av

$$\mu_{\bar{y}}(\bar{x}) = \frac{1}{|J|},$$

där $J = \det\left(\frac{\partial y_i}{\partial x_i}\right)$ är linsekvationens funktionaldeterminant, utvärderad i den punkt där bilden uppstår.

Den totala förstärkningen i en punktformig lins ges av summan av de individuella bildernas förstärkning.

Förstärkningen av bilderna blir

$$\mu(\bar{x}_1) = \frac{1}{1 - (\theta_E/x_1)^4} \text{ respektive } \mu(\bar{x}_2) = \frac{1}{(\theta_E/x_2)^4 - 1},$$

där $x_1 = |\bar{x}_1|$ och $x_2 = |\bar{x}_2|$.

Den totala förstärkningen kan då skrivas

$$\mu = \mu(\bar{x}_1) + \mu(\bar{x}_2) = \frac{y^2 + 2\theta_E^2}{y\sqrt{y^2 + 4\theta_E^2}}.$$

Vi definierar den s.k. ”impact-parametern” $u = \frac{y}{\theta_E}$, vinkelavståndet mellan

linsen och källan med Einsteinradien som enhet. Då kan vi skriva om ekvationen för den totala förstärkningen:

$$\mu = \frac{u^2 + 2}{u\sqrt{u^2 + 4}}.$$

Detta uttryck har alltid ett värde större än 1, eftersom $u > 0$. (Förstärkningens värde är alltid ett dimensionslöst tal, eftersom förstärkningen vid gravitationslinseffekter definieras av en dimensionslös kvot.)¹⁷

”Microlensing”

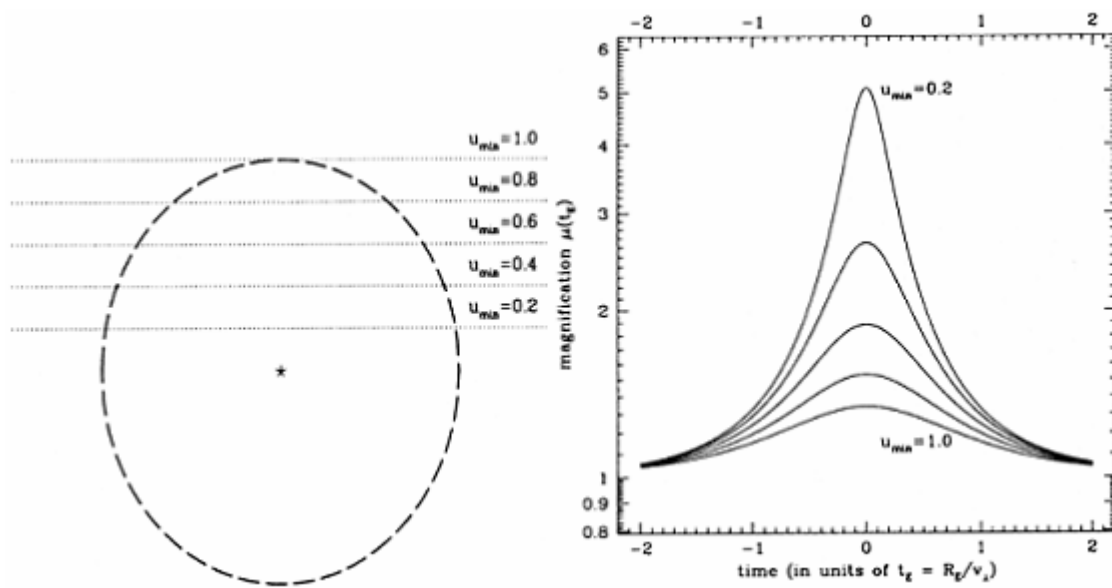
En starkt växande subdisciplin till ”strong lensing” är s.k. ”microlensing”. En *mikrolins* består av ett kompakt objekt, t.ex. en vit dvärg, en neutronstjärna eller ett svart hål, som är tillräckligt massivt för att skapa multipla bilder av en bakomliggande ljuskälla, men tillräckligt litet för att bilderna av källan och avstånden mellan dem ska bli så små att det är svårt att urskilja dem. ”Mikrobilderna” smälter ihop till en ”makrobild” vars

¹⁷ Petters, s.63f, 68, 77, 79, 85f; *Mathematics Handbook* s.230

ljusstyrka beror på den sammanlagda effekten från mikrobilderna – därav benämningen ”mikrolins”.

Kompakta objekt inom vår egen galax kan vara frön till sådana gravitationslinser. Bland annat har en hel del forskning ägnats åt potentiella kompakta objekt i galaxhalon: *MACHO* (”Massive Astrophysical Compact Halo Object”) – bruna dvärgar, vita dvärgar, neutronstjärnor och svarta hål som går i banor kring Vintergatans centrum och från och till passerar framför avlägsnare stjärnor och orsakar s.k. *dynamiska gravitationslinser*. När detta händer kommer bakgrundstjärnan att först bli ljusstarkare när linseffekten börjar förstärka dess ljus, nå ett maximum och därefter återgå till sin ursprungliga ljusstyrka när stjärnan och MACHO:n rör sig ifrån varandra igen. På så vis beskriver bakgrundsstjärnan en s.k. *ljuskurva* som visar hur stjärnans luminositet förändras med tiden under gravitationslinsens förlopp.

Det finns flera sätt att bestämma en MACHO:s egenskaper utifrån observationer av mikrolinser. Den karakteristiska tidsskalan (”event duration”) för ett linsförlopp (”lensing event”) är den tid det tar ett massivt objekt att tillryggalägga ett vinkelavstånd stort som dess Einsteinradie, sett från jorden, och beror på objektets massa och dess relativa hastighet gentemot bakgrundskällan. Ljuskurvan i sin tur har ett mycket karakteristiskt utseende som bidrar till att skilja ett MACHO-event från tidigare oupptäckta variabla stjärnor.



Schematisk bild av en mikrolins med olika impact-parametrar u och de resulterande ljuskurvorna. Bilden till höger visar fem olika passager mellan källa och lins (den streckade cirkeln är linsens Einsteinring), parametriserade av impact-parametern. Bilden till höger visar de associerade ljuskurvorna. Ju mindre impact-parametern är, desto närmare passerar källan linsen vid det minsta avståndet och desto större blir den maximala förstärkningen hos källan. Kurvans form är mycket karakteristisk för mikrolinsförlopp.

Tidsskalan definieras

$$t_E = \frac{R_E}{v_\perp},$$

där $R_E = D_L \theta_E$ är den linjära Einsteinradien ("linear Einstein radius") och v_\perp är den (relativa) transversella hastigheten mellan källa och lins.

Eftersom källan och linsen rör sig i förhållande till varandra blir impact-parametern en funktion av tid,

$$u(t) = \left(u_{\min}^2 + \left(\frac{t - t_{\max}}{t_E} \right)^2 \right)^{1/2},$$

där u_{\min} är det minsta avståndet under passagen och t_{\max} är den motsvarande tidpunkten (mätt hos observatören). Vid t_{\max} når förstärkningen sitt maximum. (Vi ser också att $u(t)$ är symmetrisk kring t_{\max} ; $u(t_{\max} - \Delta t) = u(t_{\max} + \Delta t)$.)

Den nedre gränsen för att en mikrolins uppstår brukar definieras genom att impact-parametern är mindre än eller lika med ett; d.v.s. $u_{\min} \leq 1$, vilket betyder att källan passerar linsen vid eller innanför linsens Einsteinradie θ_E .

Genom impact-parametern blir ekvationen för förstärkningen också en funktion av tid, $\mu(t) = f(u(t))$. Det minsta värde μ_{\max} kan anta bestäms av u_{\min} :s största möjliga värde, $u_{\min} = 1$:

$$\mu_{\max} = \frac{u_{\min}^2 + 2}{u_{\min} \sqrt{u_{\min}^2 + 4}} \geq \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{u^2 + 2}{u} \right) \geq \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(u + \frac{1}{u} \right) + \frac{1}{u} \right) \geq \frac{3}{\sqrt{5}}.$$

(Funktionen $f(u) = u + 1/u$ har ett globalt minimum $f(1) = 2$ i det öppna intervallet $]0, 1[$.)

