



DiVA – Digitala Vetenskapliga Arkivet <http://umu.diva-portal.org>

This is an author produced version of a paper published in **Dyslexi**.

Citation for the published paper:

Österholm, M. (2009)

"Kan vi separera läsning från matematikämnet?"

Dyslexi, 14(3): 18-21

Permanent link to this version:

<http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:umu:diva-26404>

Kan vi separera läsning från matematikämnet?

Magnus Österholm

För uppgifter som man använder i undervisning eller prov i matematik så vill man i första hand utveckla eller testa kunskaper i matematik och inte elevernas läsförmåga. Om undervisning i matematik bygger mycket på läsning så verkar det finnas större risk att elever som har svårigheter med läsning också kommer få svårigheter med matematikämnet. En tanke kan därför vara att man vill separera läsning från matematikämnet, för att på så sätt undvika dessa potentiella problem. Mitt syfte med denna artikel är att analysera vissa aspekter av relationer mellan läsning och matematik, för att på detta sätt se om och hur en sådan separering kan göras.

Läsförmåga och matematisk förmåga

Vilket förhållande finns egentligen mellan läsförmåga och matematisk förmåga? I exemplen i inledningen beskrivs läsförmågan främst som något statistiskt som, på ett potentiellt negativt sätt, kan påverka utveckling eller uppvisande av den matematiska förmågan. I praktiken är det inte så enkelt eftersom båda dessa typer av förmågor utvecklas parallellt. Men om man ger en grupp av elever ett test av läsförmåga och ett test av matematisk förmåga så är det vanligen så att det finns en stark korrelation mellan resultaten på dessa tester, vilket till exempel har noterats i den stora internationella PISA-studien av högstadielärares kunskaper (Roe & Taube, 2006). En sådan korrelation *förklarar* dock inte mycket eftersom den endast säger att elever som har högt resultat på det ena testet också tenderar att ha det på det andra. Detta förhållande kan tolkas på flera olika sätt, till exempel att (a) det finns en tredje typ av förmåga som påverkar både läsförmåga och matematisk förmåga, (b) den ena förmågan har varit en förutsättning för utveckling av den andra förmågan, eller (c) det är något "fel" på testerna så att något (eller båda) inte mäter det man egentligen vill mäta, såsom att uppgifterna i det matematiska testet är givna i skriftlig form och därmed kan antas påverkas av elevens läsförmåga.

En tredje typ av förmåga som kan orsaka denna korrelation är en mer grundläggande kognitiv förmåga, såsom någon form av IQ. Flera studier som inkluderat ett IQ-test visar att om man kontrollerar för effekten av IQ som denna bakomliggande gemensamma förmåga så försvinner också en stor del av den uppmätta korrelationen mellan läsförmåga och matematisk förmåga. Den försvinner dock inte helt, det vill säga att allt inte kan förklaras med en tredje förmåga som orsakande korrelationen, åtminstone inte endast med den form av IQ som använts i de nämnda studierna.

Det kanske känns naturligt att läsförmågan kan påverka utvecklingen av en matematisk förmåga, om vi tänker oss att man använder texter i hög grad också i matematikundervisningen. Förhållandet verkar dock vara mer komplext än så. I en finsk longitudinell studie visade det sig nämligen att elevernas matematiska förmåga i år 1 i högre grad kunde förutsäga deras läsförmåga i år 2 än vad läsförmågan kunde förutsäga den matematiska förmågan (Lerikkanen et al., 2005).