Generellt har mer massiva linser större Einsteinradier och kan förstärka en bakgrundskälla under längre tid. Denna effekt kan också uppstå om linsen har en låg relativ hastighet.

Uttrycket för den linjära Einsteinradien ges av

$$R_E = D_L \theta_E = D_L \sqrt{\frac{4GM_L}{c^2} \left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right)},$$

så R_E beror på M_L enligt $R_E \propto \sqrt{M_L}$.

Uttrycket för tidsskalan ges av

$$t_E = \frac{R_E}{v_\perp},$$

så t_E är direkt proportionerlig mot R_E och omvänt proportionerlig mot v_{\perp} .¹⁸

Observationer

Möjligheten att använda gravitationslinser för att upptäcka/observera kompakta objekt i galaxhalon postulerades så tidigt som 1986 av B. Paczynski. Existensen av MACHOs postulerades som ett möjligt bidrag till den mörka delen av Vintergatans halo¹⁹, och flera forskningsprojekt har genomförts för att bekräfta, alternativt dementera denna teori. I nuläget betraktas ”MACHO-teorin” som i princip utdöd, men man kan dra ett antal intressanta slutsatser från forskningsresultaten.

I synnerhet tre stora forskningssamarbeten har bidragit till den mängd observationsmaterial som idag finns att tillgå: MACHO, EROS och OGLE. Medan OGLE fokuserade på observationer nära galaxens centrala delar, riktade MACHO och EROS sin uppmärksamhet mot det Stora Magellanska Molnet (”Large Magellanic Cloud”, LMC, en satellitgalax till Vintergatan). Trots att sannolikheten för att en enskild mikrolins ska uppstå är mycket liten har mer än 500 instanser av mikrolinser upptäckts sedan de första bekräftade observationerna 1993, och tidsskalan för MACHO-eventen varierar från omkring 30 till över 200 dagar. Åtminstone två observationer tros vara stellära svarta hål på 3-10 M_{sol} .

Statistiska analyser visar hittills att mellan 20 och 50 % av Vintergatans mörka halo skulle kunna utgöras av MACHOs med massor på 0,15-0,5 M_{sol} . Det finns ingen definitiv bevisning att det skulle röra sig om faktisk mörk materia, då dessa massor överensstämmer med lågmassiva ljussvaga stjärnor såsom större bruna dvärgar och gamla, avsvalnade vita dvärgar. Potentiella populationer av oupptäckta vita dvärgar begränsas ytterligare av villkoren för stjärnbildning och -död, bl.a. förekomsten av tyngre grundämnen i det interstellära och intergalaktiska mediet. Andra komplikationer inkluderar gravitationslinser som orsakas av stjärnor i LMC snarare än kompakta objekt i Vintergatans halo, vilket har varit föremål för kontroverser.

Framförallt har man funnit betydligt fler mikrolinser i riktning mot galaxcentrat än vad som förväntades, vilket i sig visar att Vintergatans struktur är betydligt mindre känd än man tidigare trott. Andra forskningssamarbeten har genomförts med avsikt att observera mikrolinser i riktning mot galaxen Andromeda²⁰ för att vidare undersöka Vintergatans egen halo och förhoppningsvis även kunna dra slutsatser om Andromedas halo.²¹

¹⁸ Ryden, s.140ff; Roos, s.69f; Peacock, s.118ff; Petters, s.14, 47, 91, 93f, 163f; Padmanabhan, s.204f, 583; Freedman, s.619f

¹⁹ Den främsta konkurrerande teorin går ut på att den mörka materia är huvudsakligen ickebaryonisk och utgörs av mycket massiva partiklar som likt neutroner endast interagerar med övrig materia genom den svaga kärnkraften. Denna (hittills hypotetiska) typ av materia har getts benämningen *Weakly Interacting Massive Particles* – ”WIMPs”. Förkortningen ”MACHO” myntades ursprungligen som ett humoristiskt motdrag. (Ryden, s.144f)

²⁰ Bl.a. POINT-AGAPE och WeCAPP; <http://www.ing.iac.es/PR/SH/SH2006/agape.html>, <http://www.usm.uni-muenchen.de/people/arri/wecapp.html>

²¹ Ryden, s.142; Petters, s.145, 159ff, 163f; Padmanabhan, s.582, 584f; *Optical Gravitational Lensing Experiment. OGLE-1999-BUL-32: the Longest Ever Microlensing Event – Evidence for a Stellar Mass Black Hole?; Gravitational Microlensing Events Due to Stellar Mass Black Holes; The Microlensing Event MACHO-99-BLG-*

Vi antar att vi observerar en population av MACHOs i riktning mot LMC, så avståndet till källorna kan sättas till medelavståndet till LMC,

$$D_S = 55 \text{ kpc.}$$

Vi skriver om uttrycket för R_E :

$$R_E = D_L \sqrt{\frac{4GM_L}{c^2} \left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right)} = \sqrt{\frac{4GM_L}{c^2} \left(D_L - \frac{D_L^2}{D_S} \right)}$$

och uttrycker D_L som en funktion av D_S , d.v.s. $D_L = xD_S$, där $0 < x < 1$:

$$R_E = \sqrt{\frac{4GM_L}{c^2} \left(xD_S - \frac{(xD_S)^2}{D_S} \right)} = \sqrt{\frac{4GM_L D_S}{c^2} x(1-x)}.$$

För givna värden på M_L och D_S kommer R_E att ha ett globalt maximum som bestäms av

$$\frac{d}{dx} \sqrt{x(1-x)} = 0,$$

d.v.s. $x = 1/2$. (Andraderivatan är negativ i $x = 1/2$.) Detta motsvarar en MACHO som ligger halvvägs mellan Jorden och LMC. Den synliga delen av galaxskivans utsträckning ges oftast en radie på ~ 15 kpc; den mörka halon tillskrivs vanligen det dubbla.²²

Nedan följer några tabeller som demonstrerar hur olika värden på M_L , D_L samt v_{\perp} kommer att påverka R_E respektive t_E .

(Den första kolumnen ger avståndet till MACHO:n; de följande två kolumnerna ger den linjära Einsteinradien i parsek resp. astronomiska enheter. De övriga tre kolumnerna ger tiden för linsförloppet för tre olika transversella hastigheter.)

$M_{\text{sol}} = 0,5$

t_E

D_L (kpc)	R_E (pc)	R_E (AU)	$v_{\perp} = 50$ (km/s)	$v_{\perp} = 100$ (km/s)	$v_{\perp} = 150$ (km/s)
15	0,0000323	6,66	230,65 dygn	115,32 dygn	76,88 dygn
20	0,0000349	7,19	249,13 dygn	124,56 dygn	83,04 dygn
25	0,0000361	7,45	257,87 dygn	128,94 dygn	85,96 dygn
27,5	0,0000363	7,48	258,94 dygn	129,47 dygn	86,31 dygn
30	0,0000361	7,45	257,87 dygn	128,94 dygn	85,96 dygn
35	0,0000349	7,19	249,13 dygn	124,56 dygn	83,04 dygn
40	0,0000323	6,66	230,65 dygn	115,32 dygn	76,88 dygn

22/OGLE-1999-BUL-32: An Intermediate Mass Black Hole, or a Lens in the Bulge; Recent Microlensing Results from the MACHO Project;

²² Ryden, s.140; Roos, s.44; Freedman, s.618f, 620, 643; *The Large Magellanic Cloud* (webbsida)

$M_{\text{sol}} = 1$ t_E

D_L (kpc)	R_E (pc)	R_E (AU)	$v_{\perp} = 50$ (km/s)	$v_{\perp} = 100$ (km/s)	$v_{\perp} = 150$ (km/s)
15	0,0000457	9,42	326,18 dygn	163,09 dygn	108,73 dygn
20	0,0000493	10,17	352,32 dygn	176,16 dygn	117,44 dygn
25	0,0000511	10,53	364,68 dygn	182,34 dygn	121,56 dygn
27,5	0,0000513	10,57	366,20 dygn	183,10 dygn	122,07 dygn
30	0,0000511	10,53	364,68 dygn	182,34 dygn	121,56 dygn
35	0,0000493	10,17	352,32 dygn	176,16 dygn	117,44 dygn
40	0,0000457	9,42	326,18 dygn	163,09 dygn	108,73 dygn