Frågan om huruvida tester man använder mäter det de avser att mäta; läsförmåga eller matematisk förmåga, öppnar dörren för frågan vad exakt vi menar med dessa förmågor eftersom det är svårt att avgöra om testet mäter "rätt" om vi inte har klart för oss vad detta "rätta" är för något. Det är inga enkla frågor och det finns inte utrymme att här gräva mycket djupare i dem. Man kan i alla fall notera att det är vanligt att inkludera en

kommunikationskompetens också inom matematisk förmåga (se t.ex. Niss & Jensen, 2002), vilket påvisar ett eventuellt ”överlapp” mellan läsförmåga och matematisk förmåga. Även om vi begränsar oss till en mer procedurinriktad kompetens inom den matematiska förmågan, såsom en aritmetisk räkneförmåga, så finns ett komplext förhållande mellan läsförmåga och matematisk förmåga, vilket till exempel Lundberg och Sterner (2004, 2006) har diskuterat i tidigare nummer av denna tidskrift. Jag kommer här inte att fördjupa mig i räkneförmågan utan istället behandla kommunikationskompetensen inom den matematiska förmågan, för att kring denna se hur läsförmåga kan relateras till matematisk förmåga.

Läsning av matematiska texter

När det gäller matematiska texter i läroböcker kan man skilja mellan två olika typer. Dels finns det uppgiftstexter som beskriver en uppgift som ska lösas och dels finns det texter som beskriver eller försöker förklara något för läsaren. Jag kommer här att fokusera på uppgiftstexter, men kommer också kortfattat att beskriva resultat från mina studier kring läsning av förklarande texter (mer detaljer om dessa och om läsning av matematiska texter i allmänhet finns i Österholm, 2006, 2009).

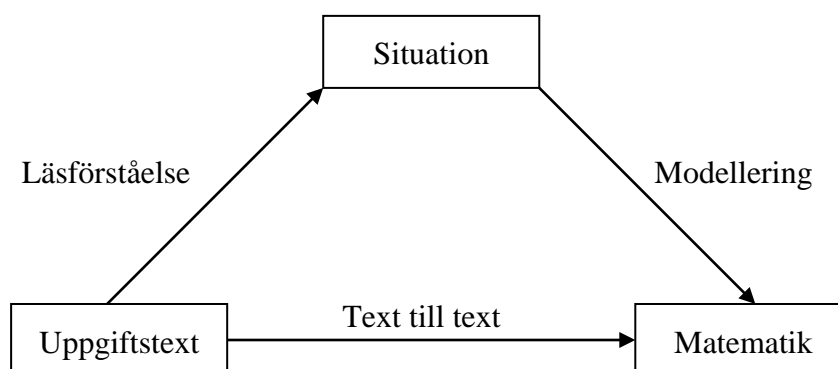
Resultat från studier om elevers läsning och lösning av uppgifter har visat att elever verkar bearbeta uppgiftstexter på speciella sätt. Ibland tar elever inte hänsyn till verkliga förhållanden; de kan exempelvis svara att det behövs 5,3 bussar, eller avrundat till 5 bussar, för att genomföra en skolresa och få med alla barn. En annan speciell strategi som används är att hitta, och på olika sätt utnyttja, vissa nyckelord i uppgiftstexten. Denna så kallade nyckelordsstrategi har observerats bland studerande i alla åldrar, ända upp till högskolenivå. Ett exempel på användning av denna strategi kan ses i ett examensarbete där högstadielärover fick lösa olika uppgifter (Nilsson, 2004). En uppgift såg ut på följande sätt:

Markus, Anna och Eva plockade gurkor under sommarlov. En dag plockade de 440 liter gurkor tillsammans. Markus plockade dubbelt så mycket som Anna. Eva plockade 40 liter mer än Markus. Hur många liter plockade Anna?

Många elever satte upp följande ekvation för att lösa uppgiften:

$$2x + 40 + x = 440$$

Eleverna verkar i detta försök utgå från tre delar i texten: ”440 liter tillsammans”, ”dubbelt så mycket” och ”40 liter mer”, som sedan kombineras till en ekvation. Detta försök blir här inte



Figur 1. Schematisk bild av två huvudstrategier för att ”översätta” en text i naturligt språk till en matematisk representation.

en korrekt beskrivning av den situation som är beskriven i uppgiftstexten. Istället för att ta sig an hela texten så undviks här läsning genom att försöka översätta direkt från den givna texten till en ny text (bestående av matematiska symboler). Denna typ av strategi illustreras i nedre delen av figur 1, där den övre delen illustrerar ett annat, mer önskvärt, sätt att ta sig an texten. Den övre delen av figur 1 består alltså av "vanlig" läsning där man skapar förståelse för situationen som beskrivs i texten och att vissa förhållanden i denna situation sedan kan beskrivas med matematikens symbolspråk, vilket kan ses som en form av matematisk modellering.