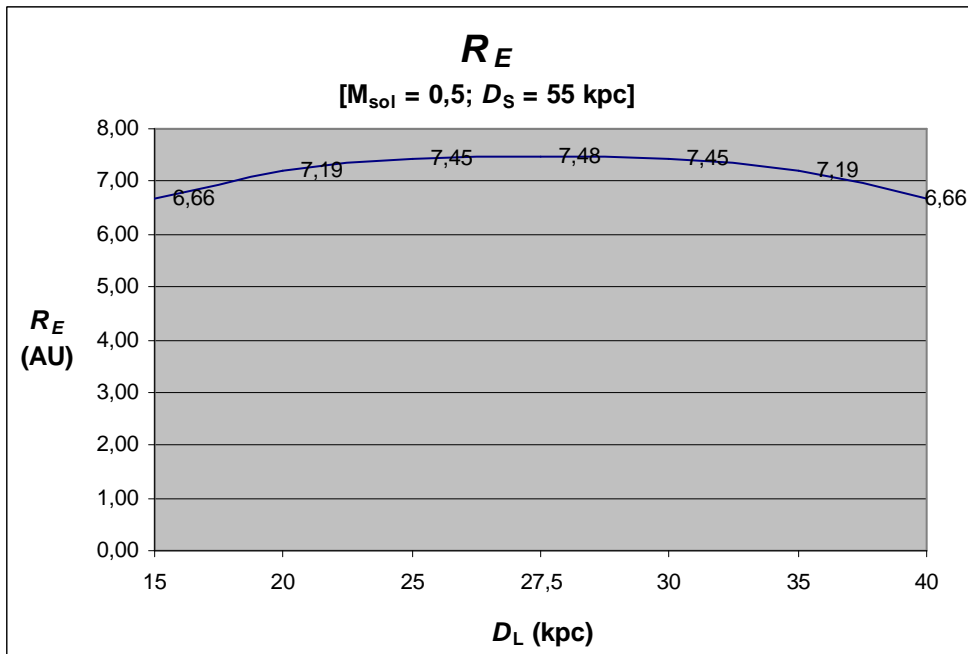
 $M_{\text{sol}} = 5$ t_E

D_L (kpc)	R_E (pc)	R_E (AU)	$v_{\perp} = 50$ (km/s)	$v_{\perp} = 100$ (km/s)	$v_{\perp} = 150$ (km/s)
15	0,000102	21,06	729,37 dygn	364,68 dygn	243,12 dygn
20	0,000110	22,75	787,81 dygn	393,90 dygn	262,60 dygn
25	0,000114	23,55	815,46 dygn	407,73 dygn	271,82 dygn
27,5	0,000115	23,65	818,85 dygn	409,42 dygn	272,95 dygn
30	0,000114	23,55	815,46 dygn	407,73 dygn	271,82 dygn
35	0,000110	22,75	787,81 dygn	393,90 dygn	262,60 dygn
40	0,000102	21,06	729,37 dygn	364,68 dygn	243,12 dygn

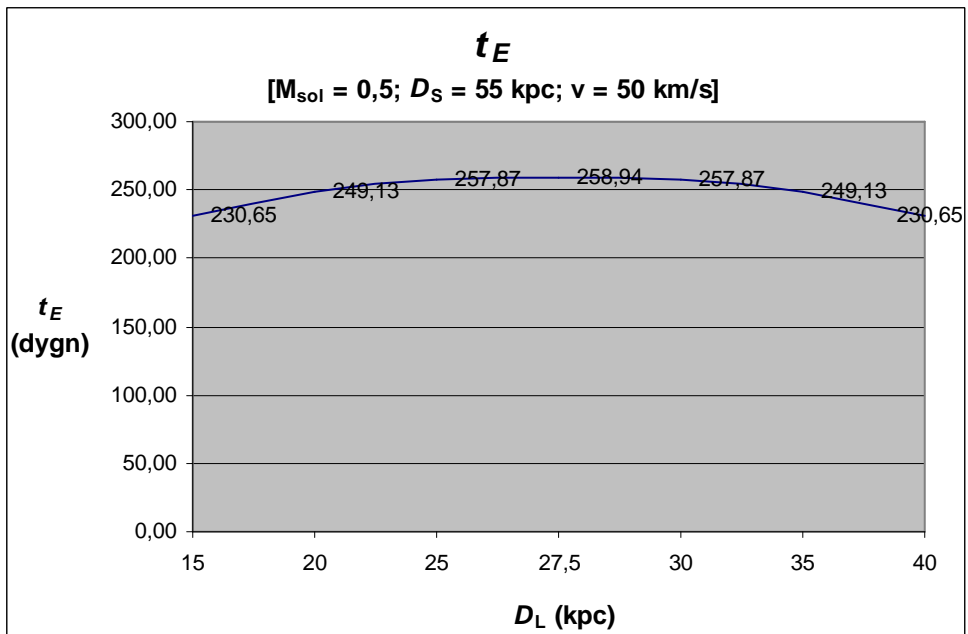
 $M_{\text{sol}} = 10$ t_E

D_L (kpc)	R_E (pc)	R_E (AU)	$v_{\perp} = 50$ (km/s)	$v_{\perp} = 100$ (km/s)	$v_{\perp} = 150$ (km/s)
15	0,000144	29,79	1 031,48 dygn	515,74 dygn	343,83 dygn
20	0,000156	32,17	1 114,13 dygn	557,06 dygn	371,38 dygn
25	0,000161	33,30	1 153,23 dygn	576,62 dygn	384,41 dygn
27,5	0,000162	33,44	1 158,03 dygn	579,01 dygn	386,01 dygn
30	0,000161	33,30	1 153,23 dygn	576,62 dygn	384,41 dygn
35	0,000156	32,17	1 114,13 dygn	557,06 dygn	371,38 dygn
40	0,000144	29,79	1 031,48 dygn	515,74 dygn	343,83 dygn

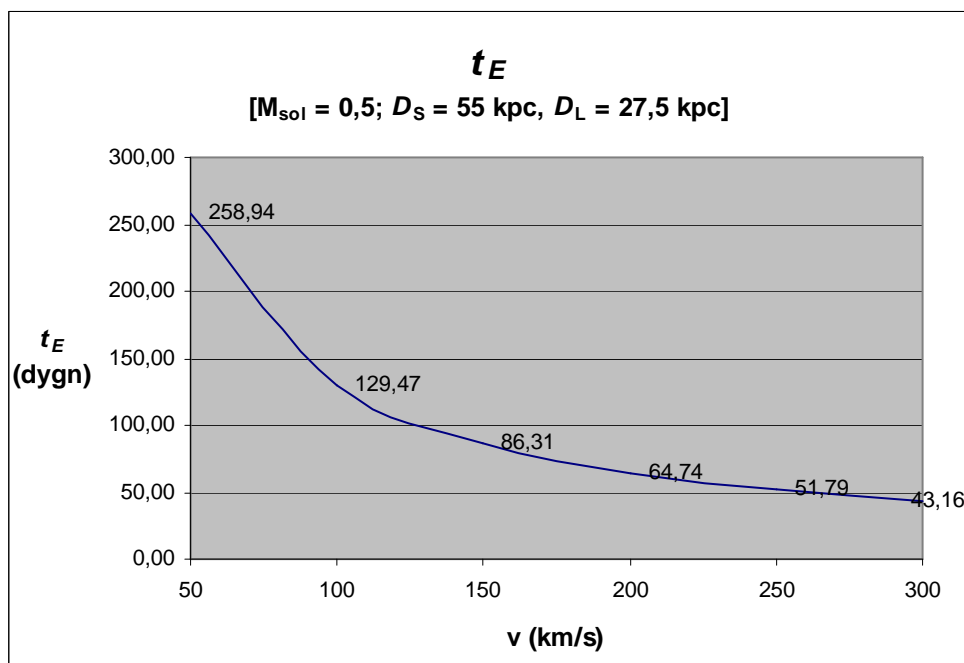
Einsteinradiens analytiska egenskaper med avseende på D_L åskådliggörs i grafen nedan. ($D_S = 55$ kpc). Vi ser hur R_E når maximum när $D_L = \frac{1}{2} D_S$.