Vissa studier kring lärares undervisning har noterat att elever ibland (indirekt) uppmuntras att ta "genvägen" att försöka översätta en uppgiftstext på ett mer yligt sätt ("text till text" i figur 1), såsom att vissa ord kopplas samman med vissa räknesätt. Till exempel kan det vara att 'mer' eller 'fler' anses signalera addition, vilket inte alltid är fallet eftersom detta beror på situationen.

I mina egna studier av gymnasieelevers och universitetsstudenters läsning av förklarande matematiska texter har det framkommit att det är vanligt att en speciell lässtrategi används för att ta sig an dessa texter. Denna strategi användes om texterna innehåller symboler men att mer "normal" läsning användes om texten inte innehåller symboler. En central del i strategin är att fokusera på symbolerna i texten, vilket kan liknas med strategin för uppgiftstexter där fokus läggs på vissa nyckelord som beskriver sådana kvantitativa aspekter som kan "översättas" till matematiska symboler.

Elevers läsning av matematiska texter verkar alltså i allmänhet handla om att inte läsa texterna på "normalt" sätt, utan att använda speciella strategier som främst går ut på att lägga fokus på vissa delar av texten som antas vara mest relevanta för matematik. Därigenom kan man säga att eleverna försöker undvika läsning, det vill säga att det sker ett sorts försök att separera läsning från matematik genom att för matematiska texter inte läsa texter på vanligt vis. Eftersom matematikens symbolspråk verkar vara centralt i dessa resultat om elevers lässtrategier så tittar jag närmare på detta symbolspråk.

Matematikens språk

Är matematik ett språk? Ibland beskrivs matematik på det sättet, men det är svårt att på något formellt sätt betrakta matematikämnet som ett språk. Istället kan nog påståendet att matematik är ett språk främst ses som en metafor som används för att lyfta fram vissa aspekter inom matematikämnet som kanske vanligen inte förknippas med matematik, såsom olika former av kommunikation, där läsning kan vara en del.

Det speciella symbolspråket som används inom matematikämnet, såsom siffror, tecken för olika operationer och algebraiska symboler, kan dock ses som ett språk, även mer formellt eftersom det har sin egen syntax och grammatik. Men att vara aktiv med matematik handlar inte bara om att hantera symbolspråket, utan vi kan använda olika typer av språk inom matematikämnet, främst ett naturligt språk (såsom svenska eller engelska) och symbolspråket. Det intressanta blir därmed att försöka granska relationerna mellan dessa språk och hur de kan användas inom matematiken, till exempel för att kunna förstå hur läsning kan vara relevant för matematiken.

Matematiska symboler kan betraktas på åtminstone två olika sätt; med fokus på symbolens *operativa betydelse* (vad man kan och inte kan göra med symbolen, t.ex. avseende räkneregler) eller med fokus på symbolens *semantiska betydelse* (precis som för vanliga ord, att de står för något). Ett exempel från min egen undervisning i en inledande kurs på universitetet kan belysa denna distinktion. En grupp studenter verkade läsa vissa symboliska

uttryck med fokus på den operativa betydelsen och inte alls på den semantiska. De var nämligen mycket osäkra på hur de skulle utläsa följande uttryck: $\{x \in Z : x > 0\}$. Speciellt var det ingen som använde sig av ordet *mängd* i sina utläsningsförsök. Ett sätt att utläsa uttrycket är till exempel ”mängden av alla positiva heltal”, där det väsentliga är att uttrycket beskriver just en mängd (vilket klamrarna anger). Studenterna klarade däremot av att göra ganska mycket med liknande uttryck i olika situationer, såsom att rita upp mängder på en tallinje eller att använda andra symboler för att beskriva en mängd.