Eftersom t_E är direkt proportionerlig mot R_E , kommer t_E att uppvisa liknande egenskaper med avseende på D_L . Se graf nedan ($D_S = 55$ kpc).



Slutligen är t_E omvänt proportionerlig mot v_{\perp} , vilket demonstreras i grafen nedan ($D_S = 55$ kpc). Vi ser att t_E har det starkaste beroendet på v_{\perp} vid låga v , vilket är att förvänta i en omvänd proportionalitet.



För att dessa ekvationer ska ha relevans i ett faktiskt observationsscenario, är det viktigt att analysera hur beräkningarna påverkas av felmarginaler.

Uttrycket för den linjära Einsteinradien ges av

$$R_E = D_L \sqrt{\frac{4GM_L}{c^2} \left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right)}.$$

Vi antar att osäkerheterna i D_S och D_L är slumpmässiga och oberoende av varandra. Osäkerheten δR_E ges då av

$$\delta R_E = \sqrt{\left(\frac{\partial R_E}{\partial D_S} \delta D_S \right)^2 + \left(\frac{\partial R_E}{\partial D_L} \delta D_L \right)^2}.$$

Vi sätter $C_1 = \frac{4GM_L}{c^2}$, d.v.s. $R_E = D_L \sqrt{C_1 \left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right)}$.

Massan M_L betraktas här som konstant, så C_1 är därmed också en konstant. Vi har:

$$\frac{\partial R_E}{\partial D_S} = \frac{\partial}{\partial D_S} \left(D_L \sqrt{C_1 \left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right)} \right) = C_1^{1/2} D_L \frac{\partial}{\partial D_S} \left(\left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right)^{1/2} \right) =$$

$$= \frac{C_1^{1/2} D_L \left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right)^{-1/2}}{2D_S^2}$$

och

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_E}{\partial D_L} &= \frac{\partial}{\partial D_L} \left(D_L \sqrt{C_1 \left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right)} \right) = C_1^{1/2} \frac{\partial}{\partial D_L} \left(D_L \left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right)^{1/2} \right) = \\ &= C_1^{1/2} \left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right)^{1/2} \frac{D_S - 2D_L}{2(D_S - D_L)}. \end{aligned}$$

δR_E kvadreras (för att eliminera rotuttrycken) och de respektive uttrycken för $\partial R_E / \partial D_L$ och $\partial R_E / \partial D_S$ sätts in:

$$\begin{aligned} \delta R_E^2 &= \left(\frac{\partial R_E}{\partial D_S} \delta D_S \right)^2 + \left(\frac{\partial R_E}{\partial D_L} \delta D_L \right)^2 = \left(\frac{\partial R_E}{\partial D_S} \right)^2 \delta D_S^2 + \left(\frac{\partial R_E}{\partial D_L} \right)^2 \delta D_L^2 = \\ &= \frac{C_1 D_L^2}{4D_S^4} \left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right)^{-1} \delta D_S^2 + C_1 \left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right) \frac{(D_S - 2D_L)^2}{4(D_S - D_L)^2} \delta D_L^2 = \\ &= \frac{C_1 D_L^3}{4D_S^3 (D_S - D_L)} \delta D_S^2 + C_1 \left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right) \frac{(D_S - 2D_L)^2}{4(D_S - D_L)^2} \delta D_L^2. \end{aligned}$$

R_E kvadreras och vi bestämmer uttrycket för $\delta R_E / R_E$ (den relativa osäkerheten i R_E):

$$R_E^2 = C_1 D_L^2 \left(\frac{1}{D_L} - \frac{1}{D_S} \right);$$

$$\left(\frac{\delta R_E}{R_E} \right)^2 = \left(\frac{\partial R_E}{\partial D_S} / R_E \right)^2 \delta D_S^2 + \left(\frac{\partial R_E}{\partial D_L} / R_E \right)^2 \delta D_L^2;$$

$$\left(\frac{\partial R_E}{\partial D_S} / R_E \right)^2 = \frac{D_L^2}{4D_S^2 (D_S - D_L)^2},$$

$$\left(\frac{\partial R_E}{\partial D_L} / R_E \right)^2 = \frac{(D_S - 2D_L)^2}{4D_L^2 (D_S - D_L)^2};$$

$$\left(\frac{\delta R_E}{R_E} \right)^2 = \frac{D_L^2}{4D_S^2 (D_S - D_L)^2} \delta D_S^2 + \frac{(D_S - 2D_L)^2}{4D_L^2 (D_S - D_L)^2} \delta D_L^2 =$$

$$= \frac{D_L^2}{4(D_S - D_L)^2} \left(\frac{\delta D_S}{D_S} \right)^2 + \frac{(D_S - 2D_L)^2}{4(D_S - D_L)^2} \left(\frac{\delta D_L}{D_L} \right)^2;$$

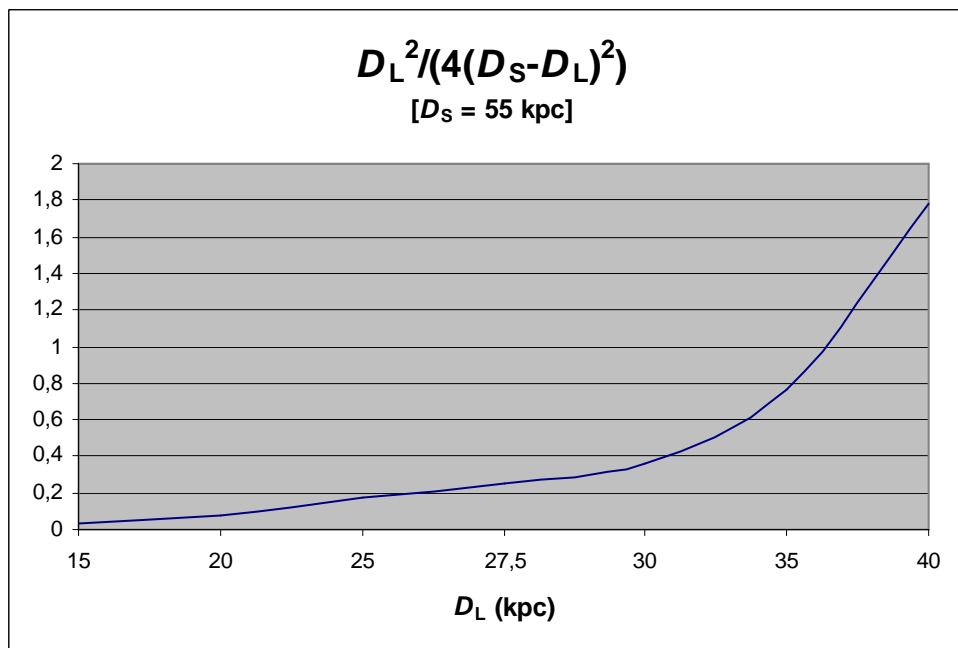
$$\frac{\delta R_E}{R_E} = \sqrt{\frac{D_L^2}{4(D_S - D_L)^2} \left(\frac{\delta D_S}{D_S} \right)^2 + \frac{(D_S - 2D_L)^2}{4(D_S - D_L)^2} \left(\frac{\delta D_L}{D_L} \right)^2}.$$

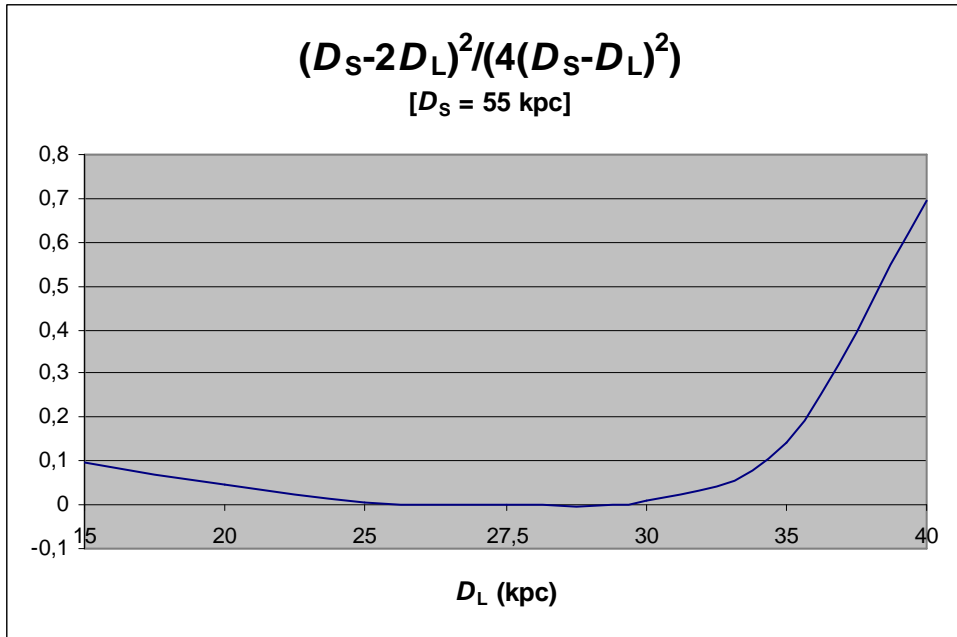
Om $\delta D_S/D_S$ och $\delta D_L/D_L$ är förhållandevis små, kommer de att bidra till att minska den relativa osäkerheten i R_E . Det återstår att uppskatta hur deras respektive koefficienter påverkar det sammanlagda uttrycket. Vi sätter $D_S = 55$ kpc (som i exemplet ovan) och beräknar de båda koefficienterna för olika värden på D_L . Resultaten visas i tabellen och graferna nedan. Observera att koefficienterna är enhetslösa.

(Den första kolumnen ger avståndet till mikrolinsen; den andra kolumnen ger värdena för den första koefficienten ovan, och den tredje kolumnen ger värdena för den andra koefficienten.)

$D_S = 55$ kpc

D_L (kpc)	$D_L^2/(4(D_S - D_L)^2)$	$(D_S - 2D_L)^2/(4(D_S - D_L)^2)$
15	0,03515625	0,09765625
20	0,081632653	0,045918367
25	0,173611111	0,006944444
27,5	0,25	0
30	0,36	0,01
35	0,765625	0,140625
40	1,777777778	0,694444444





Genom att sätta $D_L = xD_S$ ($0 < x < 1$) kan vi tydligare åskådliggöra koefficienternas beteende på analytisk form. Vi får

$$\frac{D_L^2}{4(D_S - D_L)^2} = \frac{x^2}{4(1-x)^2} \quad \text{och} \quad \frac{(D_S - 2D_L)^2}{4(D_S - D_L)^2} = \frac{(1-2x)^2}{4(1-x)^2}.$$

Det första uttrycket är strängt växande på det öppna intervallet]0, 1[medan det andra har ett globalt minimum vid $x = 1/2$. Därigenom ser vi att graferna ovan är karakteristiska för koefficienternas beteende med avseende på D_L för fixa D_S .

Så länge koefficienterna är < 1 kommer de att bidra till att minska den relativa osäkerheten i R_E . Vi ser i graferna ovan att D_L :s bidrag blir dominerande vid avstånd kring 30-35 kpc och uppåt, främst i koefficienten till $\delta D_S/D_S$. För koefficienten till $\delta D_L/D_L$ blir D_L signifikant först vid ~ 40 kpc. Båda dessa intervall rör dock objekt som befinner sig i den mörka halons extrema ytterkant, nästan gränsande till LMC:s omgivning (om man sätter Vintergatans haloradie till ~ 30 kpc).

Den karakteristiska tidsskalan t_E ges av

$$t_E = \frac{R_E}{v_{\perp}}.$$

Vi antar återigen att osäkerheterna är slumpmässiga och oberoende av varandra. Då ges den relativa osäkerheten i t_E av

$$\frac{\delta t_E}{t_E} = \sqrt{\left(\frac{\delta R_E}{R_E}\right)^2 + \left(\frac{\delta v_{\perp}}{v_{\perp}}\right)^2}.$$

Återigen, om de relativa osäkerheterna i R_E och v_{\perp} kan begränsas, kommer likaledes osäkerheten i t_E att kunna kontrolleras.²³

De resultat som hittills bekräftats räcker inte för att helt förklara den mörka halons natur, men demonstrerar icke desto mindre att ”microlensing” kan vara ett kraftfullt verktyg för att upptäcka astrofysiska objekt som annars skulle vara mycket svåra att observera.

Svarta hål

Svarta hål hör till de mest undflyende astrofysiska objekten att observera. Ett svart hål är inte en fysisk kropp i vanlig mening, men kan liknas vid ett massivt objekt med så stark gravitation att inte ens ljus kan undkomma. Av uppenbara skäl emitterar svarta hål inget eget ljus; man kan endast konstatera deras existens utifrån deras effekt på sin närmaste omgivning.

Svarta hål är en konsekvens av Einsteins allmänna relativitetsteori och har länge varit föremål för spekulation. De postulerades i mitten av 1910-talet när den tyske matematikern Karl Schwarzschild fann en stationär lösning till Einsteins fältekvationer som beskriver rumtiden kring en punktmassa. Schwarzschild upptäckte att om en massiv kropp är helt innesluten innanför en viss radie, *Schwarzschildradien*, kommer ingenting att kunna lämna systemet – rumtidens krökning är för extrem. Schwarzschildradien kallas därför också för *händelsehorisont*, eftersom inga händelser kan fortplantas från det svarta hålets interiör till dess omgivning. Ett svart hål är ”avskuret” från den omgivande rumtiden; därav namnet ”svart hål” som myntades av John Wheeler i slutet på 60-talet.

Ett svart hål i dess enklaste form – ett s.k. *Schwarzschild-hål* – beskrivs helt och hållet av dess massa som i sin tur bestämmer händelsehorisonten, det svarta hålets utsträckning i rymden. I det svarta hålets mitt finns en singularitet, en punkt med oändligt täthet och oändligt krökt rumtid. Förutom massa kan ett svart hål ha rotation och laddning, men modellen med laddning ses idag som en matematisk kuriositet eftersom ett laddat svart hål bör neutraliseras tämligen snabbt genom att dra till sig materia med motsatt laddning. Den mest generella modellen av ett svart hål inkluderar massa och rotation, ett s.k. *Kerr-hål*.

Svarta hål antas bildas när massiva stjärnor har förbrukat sitt kärnbränsle och kollapsar under sin egen tyngd. Stjärnor som solen fusionerar väte till helium och helium till kol, för att därefter kasta av de yttre lagren och lysa vidare som vita dvärgar stora som jorden. Materien i en vit dvärg är *degenererad*; atomerna är så tätt packade som elektronernas kvantmekaniska egenskaper tillåter, en egenskap som kallas Paulis princip²⁴,

²³ Taylor, s.34f, 78f; *Physics Handbook*; *Mathematics Handbook*

²⁴ Elektroner är s.k. *fermioner*, som endast kan uppta ett kvantmekaniskt tillstånd åt gången. När fermioner packas tätt tillsammans, tvingas de in i successivt högre kvanttillstånd eftersom de lägsta energitillstånden redan är ”upptagna” av de fermioner som ”ockuperar” dem. Detta är orsaken till det s.k. *degenerationstrycket*.

vilket alstrar ett starkt tryck som stabiliserar den vita dvärgen oberoende av dess temperatur. På grund av relativistiska effekter finns det en övre gräns för hur stor massa detta degenerationstryck kan upprätthålla: den s.k. *Chandrasekhar massan*, $1,44 M_{\text{sol}}$.

Massivare stjärnor kan fusionera kol till tyngre grundämnen i successivt energirikare sessioner, tills neutralt järn (Fe) bildas. Järn är för stabilt för att kunna fusioneras till ännu tyngre ämnen, och därför ansamlas en kärna av inaktivt järn i stjärnans mitt. När denna järnkärna överskrider Chandrasekhar massan, kollapsar den och omvandlas till en neutronstjärna när elektronerna och protonerna i järnatomerna smälter ihop med varandra. Eftersom neutroner också lyder under Paulis princip utvecklar de ett degenerationstryck liknande det i en vit dvärg, men en neutronstjärna kan ha en massa på upp till $2-3 M_{\text{sol}}$, den s.k. *Landau-Oppenheimer-Volkoff-gränsen*²⁵. Resten av den kollapsande stjärnan studsar bokstavligen talat av från den betydligt tätare neutronstjärnan och slungas ut igen i en supernova av typ Ib, Ic eller II. (Ia-supernovor uppstår när en vit dvärg ackreerar materia från en kompanjon och överstiger Chandrasekhar massan, varvid dvärgen slits i stycken av en okontrollerad fusionsexplosion.) Samtliga grundämnen tyngre än järn har bildats i supernovor.

Man känner idag inte till någon process som kan stabilisera större massor än Landau-Oppenheimer-Volkoff-gränsen. Om stjärnan är tillräckligt massiv för att dess centrala delar (där nästan all fusion sker) ska överstiga massgränsen för neutronstjärnor, är det därför naturligt att anta att stjärnan kollapsar till ett svart hål när fusionen avstannar. Även neutronstjärnor som befinner sig i binära system kan bli svarta hål om de ackreerar tillräckligt mycket materia från kompanjonen för att överskrida massgränsen.

Det är av uppenbara skäl lättast att upptäcka och observera ett svart hål som befinner sig i ett binärt system med en synlig kompanjon, eftersom det svarta hålets närvaro oundvikligen kommer att påverka dess synliga kompanjon. Gravitationen får materia från kompanjonen att dras in och samlas kring det svarta hålet i en roterande ackretionsskiva, varvid materialet genom friktion hettas upp till tillräckligt höga temperaturer för att emittera röntgenstrålning. Majoriteten av alla svarta hål som bekräftats har upptäckts genom dessa röntgenkällor. I regel kan man konstatera att om ett binärt system innehåller en röntgenstrålande kompakt kompanjon med större massa än $3 M_{\text{sol}}$ så är den med största sannolikhet ett svart hål.²⁶

Svarta hål i galaxhalon

Idag främjar stjärnbildningen stjärnmassor på upp till $\sim 100 M_{\text{sol}}$, främst p.g.a. *metalliciteten* – ansamlingen av grundämnen tyngre än väte och helium i de interstellära gasmoln där stjärnbildning fortskrider. Varje generation stjärnor bidrar till de kosmiska förekomsterna av tyngre grundämnen, vilket successivt berikar nybildade stjärnor och leder till att förändra stjärnornas evolution, eftersom det allt högre innehållet av tyngre

²⁵ Den exakta siffran är okänd, eftersom man ännu inte har funnit en komplett beskrivning av tillståndsekvationen hos en neutronstjärnas interiör.

²⁶ Roos, s.14f, 71f, 74f, 77f; Peacock, s.51f, 56ff, 59f

grundämnen förändrar förutsättningarna för bildandet av protostjärnor och deras vidare utveckling. Den nuvarande generationen stjärnor (däribland vår egen sol) kallas gemensamt för *population I*. Den föregående generationen vars nukleosyntes ledde till dagens metalliciteter kallas för *population II*. Observationer av pop-II-stjärnor visar att sådana stjärnor har betydligt lägre metallinnehåll än stjärnor liknande solen.

Vintergatans globala struktur består bl.a. av s.k. *klotformiga stjärnhopar* som ligger spridda i galaxhalon kring galaxens centrala delar men genom sina starkt elliptiska, vinklade banor kan återfinnas ända ut till 100 000 ljusår från galaxens centrum och bortom. Dessa stjärnhopar består huvudsakligen av gamla, metallfattiga pop-II-stjärnor, och stjärnbildningen i dem har sedan länge avstannat. De flesta stjärnorna i halon är dock ensamma pop-II-stjärnor i isolerade banor som går i slumpmässiga vinklar mot galaxskivan, på samma sätt som de klotformiga stjärnhoparna.

Av särskilt intresse är den ”ursprungligaste” generationen stjärnor, *population III*, som innehåller de första stjärnorna som bildades och därigenom bestod nästan helt av den grundämnessammansättning som rådde precis efter nukleosyntesen i Big Bang – väte och helium, helt utan de metallförekomster som råder idag. Stjärnor av detta slag kan växa sig betydligt större än stjärnor av dagens metallicitet innan de träder in på huvudserien (då en stjärna är tillräckligt varm och tät i centrum för att kunna upprätthålla och kontrollera fusion av väte till helium); ofta i storleksordningen $\sim 100\text{--}1000 M_{\text{sol}}$. På grund av den stora massan kommer sådana stjärnor att ha mycket kort livstid då fusionprocesserna kommer att fortgå mycket snabbt. De påverkas också av olika destabiliserande processer som uppkommer av det oerhörda trycket och temperaturen i stjärnans inre, och de flesta pop-III-stjärnor bör ha slitits itu fullständigt²⁷ och helt återbördat sitt syntetiserade material till det interstellära mediet.

Om stjärnan är tillräckligt massiv ($>300 M_{\text{sol}}$) kommer den att vara för tung för att en explosion som ovan ska kunna bryta den gravitationella bindningsenergin. Dessa stjärnor, som ska ha bildats i de första ”proto-halorna” (föregångarna till dagens galaxhalor) bör ha kollapsat fullständigt till motsvarande massiva svarta hål.²⁸ Sådana svarta hål skulle – på samma sätt som MACHOs – kunna observeras genom ”microlensing” mot bakgrundsstjärnor och -galaxer.²⁹

Vi föreställer oss ett massivt svart hål ($500 M_{\text{sol}}$) i bana i Vintergatans halo, som fungerar som gravitationslins till en bakgrund av stjärnor i Stora Magellanska Molnet (LMC). Det svarta hålets (linjära) Einsteinradie bestäms av avståndet till det svarta hålet, avståndet till bakgrundsstjärnan samt det svarta hålets massa.

Uttrycket för det svarta hålets linjära Einsteinradie ges av

²⁷ ”*Pair instability supernova*”; temperaturen i stjärnans inre är tillräckligt hög för att högenergifotoner ska förbrukas genom produktion av partikel-antipartikelpar. Detta sänker trycket som fotonerna utövar, vilket får stjärnan att dras samman och fusionen att löpa amok tills hela stjärnan exploderar.

²⁸ Roos, s.44; Peacock, s.387, 389f; Freedman, s.510, 512, 609ff, 734; *Massive black hole remnants of the first stars I; Pair Instability Supernovae and Hypernovae; Globular Star Clusters* (webbsida)

²⁹ Roos, s.44; Freedman, s.620, 643; *Physics Handbook; The Large Magellanic Cloud* (webbsida); *Globular Star Clusters* (webbsida)

$$R_E = D_{bh} \theta_E = D_{bh} \sqrt{\frac{4GM_{bh}}{c^2} \left(\frac{1}{D_{bh}} - \frac{1}{D_S} \right)}.$$

Vi sätter $M_{bh} = 500 M_{sol}$.

Eftersom källan antas ligga i LMC, kan vi sätta D_S till medelavståndet till LMC,

$$D_S = 55 \text{ kpc}.$$

Linsen antas vara ett massivt svart hål bildat av en pop-III-stjärna, alternativt associerad med en klotformig stjärnhop. Ju längre ut i halon linsen ligger, desto mindre är sannolikheten att den har haft kontakt med galaxskivan genom sin omlopps bana. Vi antar att linsen befinner sig på ett avstånd utanför galaxskivan men inom halon,

$$D_{bh} = 20 \text{ kpc}.$$

Då har vi:

$$R_E = 20 \sqrt{4 \cdot 500 M_{sol} \cdot \frac{G}{c^2} \left(\frac{1}{20 \text{ kpc}} - \frac{1}{55 \text{ kpc}} \right)} \text{ kpc} \approx 0,0011 \text{ pc} \approx 228$$

AU.

(Jämför vi med avstånden till källa och lins, som är i storleksordningen 100 000 AU, ser vi att mikrolinsscenarioet är en god approximation. Vidare ser vi att θ_E kommer att vara i storleksordningen 10^{-8} rad.)

Den karakteristiska tidsskalan t_E ges av

$$t_E = \frac{R_E}{v_{\perp}}.$$

De klotformiga stjärnhoparna har vanligtvis tangentiella hastigheter på flera hundra km/s i förhållande till vårt solsystem. Eftersom dessa stjärnhopar är relikter från Vintergatans ungdom, kan vi anta att de individuella halostjärnorna och deras eventuella kompakta efterlämningar har liknande hastigheter.

Vi sätter $v_{\perp} = 250 \text{ km/s}$ och får

$$t_E = \frac{R_E}{v_{\perp}} \approx 1 \text{ 576 dagar (4,32 år)}.$$

Dessa *intermediära svarta hål* ("intermediate black hole") kan vara allt från 300 till 1000 M_{sol} stora. Genom en serie beräkningstabeller kan vi åskådliggöra hur R_E och t_E påverkas av avstånden till linserna och deras hastigheter.

(Den första kolumnen ger avståndet till det svarta hålet; de följande två kolumnerna ger den linjära Einsteinradien i parsek resp. astronomiska enheter. De övriga tre kolumnerna ger tiden för linsförloppet för tre olika transversella hastigheter.)

$M_{\text{sol}} = 100$

t_E

D_L (kpc)	R_E (pc)	R_E (AU)	$v_{\perp} = 200$ (km/s)	$v_{\perp} = 250$ (km/s)	$v_{\perp} = 300$ (km/s)
15	0,000457	94,19	815,46 dygn	652,37 dygn	543,64 dygn
20	0,000493	101,74	880,79 dygn	704,64 dygn	587,20 dygn
25	0,000511	105,31	911,71 dygn	729,37 dygn	607,81 dygn
27,5	0,000513	105,75	915,50 dygn	732,40 dygn	610,33 dygn
30	0,000511	105,31	911,71 dygn	729,37 dygn	607,81 dygn
35	0,000493	101,74	880,79 dygn	704,64 dygn	587,20 dygn
40	0,000457	94,19	815,46 dygn	652,37 dygn	543,64 dygn

$M_{\text{sol}} = 500$

t_E

D_L (kpc)	R_E (pc)	R_E (AU)	$v_{\perp} = 200$ (km/s)	$v_{\perp} = 250$ (km/s)	$v_{\perp} = 300$ (km/s)
15	0,00102	210,62	1 823,42 dygn	1 458,73 dygn	1 215,61 dygn
20	0,00110	227,50	1 969,52 dygn	1 575,61 dygn	1 313,01 dygn
25	0,00114	235,48	2 038,64 dygn	1 630,91 dygn	1 359,10 dygn
27,5	0,00115	236,46	2 047,12 dygn	1 637,70 dygn	1 364,75 dygn
30	0,00114	235,48	2 038,64 dygn	1 630,91 dygn	1 359,10 dygn
35	0,00110	227,50	1 969,52 dygn	1 575,61 dygn	1 313,01 dygn
40	0,00102	210,62	1 823,42 dygn	1 458,73 dygn	1 215,61 dygn

$M_{\text{sol}} = 1000$

t_E

D_L (kpc)	R_E (pc)	R_E (AU)	$v_{\perp} = 200$ (km/s)	$v_{\perp} = 250$ (km/s)	$v_{\perp} = 300$ (km/s)
15	0,00144	297,86	2 578,70 dygn	2 062,96 dygn	1 719,13 dygn
20	0,00156	321,73	2 785,32 dygn	2 228,25 dygn	1 856,88 dygn
25	0,00161	333,02	2 883,08 dygn	2 306,46 dygn	1 922,05 dygn
27,5	0,00162	334,41	2 895,06 dygn	2 316,05 dygn	1 930,04 dygn
30	0,00161	333,02	2 883,08 dygn	2 306,46 dygn	1 922,05 dygn
35	0,00156	321,73	2 785,32 dygn	2 228,25 dygn	1 856,88 dygn
40	0,00144	297,86	2 578,70 dygn	2 062,96 dygn	1 719,13 dygn

En mikrolins orsakad av ett massivt svart hål i galaxhalon kommer att ha en tidsskala på minst ett par år, upp till ~ 10 år. Vi ser också (både här och i det föregående exemplet) att ju tyngre det svarta hålet är, desto mer kommer tidsskalan att variera beroende på den transversala hastigheten vid fixa massor. Denna variation sker dock på skalor på minst ett år, vilket kan jämföras med MACHOs på $\leq 1 M_{\text{sol}}$ vars tidsskalor varierar från veckor till månader för identiska massor med olika hastigheter, i synnerhet vid låga v_{\perp} .

När den karakteristiska tidsskalan för en mikrolins blir jämförbar med den tid det tar jorden att fullborda ett varv runt solen (~ 300 dagar), måste man ta hänsyn till den fotometriska parallaxeffekten – jordens rörelse runt solen bidrar till gravitationslinssystemet med en hastighetsvektor som kan få källans synbara luminositet att variera utöver effekten från linsen. En svag parallaxeffekt motsvarar en låg transversal hastighet

och vice versa, vilket innebär att om en långvarig mikrolins har en stark parallaxeffekt så är dess relativa hastighet mot källan likaledes hög och linsens förlopp beror i första hand på dess Einsteinradie och därigenom dess massa. De instanser av mikrolinser från MACHO-projekten som idag betraktas som svarta hål bygger sin argumentation på detta samband.³⁰

En annan problematik med långa tidsskalor är när den massivare linsens effekt interagerar med mindre linsobjekt inom samma fält och rentav förstärker flera bakgrundsstjärnor samtidigt, vilket kan producera komplexa ljuskurvor med flera individuella maxima. Även om det förefaller otympligt med karakteristiska tidsskalor på flera år, finns det idag planer på att återuppta de observationsmetoder som användes under MACHO-eran, bl.a. genom nya, innovativa tekniska system såsom Pan-STARRS (*Panoramic Survey Telescope and Rapid Response System*) och LSST (*Large Synoptic Survey Telescope*) som idag är under uppbyggnad.

Pan-STARRS är huvudsakligen avsett att bevaka objekt i solsystemets nära omgivning som kan komma att utgöra astronomiska hot mot Jorden, medan LSST är tänkt att observera stjärnhimlen på jakt efter snabbt skiftande fenomen samt kartlägga stjärnhimlens dynamik under en tioårsperiod. Båda har gemensamt att de skall regelbundet övervaka stora områden av stjärnhimlen under lång tid samtidigt som de arbetar med hög precision. Det finns gott om intresse för dessa projekts potential att dynamiskt kunna utforska stora delar av stjärnhimlen, vilket kommer att ge goda möjligheter att upptäcka långvariga gravitationslinser och göra uppskattningar om fördelningen av populationer av ljussvaga objekt.³¹

III. Diskussion

Bakgrund

Vi har sett att observationer av galaxers rotation kombinerat med analyser av det totala energiinnehållet i universum samt nukleosyntesen under Big Bang avslöjar att det måste finnas en massiv komponent i universums struktur som inte kan observeras med någon form av elektromagnetisk strålning, men som icke desto mindre har en gravitationell inverkan på den synliga materien och på ljus. Denna ”mörka materia” är än så länge helt okänd och kan vara allt från konglomerat av ljussvaga objekt till någon typ av exotiska partiklar som vi idag inte har någon vetskap om. I och med att mörk materia hittills endast kunnat observeras genom dess gravitationella inverkan är teorier gällande gravitationsfenomen av stor vikt för att bestämma den mörka materiens utsträckning i universum och skaffa kunskap om dess struktur på lokala skalor.

³⁰ *Gravitational Microlensing: Black Holes, Planets – OGLE, VLTI, HST and Space Probes*

³¹ *Microlensing Explorations of Nearby Masses: From Planets to Black Holes; Pan-Starrs – Panoramic Survey Telescope & Rapid Response System* (webbsida); *LSST – Large Synoptic Survey Telescope* (webbsida)

Ett gravitationellt fenomen som fått stort genomslag under 90-talets andra hälft är *gravitationslinser*, d.v.s. hur ljus från en avlägsen källa böjs av i en massiv kropps gravitationsfält. Den massiva kroppen fungerar som en lins som förstärker ljuset från det avlägsnare objektet på ett mycket karakteristiskt sätt, vilket gör det möjligt att till viss del identifiera det objekt som orsakar ljusavböjningen. I synnerhet har s.k. ”*microlensing*” utvecklats till en allmänt accepterad observationsmetod och -teori.

Man har bl.a. föreslagit möjligheten att i detalj observera Vintergatans mörka halo mot fält av lättidentifierade bakgrundsstjärnor. De gravitationslinser som då skulle uppstå skulle i så fall avslöja om den mörka materian är jämnt utspridd eller samlad i klumpar, t.ex. olika typer av kompakta objekt som annars är mycket svåra – om inte omöjliga – att upptäcka med traditionella metoder: gamla vita dvärgar, ljussvaga bruna dvärgar och svarta hål. Dessa s.k. MACHOs (Massive Astrophysical Compact Halo Objects) tilldelades en ansevärd mängd intresse under slutet på 90-talet och början på 00-talet då man genom dem hoppades kunna förklara den mörka materien, men de observationella resultaten ledde slutligen till en dementerande av den teorin. Även om konceptet med MACHOs numera anses vara en död filosofi har observationsområdet icke desto mindre potential, främst genom det faktum att de resultat som uppkommit visar att vi har underskattat komplexiteten i galaxers globala struktur, i synnerhet vad gäller den mörka delen av galaxhalon.

Aktuella teorier kring den tidigaste stjärnbildningen gör gällande att ansevärd populationer av intermediära svarta hål med massor på 100-1000 M_{sol} bör ha bildats när den första generationen stjärnor förbrukade sitt fusionbränsle och kollapsade under sin egen tyngd till motsvarande massiva svarta hål. Dessa hypotetiska svarta hål bör idag finnas kvar i banor i dagens galaxhalor, inte olik de klotformiga stjärnhopar som är en vanligt förekommande komponent i utvecklade spiral- och stavspiralgalaxers omedelbara omgivning. ”*Microlensing*” kan användas för att observera dessa svarta hål.

Resultat

Via en genomgång av den grundläggande teorin om gravitationslinser har en enkel teoretisk studie utförts kring olika typer av MACHOs för att demonstrera egenskaperna hos de ekvationer som är centrala för gravitationslinser och de associerade optiska fenomenen. För bakgrundsstjärnorna valdes Stora Magellanska Molnet (LMC) som tidigare varit föremål för observation. Olika värden för Einsteinradien R_E (vilken karakteriseras av systemets fysiska uppbyggnad) och den karakteristiska tidsskalan (vilken karakteriserar ett mikrolins-event) t_E beräknades för olika MACHO-massor och hastigheter med vilka de associerade kompakta objekten bör röra sig i förhållande till vårt solsystem.

Vidare gjordes en grundläggande analys av hur beräkningarna kan påverkas av slumpmässiga fel i mätningarna av de relevanta avstånden i gravitationslinssystemen, vilket i sin tur påverkar R_E och t_E . Det framkom att slumpmässiga osäkerheter bör bli signifikanta först då linsen befinner sig på stort avstånd i förhållande till vårt solsystem.

stem. Den omedelbara konsekvensen av detta är att observationer i första hand bör inriktas på att eliminera systematiska fel såsom parallaxeffekter och optisk absorption.

Slutligen utfördes en studie av de egenskaper som en mikrolins orsakad av ett intermediärt svart hål på 300-1000 M_{sol} i bana i Vintergatans halo bör uppvisa mot en bakgrund av LMC-stjärnor. Även om dessa svarta hål bör ha höga hastigheter i förhållande till vårt solsystem, kommer sådana linser kommer att ha tidsförlopp på minst ett par år upp till ~ 10 år p.g.a. de genomgående extrema massorna.

Eftersom man ännu inte har en definitiv bild av hur mörk materia – både helt ”mörk” och ”ljussvag” – är fördelad över lokala storleksförhållanden krävs storskaliga observationsprojekt som måste övervaka stora delar av stjärnhimlen under lång tid för att ha en rimlig sannolikhet att upptäcka de karakteristiska signaler som indikerar den mörka materiens närvaro i Vintergatans omgivning. Fördelen med detta är att man på samma gång kommer att få tillgång till stora mängder data som innehåller goda möjligheter till att identifiera exotiska objekt vars existens är starka indikatorer för olika astrofysiska och kosmologiska teorier och som annars inte skulle kunna upptäckas i tid och/eller på en motsvarande skala – en förhoppning som delas av de kollaborationer som nu arbetar med att utveckla nästa generations observationsteknik. Om de lyckas, kommer deras framgång att vidare motivera till nya samarbeten i framtiden.

IV. Referenser

Litteratur

Ryden, Barbara; *Introduction to Cosmology*, Addison Wesley 2003

Roos, Matts; *Introduction to Cosmology – Third Edition*, John Wiley & Sons, Ltd 2003

Peacock, John A.; *Cosmological Physics*, Cambridge University Press 1999

Petters, A. O.; Levine, H.; Wambsganss, J.; *Singularity Theory and Gravitational Lensing*, Birkhäuser 2001

Padmanabhan, T.; *Theoretical Astrophysics – Volume III: Galaxies and Cosmology*, Cambridge University Press 2002

Freedman, Roger A., Kaufmann III, William J.; *Universe – Eighth Edition*, W.H. Freeman and Company, 2007

Taylor, John R.; *An Introduction to Error Analysis – second edition*, University Science Books 1997

Nordling, Carl; Österman, Jonny; *Physics Handbook for Science and Engineering*, Studentlitteratur 2004

Råde, Lennart; Westergren, Bertil; *Mathematics Handbook for Science and Engineering*, Studentlitteratur 2004

Övrigt

Shude Mao et al.; *Optical Gravitational Lensing Experiment. OGLE-1999-BUL-32: the Longest Ever Microlensing Event – Evidence for a Stellar Mass Black Hole?*, <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0108312v1>

D. P. Bennet et al; *Gravitational Microlensing Events Due to Stellar Mass Black Holes*, <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0109467v2>

D. P. Bennet et al; *The Microlensing Event MACHO-99-BLG-22/OGLE-1999-BUL-32: An Intermediate Mass Black Hole, or a Lens in the Bulge*, <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0207006v1>

P. Popowski et al; *Recent Microlensing Results from the MACHO Project*, <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0304464v1>

Hammer, Nicolay J.; *Pair Instability Supernovae and Hypernovae*, <http://www.mpa-garching.mpg.de/~hammer/lager/pair.pdf>

Islam, Rantý R.; Taylor, James E.; Silk, Joseph; *Massive black hole remnants of the first stars I*, <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0307171v1>

Paczynski, Bohdan; *Gravitational Microlensing: Black Holes, Planets – OGLE, VLTI, HST and Space Probes*, <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0306564v1>

Di Stefano, Rosanne; *Microlensing Explorations of Nearby Masses: From Planets to Black Holes*, <http://arxiv.org/abs/0712.3558>

Webbsidor

The POINT-AGAPE Survey; <http://www.ing.iac.es/PR/SH/SH2006/agape.html>, Javier Méndez (jma@ing.iac.es); senast ändrad 2009-01-08

WeCAPP – The Wendelstein Calar Alto Pixellensing Project; <http://www.usm.uni-muenchen.de/people/arri/wecapp.html>, Arno Riffeser (arri@usm.uni-muenchen.de); senast ändrad 2001-02-28

The Large Magellanic Cloud, LMC; <http://www.seds.org/messier/xtra/ngc/lmc.html>, Hartmut Frommert (messier102@gmail.com), Christine Kronberg (smil@clell.de); senast ändrad 2004-03-11

Globular Star Clusters; <http://www.seds.org/messier/glob.html>, Hartmut Frommert (messier102@gmail.com), Christine Kronberg (smil@clell.de); senast ändrad 2007-08-21

Pan-Starrs – Panoramic Survey Telescope & Rapid Response System; <http://pan-starrs.ifa.hawaii.edu/public/home.html>, Institute for Astronomy, University of Hawaii (pan-starrs@ifa.hawaii.edu)

LSST – Large Synoptic Survey Telescope; <http://www.lsst.org/lsst>, LSST Corporation (mailto:contact@lsst.org)