Dessa båda typer av betydelser är inte en fråga om ”antingen-eller” utan det viktiga inom matematiken är att båda dessa betydelser finns och kan användas. Det är dock den semantiska betydelsen som har den tydligaste potentialen att ge symboler en meningsfull innebörd, eftersom denna typ av betydelse har mest direkt koppling till vårt naturliga språk. Om man begränsar sig till den operativa betydelsen så verkar symbolerna främst ses som figurer eller bilder som inte kan utläsas, och man har då fått en separering mellan symbolspråket och vårt naturliga språk.

Utläsning av symboler kan därmed ses som en viktig aspekt för att kunna koppla samman symbolspråket och ett naturligt språk, och för att inte begränsas till en operativ betydelse av symboler. En enstaka matematisk symbol motsvaras dock ofta av ett ord i det naturliga språket, och inte av en bokstav, det vill säga att man ofta behöver lära sig utläsning av varje enstaka symbol. Utläsningen byggs alltså inte upp av fonem såsom för vanliga ord. Dessutom är det inte säkert att kunskap om utläsning av varje enstaka symbol räcker särskilt långt när man ska läsa ett uttryck bestående av dessa symboler, åtminstone om utläsningen ska ha hög koppling till den semantiska betydelsen. Till exempel kan man betrakta följande olika varianter av utläsning av exemplet som beskrevs ovan, där de olika varianterna har olika grad av koppling till hela uttryckets semantiska betydelse:

- Klammer, x, konstigt e, stort z, kolon, x, större än, noll, klammer
- X som är ett heltal sådant att x är större än noll
- Mängden av alla heltal som är större än noll

Notera dock att bara för att man utläser ett symboluttryck symbol för symbol så behöver inte det betyda att man inte har förståelse för den semantiska betydelsen av hela uttrycket. Till exempel så läser nog många $1+2=3$ som ”ett plus två är lika med tre” och inte som ”om man lägger ihop en mängd med ett objekt med en mängd med två objekt så får man en mängd med tre objekt”. Det senare kan ju sägas ha högre grad av koppling till uttryckets semantiska betydelse, men är ju så mycket längre och krångligare att säga. Ett annat exempel är uttrycket $\frac{dy}{dx}$ som nog vanligen utläses ”d y d x”, men där en alternativ utläsning kan vara ”derivatan av funktionen y med avseende på variabeln x”.

Om en läsare inte kan utläsa symboler eller inte ser någon semantisk betydelse av symboler så blir symboler separata delar i en text i förhållande till de delar av texten som består av naturligt språk. Om man utvecklar kunskap om utläsning av symboler och den semantiska betydelsen av symboler så kan symboler bli en mer naturlig del av texten som helhet, vilket till exempel kan öppna för att man läser en uppgiftstext på ett mer normalt sätt och att aspekter av läsförståelsen sedan kan beskrivas också med matematiska symboler (se övre delen i figur 1).

Notera att det matematiska symbolspråket är ett skriftspråk, för vilket en viktig del i lärandet alltså är att utveckla utläsning av symboler, speciellt med koppling till semantisk betydelse. Därmed är läsning på detta sätt en integrerad del i matematikämnet.

Slutsatser

Elevers speciella metoder för att ta sig an matematiska texter verkar bestå av att få bort läsning som en del av matematiken, genom att egentligen inte läsa matematiska texter på ett vanligt sätt. Möjligen kan lärare, i all välmening eller delvis omedvetet, ha introducerat och uppmuntrat användning av sådana metoder, kanske just för att elever som har svårigheter med läsning inte ska fastna på läsning också inom matematik. Problemet är att dessa metoder visar sig ha flera negativa effekter:

- Metoderna fokuserar på ytliga egenskaper av texter, t.ex. genom att koppla samman ett ord med ett visst räknesätt.
- Matematikämnet reduceras till att följa vissa givna metoder, t.ex. att egenskaper i matematisk modellering då inte behandlas (se figur 1).
- Symbolspråket separeras från det naturliga språket, dvs. att det sker en begränsning till den operativa betydelsen av symboler.

Istället för att försöka hitta de typer av metoder som kan fungera som ”genvägar” förbi läsning inom matematikämnet, så behöver vi först acceptera att läsning finns som en integrerad del av matematiken via symbolspråket som är ett skriftspråk och sedan försöka hitta andra angreppssätt för att arbeta med läsning på mer konstruktiva sätt:

- Bli medvetna om hur vi pratar och undervisar om läsning av matematiska texter, såsom att för uppgiftstexter inte uppmuntra fokuseringen på nyckelord.
- Granska vilka typer av uppgifter som används i matematikundervisningen, så att de överlag inte uppmuntrar användningen av ytliga lösningsstrategier. Betrakta t.ex. följande två uppgifter, där den ena är av typen som kan lösas genom att endast fokusera på nyckelorden ”5 kronor” och ”3 kronor mer”:
 - Kalle har 5 kronor. Lisa har 3 kronor mer än Kalle. Hur mycket pengar har Lisa?
 - Kalle har 5 kronor. Kalle har 3 kronor mer än Lisa. Hur mycket pengar har Lisa?
- Fokusera på ”översättningar” mellan symbolspråk och naturligt språk, t.ex. genom att behandla olika typer av utläsning av symboluttryck, inte bara symbol för symbol utan också utläsningar som tydligare berör den semantiska betydelsen av uttrycket.

Referenser

- Lerikkanen, M.-K., Raska-Puttonen, H., Aunola, K., & Nurmi, J.-E. (2005). Mathematical performance predicts progress in reading comprehension among 7-year olds. *European Journal of Psychology of Education*, 20(2), 121-137.
- Lundberg, I. & Sterner, G. (2004). Hur hänger lässvårigheter och matematiksvårigheter ihop? *Dyslexi*, nr 4 - 2004.
- Lundberg, I. & Sterner, G. (2004). Läsning, räkning och uppgiftsorientering – hur hänger de ihop? *Dyslexi*, nr 3 - 2006.
- Nilsson, D. (2004). *Att skriva en ekvation. En studie av hur elever i år 9 översätter en matematisk problemtext till en ekvation*. Examensarbete, Matematiska institutionen, Linköpings universitet. Tillgänglig elektroniskt: <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:liu:diva-2548>

- Niss, M. & Jensen, T. H. (red.) (2002). Kompetencer og matematiklæring - ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark (rapport nr. 18 – 2002). København: Undervisningsministeriets forlag. Tillgänglig elektroniskt: <http://pub.uvm.dk/2002/kom/hel.pdf>
- Roe, A., & Taube, K. (2006). How can reading abilities explain differences in maths performance? I: J. Mejdning & A. Roe (red.), *Northern lights on PISA 2003 - a reflection from the Nordic countries* (ss. 129-141). Copenhagen: Nordic Council of Ministers. Tillgänglig elektroniskt: <http://www.norden.org/pub/uddannelse/uddannelse/sk/TN2006523.pdf>
- Österholm, M. (2006). *Kognitiva och metakognitiva perspektiv på läsförståelse inom matematik*. Doktorsavhandling. Matematiska institutionen, Linköpings universitet. Tillgänglig elektroniskt: <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:liu:diva-7674>
- Österholm, M. (2009). Läsförståelsens roll inom matematikutbildning. I: G. Brandell, B. Grevholm, K. Wallby & H. Wallin (red.), *Matematikdidaktiska frågor - resultat från en forskarskola* (ss. 154-165). Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning.