Lönar sig laborativt material för problemlösning?

En studie om hur laborativa material inverkar på högstadieelevers problemlösningsförmåga

Elaheh Yeganeh

Lärarhögskolan i Stockholm
Undervisningsprocesser, kommunikation och lärande (UKL)

Examensarbete 10 p

KPU60, LAN 14
Vårterminen 2007

Examinator: Jöran Petersson

Om den avgörande roll som förståelse och intresse spelar inför problemlösning skriver Polya (1999) i sin bok *How to solve it:*

> It is foolish to answer a question that you do not understand. It is sad to work for an end that you do not desire. Such foolish and sad things often happen, in and out of school, but the teacher should try to prevent them from happening in his class. The student should understand the problem. But he should not only understand it, he should also desire its solution. (s 6)

Förord

Lärarutbildningen har för mig varit en högt uppskattad möjlighet för lärande om livet, människor och om mig själv vilket säkert kommer att prägla all min framtid.

Jag vill framföra min tacksamhet mot Sten Arevik för hans genuina inspirerande roll som lärare och för hans intressanta, lärorika diskussioner om pedagogisk undervisning.

Jag vill också visa min tacksamhet mot min handledare, Christina Birgit Aquilonius, för hennes vägledande råd och värdefulla kommentarer vilka jag fick stor nytta av i samband med mitt examensarbete. Jag vill tacka alla de elever som deltagit i min undersökning samt deras lärare som medverkat i genomförandet av undersökningen.

Sist men inte minst vill jag rikta ett stort tack till min man, Atti Moradi, för hans hjärtliga stöd, uppmuntran och hans dyrbara reflektioner om mina tankar under hela min lärarutbildning.

Stockholm, maj 2007

Elaheh Yeganeh

Lönar sig laborativt material för problemlösning?

En studie om hur laborativa material inverkar på högstadieelevers problemlösningsförmåga

Elaheh Yeganeh

Sammanfattning

Under lärarutbildningen utvecklades mina idéer om varierande undervisningsmetoder för problemlösning. Då jag utförde min praktik fick jag uppleva hur arbete i en matematikverkstad kunde stimulera högstadieelevernas intresse för problemlösning samt stödja deras förmåga att lösa problem. Trots utveckling av varierande undervisning i matematik visar utvärderingar att ”enskild tyst räkning” fortfarande är dominerande på matematiklektionerna. Enligt rapporter från bland annat skolverket skapar sådan tyst räkning ointresse för ämnet och misslyckande för många elever.

Avsikten med detta arbete var att undersöka hur användning av laborativa material vid matematisk problemlösning påverkar högstadieelevers förmåga att lösa problem och intresse för problemlösning. För undersökningen valdes en klass i årskurs 9 med 23 elever. Elevernas resultat jämfördes när de arbetade med likadana uppgifter i klassrummet och i matematikverkstaden. Enkätfrågor användes också för att veta hur skillnaden mellan sätten att arbeta upplevdes av eleverna.

Denna studie visar att användning av laborativa material påverkar elevernas förmåga att lösa problem och intresse för problemlösning positivt.

Nyckelord
Problemlösning, laborativa material, matematikverkstad, lösningsfrekvens, lösningsförsök

1. Inledning

Både i min praktik under lärarutbildningen och i mina tidigare erfarenheter av att undervisa i matematik brukar jag ägna uppmärksamhet på sambandet mellan elevernas ökade möjligheter för problemlösning och deras ökade självförtroende. När eleven lyckas med att lösa en uppgift ökas hans eller hennes tilltro till sitt eget tänkande vilket måste eftersträvas enligt styrdokumenten. På så sätt brukar eleven bli intresserad av att lära sig mer om matematik.

Emellertid visade en nationell utvärdering av 10000 elever i årskurs 9 under våren 1992 att många av dem hade en negativ åsikt om matematik**.** Av undersökningen framgick att eleverna betraktade matematik som nyttig men däremot inte som intressant. (Emanuelsson et al, 2006)

Liknande intryck av elevernas intresse för matematik fick jag också i min praktik då jag arbetade med högstadieelever. Berggren och Lindroth (1999) anser att ointresse för att lära sig matematik uppstår av olika orsaker hos olika elever. För en del kan det bero på ett för tidigt arbete med matematik på abstrakt nivå medan för andra elever kan läs- och/eller språksvårigheter skapa brist på förståelse och det kan vara anledningen till att de tappar intresset.

Enligt mina erfarenheter från praktiken bestod en matematiklektion vanligen av att eleverna skulle lösa många uppgifter utan att ägna tid åt någon reflektion eller eftertanke. Med andra ord var tyst räkning dominerande vilket också framgick av ovan nämnda utvärdering.

Problemlösning som ett viktigt mål i matematikundervisning kan stimulera elevernas intresse och matematiska tänkande då problemlösningen också kan betraktas som ett medel. Ett medel för att göra eleverna mer nyfikna för och engagerade i att arbeta med matematik. (Emanuelsson et al, 2005)

Trots utvecklingen av varierande undervisning i matematik fick jag uppleva att problemlösningen betraktades mer som ett mål än som ett medel i den skola jag praktiserade i.

Om lärarens påverkande roll för elevens utveckling i problemlösning skriver Lester (2005):

> Kom ihåg att barn är problemlösare av naturen. Lärarens arbete är att försöka utveckla denna naturliga förmåga så långt det går och lägga till problemlösningstekniker till den repertoar som barn redan har till sin disposition. (s 91)

Under min studietid i matematikdidaktik inom lärarutbildningen utvecklades mina idéer om varierande undervisningsmetoder för problemlösning. Då jag läste i boken Matematik –ett kärnämne (Emanuelsson et al, 2006, s 57) att ”ett trevligt innehåll höjer lösningsfrekvensen på provuppgifter” blev jag intresserad av att ta reda på vilka andra presentationsformer som kan höja lösningsfrekvensen för en och samma uppgift. Bland möjliga alternativ till presentationsformer blev jag speciellt intresserad av hur användning av laborativa material påverkar lösningsfrekvensen för ett matematiskt problem. Anledningen till mitt val var att under min praktik fick jag genomföra ett laborativt arbete med mina elever. Det var tankeväckande att alla kunde lösa uppgiften. Dessutom märkte jag att eleverna var mer engagerade att arbeta än de vanligtvis brukade vara. Denna erfarenhet gjorde mig nyfiken på att undersöka om användning av laborativa material vid problemlösning verkligen ger eleverna större möjligheter till att lösa problem än vad traditionella sätt ger.

För mitt arbete undersökte jag effekten av att använda laborativa material vid problemlösning när det gäller främjande av såväl elevernas förmåga som deras intresse för att lösa problem.

1.1 Syfte

Syftet med denna studie är att undersöka hur användning av laborativa material vid problemlösning påverkar högstadieelevers förmåga att lösa problem och intresse för problemlösning.

Frågeställningar

Hur påverkar användning av laborativa material elevernas förmåga att lösa problem?

Hur påverkar möjligheten att använda laborativa material elevernas vilja att försöka att lösa problemet?

Hur påverkar möjligheten att använda laborativa material elevernas uppfattning om problemets svårighetsgrad?

2. Teoretisk bakgrund

För att stödja mina grundläggande idéer i undersökningen använde jag både pedagogiska/vetenskapliga teorier och relevant lagstiftning i form av styrdokument.

2.1 Teori

2.1.1 Att handskas med det abstrakta med hjälp av det konkreta

I detta avsnitt ska jag baserat på vetenskapliga teorier diskutera vikten av samspelet mellan det abstrakta och det konkreta i lärande.

Sättet att arbeta med matematik påverkar elevens uppfattningar vilket kan spela roll för utvecklandet av elevens kunskaper i ämnet. I *Matematik – ett kommunikationsämne* anser Emanuelsson et al (2005) att utveckling av arbetsmetoder har stor betydelse för en bra inlärningsprocess i matematik. Varje elev har sina personliga erfarenheter och föreställningar om vad matematik är och vilken nytta denna kunskap kan innebära samt hur man lär sig den. Det är lärarens ansvar att utveckla elevernas uppfattningar om matematik i överensstämmelse med kursplanens intentioner. För att man ska kunna ta tillvara elevernas erfarenheter, nyfikenhet och förmågor behöver man använda matematiska aktiviteter som inte begränsas enbart till läromedlen.

Matematik kan upplevas som ett obegripligt ämne om inte eleven får möjlighet att upptäcka sambandet mellan matematiska formler och det verkliga livet. Enligt Emanuelsson et al (2005) är syftet med matematikundervisning att öka elevernas förståelse för abstrakta strukturer och relationer. För att nå målet måste man emellertid använda symboler, praktisk matematik i anknytning till verkligheten samt konkreta begrepp.

Många matematiska strukturer och formler har uppstått av människans verkliga behov och konkreta upplevelser. Med tiden suddas den bakomliggande orsaken bort så att formlerna tas för givet. Säljö (2000) skriver:

> Ur behärskande av påtagliga fysiska problem växer begreppslig kunskap fram. Men den kan bli abstrakt och vara svårtillgänglig. Den blir så småningom formulerad enbart i språkliga termer. Den fysiska verkligheten finns nu bara med som bild och som övningsobjekt i en pappersvärld. (s 78 – 79)

Enligt Vygotskij (2005) har vardagliga och vetenskapliga begrepp motsatta utvecklingsvägar. Barnets omedelbara förståelse uppstår vanligen genom en direkt kontakt med ett föremål. Begreppets innebörd får sin plats i medvetandet efter en viss utveckling under lång tid och därmed ökar förmågan att kunna utföra abstrakta operationer med detta. Uppkomsten av ett vetenskapligt begrepp börjar däremot från motsatt håll, det vill säga utvecklingen börjar med abstrakta begrepp och går mot större kunskap om objektet, till exempel en matematisk kunskap. Vygotskij (2005) påstår att ”Det vardagliga begreppets utveckling måste uppnå en viss nivå hos barnet för att barnet över huvud taget ska kunna tillägna sig ett vetenskapligt begrepp och medvetandegöra det” (s 349). Och med det påståendet menar han att trots motsatta riktningar för utvecklingen av vardagliga och vetenskapliga begrepp är deras utvecklingsprocess förknippade med varandra.

Med hänsyn till Säljö (2000) och Vygotskij (2005) kan man säga att konkreta redskap bör användas då man vill bygga en bro mellan den fysiska verkligheten och den abstrakta vetenskapen. Dessutom kan användning av verkliga redskap stödja ett annat redskap i inlärningsprocessen, nämligen språket. Eleverna får ett större utrymme för att träna matematisk kommunikation då de erbjuds konkreta material som redskap.

Eriksson (2005) säger i en artikel, som handlar om barns förmåga att bilda begrepp, att arbete med konkreta material hjälper barn att bilda abstrakta begrepp. Han pekar bland annat på Deweys tes om ”learning by doing” och Piagets understrykande av samspelet mellan teori och praktik. Att utgå från elevernas vardagliga erfarenheter och bygga upp ett bra samspel mellan teori och praktik anser Eriksson vara det viktigaste i undervisningen.

> Det anses där också viktigt för eleven att få ”känna på”, ”handskas med” och ”pröva” konkret material, att därvid iakttta likheter och skillnader, dvs att kunna generalisera och diskriminera, en av flera aktiviteter vid begreppsbildning. (s 55)

Eriksson fortsätter vidare med att förklara Bruners idéer om tre representationsformer:

Aktiv representation: att undersöka och manipulera verkliga föremål, *Ikonisk representation*: att skapa en mental bild av föremålet, *Symbolisk representation*: att benämna tingen och den omfattande verkligheten. Därmed hävdar Eriksson att man bör växla mellan de tre representationsformerna då de två lägre formerna behöver användas som grund till lärandet av den högsta. Eriksson fullföljer sin diskussion med att relatera till Vygotskijs begreppsbildningsteori och betonar vikten av manipulerande av konkreta material i utvecklingen av begreppen. Eriksson skriver vidare:

> När barn ställs inför problem som skall lösas är såväl deras tal som deras aktivitet med händerna _”Verktygen”, ”redskapen” _ lika viktiga och utgör delar av samma komplexa funktion. (S 55)

Ett sätt att bilda vetenskapliga begrepp med hjälp av konkreta material är att arbeta i en matematikverkstad. Dewey (2004) trodde inte på en utbildning som inte knyter an till elevernas aktiviteter. Han menar att barn är aktiva av sin natur. Därför ska en resultatgivande undervisning ta vara på elevernas aktiviteter och leda dem till önskade resultat. Ett intresse tyder på en växande förmåga. Därför måste vi lärare alltid vara uppmärksamma på vad som intresserar eleverna för att kunna upptäcka den underliggande förmågan (Dewey, 2004). I en matematikverkstad finns bra möjligheter till att aktivera eleverna på ett sätt som Dewey menar är framgångsrik. Det kan också vara lättare att upptäcka vad eleverna är intresserade i en matematikverkstad.

En matematikverkstad beskrivs av Rystedt & Trygg (2005) som en plats för lustfullt lärande, för utvecklandet av nyfikenhet, fantasi och kreativitet och för positiva upplevelser av matematik.

En sådan matematikverkstad bygger till stora delar på Deweys idéer om aktiv lärande. Deweys efterföljare i USA och Europa utformade, inspirerade av Deweys pedagogiska idéer, en ny undervisningsplan år 1919. I Deweys bok finns en sammanfattning av undervisningsplanen i några korta fraser:

> Att lära genom att göra
>
> Handens arbete
>
> Den andliga brottningen med problemen
>
> Skolan ett laboratorium inte ett auditorium. (Dewey, 2004, s 27)

Berggren och Lindroth (1999) anser att arbete med laborationer har många fördelar. Arbete med konkret material kan hjälpa de elever som har förlorat sin lust att lära på grund av att de för tidigt har arbetat med matematik på abstrakt nivå. Tillgång till laborativa material kan också vara motiverande till att komma igång med arbetet. Arbete med laborativa uppgifter utvecklar många olika färdigheter hos eleverna.

2.1.2 Problemlösning, kontext och konkreta material

Detta avsnitt kommer att fokusera på problemlösning och på elevers olika synsätt på problemlösning där den senare är beroende av elevers individuella upplevelser, av den kontext problemet presenteras i och av tillgängliga redskap.

Björkqvist (2001) har i artikeln Matematisk problemlösning definierat vad ett matematiskt problem är och dess samband med begreppet uppgift:

> Man ser ett problem som en matematisk uppgift som ska utföras, med tilläggsvillkoret att det för lösaren i initialskedet ska vara oklart vilka lösningsmetoder som kan tillämpas. (s. 118)

Han drar slutsatsen att en uppgift kan kategoriseras som problem eller icke-problem och han menar att hur uppgiften uppfattas av eleven är individuellt. Vidare kategoriserar han uppgiften i två typer, textuppgift respektive icke-textuppgift. Han kombinerar dessa två kategorier i en matris där text- och icke-textuppgift kan betraktas som problem eller ickeproblem. Han tar slutligen upp vikten och platsen av de olika indelningarna i matematikundervisningen. Vidare skriver han att det också är viktigt att eleven upplever ett problem som sitt eget och inte någon annans. Denna upplevelse menar han kan öka motivationen så att eleven lättare tar utmaningen att lösa problemet samt att eleven oftare kommer att använda sig av sina tidigare erfarenheter. Björkqvist refererar i sin artikel till en tidigare forskning, präglad av ett sociokulturellt paradigm, om matematisk problemlösning. Forskningen handlar om att ett problem begrips av eleverna på helt olika sätt beroende på vilken kontext problemet presenteras i. Eleven kan dessutom försöka lösa uppgiften på olika sätt beroende på vilka redskap han/hon har till sitt förfogande.

Man kan sammanfatta de ovan nämnda tolkningarna att en uppgift kan, beroende av hur och till vilken individ samt vilken kontext den presenteras i, uppfattas som ett problem eller ett icke-problem. Denna uppfattning kan antas spela en avgörande roll för elevens tankegångar i lösningsprocessen. Vilka verktyg eleven har tillgång till kan vara en förklaring för elevens motivation till att lösa ett eventuellt problem samt hur eleven försöker lösa problemet.

Lärande är situerat enligt ett sociokulturellt perspektiv. Människor tänker och lär sig på helt olika sätt beroende på vilken plats eller i vilket sammanhang de befinner sig i. Man brukar även kommunicera på olika sätt med andra enligt de mönster man anser vara relevanta för en viss kontext. (Säljö, 2000) Baserat på Säljös idéer kan man utgå från att arbete med matematik i en matematikverkstad kan påverka elevernas lärande. Dessutom kan det upplevas som mer naturligt och intressant av eleverna att kommunicera med varandra om matematik.

Björkqvist (2001) refererar i sin artikel till Mayers fyra åtgärder för förbättrad undervisning i problemlösning. Första åtgärden kallas för ”Översättningsträning” och handlar om hur man kan träna eleverna att omformulera en uppgift. Mayer anser, menar Björkqvist, att genom att rita bilder eller att använda laborativt material ges eleverna möjligheten till att själva presentera formuleringen av en uppgift vilket kan vara mycket användbart för att överhuvudtaget kunna komma igång med en lösning.

2.2 Förankring i styrdokument

Eftersom mitt arbete behandlar högstadieelever använder jag mig av styrdokument för Lpo94, läroplan för det obligatoriska skolväsendet samt kursplanerna för matematik.

Under ”Skolans uppdrag” i Lpo94 (skolverket, 2006) får man läsa om vikten av att aktivera eleverna med varierande arbetssätt samt lekens betydelse i lärandeprocessen:

> Skolans uppdrag är att främja lärande där individen stimuleras att inhämta kunskaper.
>
> Skapande arbete och lek är väsentliga delar i det aktiva lärandet. Särskilt under de tidiga skolåren har leken stor betydelse för att eleverna skall tillägna sig kunskaper.
>
> Skolans skall främja elevernas harmoniska utveckling. Detta skall åstadkommas genom en varierad och balanserad sammansättning av innehåll och arbetsmetoder.
>
> En harmonisk utveckling och bidningsgång omfattar möjligheter att pröva, utforska, tillägna sig och gestalta olika kunskaper och erfarenheter. (s 5)

Under rubriken ”God miljö för utveckling” i Lpo94 (skolverket, 2006) understrykas elevernas glädje att få lyckas i sina studier:

> Varje elev har rätt att i skolan få utvecklas, känna växandets glädje och få erfara den tillfredställelse som det ger att göra framsteg och övervinna svårigheter (s 7)

Om undervisning förklaras i ”Mål och riktlinjer för kunskaper” i Lpo94 (skolverket, 2006):

> Utforskande, nyfikenhet och lust att lära skall utgöra en grund för undervisningen (s 8)

Under ”Mål att sträva mot” i Lpo94 (skolverket, 2006) betonas skolans strävande mot utvecklande av elevens ”lust att lära” samt tilltro till sin egen kapacitet:

> Skolan skalla sträva efter att varje elev
>
> Utvecklar nyfikenhet och lust att lära
>
> Utvecklar tillit till sin egen förmåga
>
> Lär sig att utforska, lära och arbeta både självständig och i samspel med andra (s 9)

Bland ”Mål att uppnå i grundskolan” i Lpo94 (skolverket, 2006) får man läsa:

> Skolan ansvarar för att varje elev efter genomgången grundskola
>
> behärskar grundläggande matematiskt tänkande och kan tillämpa det i vardagslivet (s 10)

Enligt Lpo94 (skolverket, 2006) är en av de viktigaste uppgifterna för läraren:

> Läraren skall stärka elevernas vilja att lära och elevens tillit till den egna förmågan (s 12)

I grundskolans kursplaner för matematik under rubriken ”Ämnets syfte och roll i utbildningen” (skolverket, 2000) står bland annat:

> … Utbildningen syftar till att utveckla elevens intresse för matematik och möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Den skall också ge eleven möjlighet att upptäcka estetiska värden i matematiska mönster, former och samband samt att uppleva den tillfredsställelse och glädje som ligger i att kunna förstå och lösa problem.
>
> … Utbildningen i matematik skall ge eleven möjlighet att utöva och kommunicera matematik i meningsfulla och relevanta situationer i ett aktivt och öppet sökande efter förståelse, nya insikter och lösningar på olika problem.

Under ”Mål att sträva mot” (skolverker,2000) får man läsa bland annat:

> Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleven
>
> – utvecklar intresse för matematik samt tilltro till det egna tänkandet och den egna förmågan att lära sig matematik och att använda matematik i olika situationer,

> – utvecklar sin förmåga att förstå, föra och använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande,
>
> – utvecklar sin förmåga att formulera, gestalta och lösa problem med hjälp av matematik, samt tolka, jämföra och värdera lösningarna i förhållande till den ursprungliga problemsituationen,
>
> – utvecklar sin förmåga att använda enkla matematiska modeller samt kritiskt granska modellernas förutsättningar, begränsningar och användning,
>
> Strävan skall också vara att eleven utvecklar sin tal- och rumsuppfattning samt sin förmåga att förstå och använda
>
> – olika metoder, måttsystem och mätinstrument för att jämföra, uppskatta och bestämma storleken av viktiga storheter,
>
> – grundläggande geometriska begrepp, egenskaper, relationer och satser,
>
> – grundläggande statistiska begrepp och metoder för att samla in och hantera data och för att beskriva och jämföra viktiga egenskaper hos statistisk information,
>
> – grundläggande algebraiska begrepp, uttryck, formler, ekvationer och olikheter,
>
> – sannolikhetstänkande i konkreta slumpsituationer.

Under ”Ämnets karaktär och uppbyggnad” (skolverket, 2000) betonas olika begrepp, bland annat vardagliga tillämpningar av matematik, problemlösningens betydelse i matematikundervisning samt användning av ”problemlösande aktiviteter” för begreppsbildning:

> Matematik är en levande mänsklig konstruktion som omfattar skapande, utforskande verksamhet och intuition…
>
> … Tillämpningar av matematik i vardagsliv, samhällsliv och vetenskaplig verksamhet ger formuleringar av problem i matematiska modeller. Dessa studeras med matematiska metoder.
>
> Problemlösning har alltid haft en central plats i matematikämnet. Många problem kan lösas i direkt anslutning till konkreta situationer utan att man behöver använda matematikens uttrycksformer. Andra problem behöver lyftas ut från sitt sammanhang, ges en matematisk tolkning och lösas med hjälp av matematiska begrepp och metoder.
>
> Resultaten skall sedan tolkas och värderas i förhållande till det ursprungliga sammanhanget. Problem kan också vara relaterade till matematik som saknar direkt samband med den konkreta verkligheten. För att framgångsrikt kunna

utöva matematik krävs en balans mellan kreativa, problemlösande aktiviteter och kunskaper om matematikens begrepp, metoder och uttrycksformer.

3. Metod

3.1 Val av metod

Min metod bestod av att jämföra elevers resultat när de arbetade med likadana uppgifter i klassrummet och i matematikverkstaden. Jag valde att dela klassen i två grupper som samtidigt skulle få arbeta på var sin plats. Båda grupperna var indelade i ett antal delgrupper med syftet att de skulle kunna föra diskussion inbördes. Eftersom alla delgrupper löste samma uppgifter kunde jag jämföra deras resultat. För att kontrollera faktorer som var beroende av individer hade jag en andra försöksomgång då grupperna bytte plats. Jag kompletterade försökssituationerna med en enkät för att kunna veta elevernas åsikter om uppgifterna och om de två arbetssättena.

Vid två tillfällen fick en klass lösa tre uppgifter, det vill säga 6 uppgifter sammanlagt. Uppgifterna var utformade så att klassen skulle kunna arbeta med dem både på klassrummet och på matematikverkstaden. Ena gången arbetade hälften av klassen på klassrummet och hälften på matematikverkstaden med samma uppgifter. Andra gången bytte de plats så att de som hade fått arbeta på matematikverkstaden skulle lösa tre nya men motsvarande uppgifter på klassrummet medan den andra hälften skulle lösa uppgifterna på matematikverkstaden.

Uppgifterna vid andra tillfället valdes från samma tre områden som uppgifterna vid första tillfället. De skulle dessutom ha, så mycket som möjligt, samma svårighetsgrad. Anledningen till att uppgifterna skulle utformas så lika som möjligt var att man skulle kunna jämföra resultatet för varje grupp vid de två tillfällena. Orsaken till att klassen delades i två grupper var att kunna ha en grupp i matematikverkstaden och en i klassrummet. På så sätt kunde man ge dem exakt samma uppgifter. Detta gjorde det möjligt att ta reda på hur svarsfrekvensen samt intressen skilde sig mellan grupperna.

Svaret på uppgifterna kunde avgöra både lösningsfrekvens och lösningsförsök det vill säga elevens vilja att lösa uppgifter. Jag är intresserad av hur man kan intressera eleverna för problemlösning. Som ett mått på elevernas intresse för problemlösning kunde jag använda deras vilja att försöka lösa problem.

I slutet av den andra undersökningen fick alla deltagare svara på en enkät med fyra öppna frågor. Syftet med enkäten var att undersöka elevernas upplevelse av arbetet med uppgifterna i matematikverkstaden jämfört med i klassrummet. Enkätfrågor utformades så att man kunde dra slutsatser när det gällde elevens intresse för att lösa uppgifterna, uppfattningar om uppgifternas svårighetsgrad samt eventuella av eleven upplevda skillnader mellan de två sätt att arbeta med uppgifterna.

Första tillfället för att genomföra undersökningen var den 5: e april och det andra var den 25: e april. Att bestämma tid mellan de två undersökningarna var svårt. Det var viktigt att ha ett tillräckligt stort avstånd mellan dem för att de tre nya uppgifter inte skulle kännas så bekanta så att eleverna skulle tappa lusten att arbeta med dem och därmed skulle resultatet påverkas. Å andra sidan fanns risken att eleverna efter en alltför stor tid skulle glömma bort sina upplevelser av det första tillfället då frågorna på enkäten berörde både undersökningstillfällena.

Baserad på mina observationer som jag, under arbetets gång i matematikverkstaden, antecknade kunde jag få en bra information om elevernas kommunikation och sätt att använda material.

Klassen bestod av 23 elever varav 2 var borta och inte deltog i undersökningen. De resterande eleverna delades upp i 10 grupper med 9 grupper bestående av 2 elever var och en grupp bestående av 3 elever. Vid det andra tillfället hade, på grund av 4 elevers frånvaro, bara 8 av de 10 grupperna deltagit i undersökningen.
Gruppsammansättningen såg ut så här:

Tabell 3.1: Gruppsammansättningen och deltagandet i de båda undersökningstillfällena

Gruppnummer	Gruppmedlemmar	Närvarotillstånd
Grupp 1	Två pojkar	Deltog vid båda tillfällena
Grupp 2	En flicka en pojke	Deltog vid båda tillfällena
Grupp 3	Tre pojkar	Deltog vid båda tillfällena
Grupp 4	Två flickor	Deltog vid båda tillfällena
Grupp 5	En flicka en pojke	Saknades vid det andra tillfället
Grupp 6	En flicka en pojke	Deltog vid båda tillfällena
Grupp 7	En flicka en pojke	Saknades vid det andra tillfället
Grupp 8	En flicka en pojke	Deltog vid båda tillfällena
Grupp 9	Två flickor	Deltog vid båda tillfällena
Grupp 10	Två flickor	Deltog vid båda tillfällena

De tio grupperna avgjordes av läraren med hänsyn till att varje delgrupp skulle kunna fungera medlemmarna emellan. Vid första tillfället valdes slumpmässigt vilka grupper som fick arbeta i klassrummet respektive i matematikverkstaden.

Då det inte var möjligt för mig att samtidigt vara närvarande i både klassrummet och i matematikverkstaden tog läraren hand om eleverna i klassrummet. För att minska skillnaden mellan lärarens och min handledning bestämde jag för varje uppgift i vilken mån man fick hjälpa eleverna vid behov.

Fördelningen av grupperna i de två tillfällena visas i följande tabell:

Tabell 3.2 Fördelning av grupperna

Gruppuppdelningen	**Det första tillfället**	**Det andra tillfället**
Matematikverkstad	Grupper: 1, 3, 5, 6 och 10	Grupper: 2, 4, 7, 8 och 9
Klassrum	Grupper: 2, 4, 8 och 9	Grupper: 1, 3, 6 och 10

3.2 Urval

Undersökningen genomfördes i en klass i årskurs 9 med 23 elever, 11 pojkar och 12 flickor i en av Stockholms förorter.

Uppgifterna valdes med hänsyn till elevernas kunskapsnivå och utifrån uppgiftens lösbarhet både med och utan att använda matematiska material. Varje uppgift som gavs andra gången var avsedd att både likna och vara av samma svårighetsgrad som en uppgift given första gången.

Eleverna fördelades i 10 grupper med hänsyn till en fungerande samverkan inom varje grupp. Vid det första och andra tillfället arbetade 5 respektive 4 grupper i klassrummet och 5 respektive 4 grupper i matematikverkstaden med tillgång till material. Den första gång som de 10 grupperna delades i 2 delar användes en randomfördelning.

3.3 Datainsamling

I undersökningen användes uppgifter, enkätfrågor och observationer för datainsamling.

3.3.1 Uppgifter

Sex uppgifter valdes från tre ämnesområden på så sätt att varje två uppgifter tillhörde ett och samma område. Grupperna i matematikverkstaden hade tillgång till material medan grupperna i klassrummet saknade det. Användning av material i matematikverkstaden var frivilligt på så sätt att eleverna blev informerade att de kunde välja själva att använda eller inte använda materialen.

Tabell 3.3 Motsvarande uppgifter inom var sitt område

Ämnesområde	**Motsvarande uppgifter**
Procent	Uppgift 1 & 4
Arean	Uppgift 2 & 5
Mått	Uppgift 3 & 6

Innan jag presenterar uppgifterna vill jag diskutera de detaljer som varit viktiga i konstruktion eller val av uppgifterna för att de skulle kunna användas till både sedvanlig och laborativ problemlösning.

Enligt Löwing (2004) måste lärare beakta några viktiga principer i så väl konstruktion som i genomförandet av laborativa uppgifter. Det är inte lätt, menar hon, att genomföra ett laborativt arbete på ett sådant sätt att det matematiska begreppet upptäcks av eleverna eller att den matematikdidaktiska idén belyses för dem. Löwing (2004) säger att för ett lyckat arbete är det betydelsefullt att läraren kan integrera sina instruktioner med material och uppgiftens uppläggning och förklaring.

När jag planerade de sex uppgifterna funderade jag på vilket/vilka material skulle det passa bäst för varje uppgift så att uppgiftens förklaring inte missuppfattades av eleverna. Dessutom var jag noggrann med att materialet skulle räknas som stöd för att lösa problem och inte som kärnan i arbetet vilket annars skulle göra det omöjligt att lösa uppgiften för grupperna i klassrummet.

För att båda grupperna skulle kunna lägga lika lång tid på problemlösning valde jag att förbereda allt material till laborationen i förväg så att eleverna slapp använda tiden för att konstruera eller ta fram material.

Uppgift 1: Procent (bil. 1)

Eleverna fick räkna ut procentfördelningen för olika färger i en tråd med färgade indianpärlor vid olika form av förändringar av antalet pärlor. De som arbetade i matematikverkstaden hade tillgång till en tråd med färgade indianpärlor samt ett antal extra pärlor av olika färger. Däremot hade eleverna i klassrummet bara uppgiften i text.

Uppgift 2: Arean (bil. 1)

Arean av ett föremål som bestod av två hopklistrade kuber skulle räknas ut av eleverna. Eleverna i klassrummet hade en bild av föremålet medan de som arbetade i matematikverkstaden fick, förutom bilden, själva föremålet framför sig. Uppgiften är hämtad från NCM & Nämnaren (2006).

Uppgift 3: Mått (bil. 1)

Med hjälp av tre måttband skulle en viss längd avgöras. Eleverna i matematikverkstaden hade tillgång till de tre olika långa måttband. Uppgiften är hämtad från boken Matematik –ett kommunikationsämne (red. Emanuelsson et al, 2005, s 76).

Uppgift 4: Procent (bil. 2)

Eleverna fick räkna ut procentfördelningen för olika färger i murar byggda av olika antal färgade legobitar. De som arbetade i matematikverkstaden hade tillgång till färgade legobitar. Däremot hade eleverna i klassrummet bara uppgiften i text.

Uppgift 5: Arean (bil. 2)

Ett rätblock skulle byggas av tre byggblock på det sättet att arean av det byggda rätblocket skulle bli minimal. Eleverna i klassrummet hade en bild av byggblocket med storleken på dess höjd, bredd och längd. De som arbetade i matematikverkstaden fick dessutom ha de tre byggblocken framför sig.

Uppgift 6: Mått (bil. 2)

Med hjälp av tre måttband skulle en stav med en viss längd uppdelas i tre lika delar. Eleverna i matematikverkstaden hade tillgång till staven samt de tre måttbanden.

3.3.2 Enkätfrågor

Fråga 1: Svårighetsgrad (bil. 3)

Syftet med frågan var att veta vilken uppgift var, enligt eleverna, den svåraste. Jag hoppades också på att få kunna hitta ett samband mellan sättet att arbeta med uppgifterna och elevernas upplevda svårighetsgrad.

Fråga 2: Intresse för uppgiften (bil. 3)

Syftet med frågan var att ta reda på vilken uppgift upplevdes som mest intressant av eleverna. Dessutom för att få veta om arbetssättet spelade någon roll i att en uppgift skulle kännas intressant.

Fråga 3: Minst lyckad uppgift (bil. 3)

Syftet med frågan var att veta vilken uppgift upplevdes av eleverna som mindre bra, samtidigt som man kunde få reda på eventuella orsaker till denna.

Fråga 4: Jämförelse mellan arbetssätt (bil. 3)

Syftet med frågan var att få veta om eleverna upplevde någon skillnad mellan de två arbetssätten samt att bestämma de eventuella skillnaderna.

3.3.3 Observationer

Avsikten med mina observationer var att få veta hur samarbetet fungerade mellan individer i varje grupp i matematikverkstaden samt att få reda på hur de använde de laborativa material.

3.4 Tillförlitlighetsfrågor

Reliabilitet

Reliabiliteten diskuterar noggrannheten i mätningsmetoder som använts i en undersökning. (Johansson & Svender, 2001) För att öka reliabilitet för mina observationer antecknade jag mina observeringar då eleverna arbetade på matematikverkstaden. När det gällde enkäten valde jag frågorna så klara som möjliga så att eleven kunde förstå och svara på. För att eleverna ska komma ihåg alla de 6 uppgifter som de hade arbetat med, då de skulle svara på enkätfrågor, lämnade jag en sammanställning av alla uppgifter till eleverna. På så sätt ökades reliabiliteten för svaren jag fått på enkäten. Jag har också kontrollerat elevernas svar på uppgifterna tre gånger vid tre olika tillfällen för att minska risken för eventuella misstag.

Validitet

Validiteten handlar om ifall resultatet av undersökningen ger en tillförlitlig bild av det som efterforskats. (Johansson & Svender, 2001) För att uppfylla validitetskravet valde jag tre olika sätt att utvärdera påverkan av laborativa material på elevernas förmåga att lösa problem, det vill säga jag använde uppgifter, enkätfrågor och observationer. Men eftersom undersökning genomfördes i endast en högstadieklass får man inte dra alltför generella slutsatser.

Etiska aspekter

Humanistiska samhällsvetenskapliga forskningsrådet har fyra etiska krav för forskning och forskare. (Stukát, 2005) Jag har följt dessa principer i mitt arbete:

Informationskravet:

Både läraren och eleverna fick veta om mig och min undersökning och dess syfte. Jag förklarade att undersökningen var för mitt examensarbete och deltagandet i den var frivilligt.

Samtyckeskravet:

Läraren medverkade frivilligt i min undersökning. Jag behövde däremot inte få föräldrarnas tillåtelse för elevernas deltagande i undersökningen. Enligt rektorn fanns ingen anledning till detta samtycke så länge eleverna förblev anonyma. Läraren och eleverna var medvetna om att de när som helst kunde avbryta medverkandet.

Konfidentialitetskravet:

Både läraren och eleverna hade fått information om att deras personliga uppgifter inte skulle publiceras i uppsatsen. Dessutom förklarade jag för läraren och eleverna att de skulle få ta del av undersökningens resultat när den publicerats.

Nyttjandekravet:

Materialet som jag hade i min undersökning användes endast för forskningsändamål. De kommer att förstöras när examensarbetet är klart.

4. Resultat

I redogörelsen av resultaten kommer att matematikverkstaden kallas för M och grupperna i matematikverkstaden kallas för M-gruppen medan klassrummet kallas för K och grupperna i klassrummet för K-gruppen.

Först kommer jag att redovisa resultatet av uppgifterna. Två nyckelbegrepp i redovisningen är lösningsförsök och lösningsfrekvens. Lösningsförsök visar skriftliga försök för att lösa en uppgift. Detta kan vara ett mått på elevernas intresse för problemlösning. Inga skriftliga svar på en uppgift betraktas som gruppen inte försökte lösa uppgiften. Lösningsfrekvens motsvarar frekvensen för rätta svar. Borttaget svar gäller det svar som är varken rätt eller fel och som inte kan betraktas som ”inga försök”.

Sedan kommer resultatet från enkätfrågor att behandlas. Till sist används observerade informationer i rapporten.

4.1 Resultat av undersökningens första del

Tabell 4.1 visar en överblick över gruppernas resultat från svar på uppgifterna i matematikverkstaden respektive i klassrummet. En detaljerad information som visar varje grupps resultat för varje uppgift finns i tabell 1 i bilaga 4.

Tabell 4.1 Redovisning av M- och K-gruppernas svar på uppgifterna i det första undersökningstillfället

Svarskategori	**M-grupper**	**K-grupper**
Rätt svar	24	12
Fel svar	5	8
Inga svar	1	9
Borttaget svar	0	1

M-grupper: Grupper i matematikverkstad, K-grupper: Grupper i klassrummet

Som det framgår av tabell 4.1 var antalet rätta svar från grupperna i M dubbelt så många som antalet rätta svar från grupperna i K. Antalet inga svar från grupperna i K var avsevärd mer än antalet inga svar i M.

Nedan redovisas resultatet av svar på varje uppgift baserad på information i tabell 1 i bilaga 4 samt några intressanta exempel av elevernas lösningsmetoder:

Resultatet för uppgift 1: Procent

Resultatet av de flesta delar i uppgift 1 visade ett högre lösningsförsök och lösningsfrekvens för M- jämfört med K-grupperna. För del d i uppgiften fanns även en avsevärd skillnad mellan M- och K-grupperna när det gällde både Lösningsförsök och lösningsfrekvens.

Resultat för uppgift 2: Arean

Resultatet visade en lika hög grad lösningsförsök för båda M- och K-grupperna. Lösningsfrekvens är högre för eleverna i M jämfört med i K. Med hänsyn till det höga antalet lösningsförsök kan konstatera att uppgiften lyckade fånga elevernas nyfikenhet för att ta reda på svaret för de båda M- och K-grupparna. Ett fel svar i K som man inte fick se liknande i M var:

Eleverna räknade först arean för stora kuben så här:

De delade en sida av stora kuben i 9 lika stora kvadrater.

Arean av den stora kuben : 9*6 = 54 cm^2

Sedan adderade de 54 med 1:

54 + 1 = 55 cm^2

Det visar att de tog arean av lilla kuben lika med 1 cm^2 som om den bara hade en sida.

Och ett fel svar i M som inte förekom i K var:

Arean av den lilla kuben: 1.5 = 5 cm^2

Arean av den stora kuben: 9.6 = 54 cm^2

Svar: 54 + 5 = 59 cm^2

Fel svar från K-grupperna var 28, 45, 55 och 30 cm^2 medan fel svar från M-grupperna var 59, 60 och 59 cm^2

Detta visar att felaktiga svar för K-grupperna handlade om att de inte kunde ha koll på föremålets alla sidor. Detsamma för M-grupperna handlade om att de inkluderade minst en av de gemensamma sidorna i föremålets area.

Resultat för uppgift 3: Mått

Resultatet visade en avsevärd skillnad mellan M- och K-gruppen när det gällde både lösningsförsök och lösningsfrekvens. Ett intresseväckande fel svar i K var:

23/3=7,6 ˜ 8 cm

21 + 8 = 29 cm

Det var intressant att eleverna avrundade 7,6 cm för att få fram det tal som de behövde. Man kan tolka det så att när gruppen inte hade måttbanden framför sig hade den inte så lätt att hitta sambandet mellan de olika längderna.

Tabell 4.2 visar hur lösningsförsök för uppgifterna varierade mellan M- och K-grupperna.

Tabell 4.2 M- och K-gruppernas lösningsförsök för uppgifterna i undersökningens första del

Grupper		**Lösningsförsök i %**
M-grupper	Grupp 1	83
	Grupp 3	100
	Grupp 5	100
	Grupp 6	100
	Grupp 10	100
K-grupper	Grupp 2	50
	Grupp 4	67
	Grupp 7	50
	Grupp 8	83
	Grupp 9	83

M-grupper: Grupper i matematikverkstad, K-grupper: Grupper i klassrummet

Jämförelse av M- och K-gruppernas lösningsfrekvens för uppgifterna åskådliggörs i tabell 4.3.

Tabell 4.3 Lösningsfrekvens för både M- och K-grupperna i den första delen av undersökningen

Grupper		**Lösningsfrekvens i %**
M-grupper	Grupp 1	67
	Grupp 3	50
	Grupp 5	100
	Grupp 6	83
	Grupp 10	100
K-grupper	Grupp 2	17
	Grupp 4	50
	Grupp 7	33
	Grupp 8	83
	Grupp 9	17

M-grupper: Grupper i matematikverkstad, K-grupper: Grupper i klassrummet

4.2 Resultat av undersökningens andra del

Tabell 4.4 visar en överblick över resultat av gruppernas svar på uppgifterna i matematikverkstaden respektive i klassrummet. En detaljerad information som visar varje grupps resultat för varje uppgift finns i tabell 2 i bilaga 4.

Tabell 4.4 Redovisning av M- och K-gruppernas svar på uppgifterna i det andra undersökningstillfället

Svarskategori	**M-grupper**	**K-grupper**
Rätt svar	20	13
Fel svar	3	5
Inga svar	1	6
Borttaget svar	0	0

M: Grupper i matematikverkstad, K: Grupper i klassrummet

Som det framgår av tabell 4.4 var antalet rätta svar från grupperna i M mer än antalet rätta svar från grupperna i K. Antalet inga svar från grupperna i K var också mer än antalet inga svar i M.

Nedan redovisas lösningsförsök och lösningsfrekvens för varje uppgift baserad på information i tabell 2 i bilaga 4 samt ett intressant exempel på elevernas lösningsmetoder:

Resultatet för uppgift 4: Procent

I de flesta delar av uppgift 4 hade både M- och K-gruppen lika lösningsförsök och lösningsfrekvens. I del b var både lösningsförsök och lösningsfrekvens högre för M-jämfört med K-grupperna. Lösningsförsök för del d var också högre hos M-grupperna. K- gruppernas både lösningsförsök och lösningsfrekvens höjdes för uppgift 4 jämfört med för uppgift 1. Det kan vara så att erfarenheten av att arbeta med pärlor i M hade positiv effekt på elevernas arbete med uppgift 4 i K.

Resultatet för uppgift 5: Arean

Resultatet visade ett högre lösningsförsök hos M- jämfört med K-grupperna. Skillnaden mellan M- och K-grupperna var ännu större när det gällde lösningsfrekvens. Den enda gruppen i K som lyckades med rätta svaret behövde rita en bild av de tre byggblocken för att visa hur de skulle sitta bredvid varandra och därmed räkna ut arean. Men eleverna i M inte hade behov till att rita en bild då de hade blocken framför sig. Resultatet kunde visa att de elever som hade svårt att skapa en mental bild av föremålet kunde få chansen att klara av uppgiften om hade erbjudits att arbeta med konkreta material. Med tanke på Erikssons förklaring av Bruners idéer angående de tre representationsformerna (se s 6) bör man växla mellan de två sätt att arbeta med problemlösning för att kunna utveckla elevernas mentala aktiviteter.

Resultatet för uppgift 6: Mått

Både lösningsförsök och lösningsfrekvens var större för M- jämfört med K-grupperna. Det var intressant att skillnaden mellan M- och K-gruppernas resultat var mindre jämfört med första tillfället då gällde uppgift 3. En anledning kan vara att erfarenheten att arbeta laborativt med uppgift 3 hjälpte eleverna att använda en mental bild av måttband då de arbetade i klassrummet. Här visas en lösning på uppgift 6 vilket gjordes av grupp 3 i K där de hade ritat bilden på papperet:

Eleverna skrev i sitt papper: ”Om man sätter ihop 17 + 13 och lägger 23 bredvid så här:”

30

23

Vad de menade med 17,13 och 23 måste ha varit längden på de tre måttbandena det vill säga 17 cm, 13 cm och 23 cm. De fortsatte sin förklaring med*: ”Så blir det en mellanskillnad på 7 cm som man kan använda för att dela staven i tre lika delar:”*

21/3 = 7 cm för varje del.

Tabell 4.5 visar hur lösningsförsök för uppgifterna varierade mellan M- och K-grupperna vid det andra tillfället.

Tabell 4.5 M- och K-gruppernas lösningsförsök för uppgifterna i undersökningens andra del

Grupper		**Lösningsförsök i %**
M-grupper	Grupp 2	83
	Grupp 4	100
	Grupp 8	100
	Grupp 9	100
K-grupper	Grupp 1	83
	Grupp 3	33
	Grupp 6	100
	Grupp 10	83

M-grupper: Grupper i matematikverkstad, K-grupper: Grupper i klassrummet

Jämförelse av M- och K-gruppernas lösningsfrekvens åskådliggörs i tabell 4.6.

Tabell 4.6 Lösningsfrekvens för både M- och K-grupperna i den andra delen av undersökningen

Grupper		**Lösningsfrekvens i %**
M-grupper	Grupp 2	67
	Grupp 4	100
	Grupp 8	100
	Grupp 9	67
K-grupper	Grupp 1	33
	Grupp 3	33
	Grupp 6	100
	Grupp 10	50

M-grupper: Grupper i matematikverkstad, K-grupper: Grupper i klassrummet

4.3 Jämförelse av samtliga gruppers resultat i matematikverkstaden och i klassrummet

Som det framgår av följande diagram hade totalt sätt de 10 grupperna haft bättre resultat i matematikverkstaden jämfört med i klassrummet. Det var bara en grupp, grupp 6, som fick bättre lösningsfrekvens i klassrummet jämfört med i matematikverkstaden.

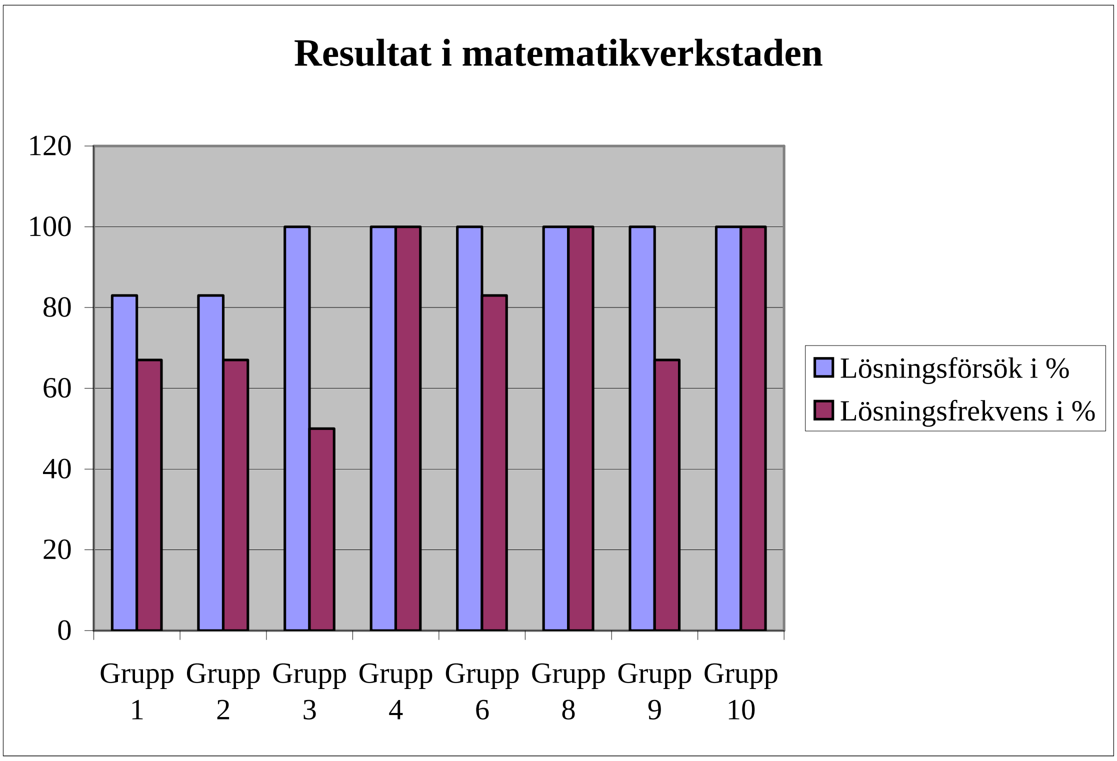


Diagram 4.5 Samtliga gruppers lösningsförsök och lösningsfrekvens i matematikverkstaden

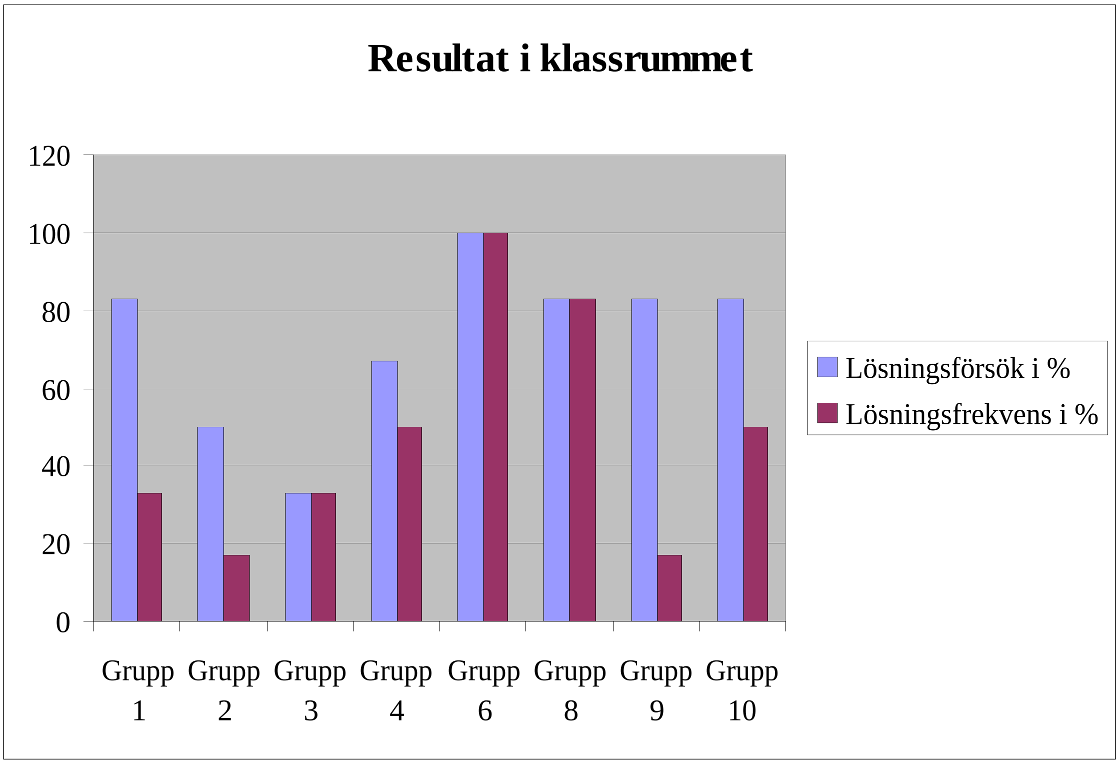


Diagram 4.6 Samtliga gruppers lösningsförsök och lösningsfrekvens i klassrummet

4.4 Resultat av svar på enkätfrågor

Resultat av elevernas totala svar på enkätfrågor:

Av tabell 4.9 framgår att 12 elever upplevde sina svåraste uppgifter bland de uppgifter som de hade arbetat på i K. Men 5 elever valde sin svåraste uppgift bland uppgifterna de hade arbetat på i M. Detta visar att användandet av laborativa material påverkade hur eleverna upplevde problemens svårighetsgrad.

Resultat av svar på frågorna 2 och 3 visar att 11 elever valde sin intressanta uppgift bland uppgifterna de hade arbetat på i M medan 7 elever upplevde sin intressanta uppgift bland de uppgifter de hade arbetat på i K.

Sju elever fick en mindre bra upplevelse bland uppgifter de arbetade på i M medan 9 elever valde sina mindre bra uppgifter bland de uppgifter de arbetade på i K.

Resultatet av elevernas upplevelse av hur intressanta respektive mindre bra uppgifterna var har visat att arbeta i M hade en viss påverkan.

Tabell 4.9 och tabell 4.10 visar en överblick över elevernas svar på enkätfrågorna. En mer detaljerad information om hur eleverna i varje grupp svarade på frågorna finns i tabell 3 i bilaga 4. Av tabellerna framgår inte hur eleverna motiverade sina svar vilket kommer att tas upp och redovisas längre ner.

Tabell 4.9 Totala räknade antalen svar för varje uppgift respektive i M och i K

Uppgift	**Svårast**	**Intressant**	**Mindre bra**
1	2 i K	1 i M	2 i K
2	1 i M + 2 i K	1 i K	0
3	0	2 i M	1 i M + 2 i K
4*	2 i M	2 i M + 1 i K	4 i M + 1 i K
5	8 i K	4 i M + 1 i K	3 i K
6	2 i M	4 i K + 2 i M	2 i M + 1 i K

** En del av uppgift 4 ansågs svårast, intressant eller mindre bra. Se tabell 3 i bil.4 för att få detaljerade informationer om detta. K: Klassrummet, M: Matematikverkstaden*

Enligt tabell 4.10 var det fler elever som upplevde en skillnad mellan att arbeta i M än i K. Antalet elever som fick en bättre upplevelse att arbeta med uppgifterna i M jämfört med i K var betydligt större.

Tabell 4.10 Eventuella skillnader upplevda av elever och dess frekvens

Upplevda skillnader	**antal elever**
Bättre i K	1
Bättre i M	9
Ingen skillnad	7

K: Klassrummet, M: Matematikverkstaden

Nedan kommer en redovisning av gruppernas svar på enkätfrågor. Grupperna 5 och 7 saknades i det andra tillfället på grund av frånvaro.

Grupp 1:

De båda eleverna i grupp 1 tyckte att uppgift 5 var svårast. Så här förklarade E1: ”Förstod inte frågan.” Och E2: ” Fick inte svara något svar”

Det var inte oväntat av grupp 1 att ha svårigheter med uppgift 5 då de hade haft problem med arean också tidigare i matematikverkstaden där de hade tillgång till material. Men det var intressant att de valde uppgift 5 men inte uppgift 2 som svårast också som mindre bra.

Uppgift 1 och 4 blev valda som intressanta av E1 respektive E2. E2 tyckte att uppgift 4 var mest intressant eftersom den var lätt medan E1 motiverade sitt svar så här: ”Lätt att se skillnader och svar.” Att de båda eleverna hade det lätt att lösa sina valda uppgifter gjorde uppgifterna intressanta för dem trots att de inte hade lyckats med rätta svar för alla delar i de båda uppgifterna. Uppgift 4 var den enda uppgiften att gruppen försökte lösa i det andra tillfället det vill säga i K.

Mindre bra uppgift var uppgift 6 för E1. Han motiverade så här: ”Den var tråkig.” Gruppen gjorde inte ens ett försök att lösa uppgift 6. E2 tyckte fråga 5 var mindre bra och motiverade på samma sätt som för den svåraste uppgiften.

De båda eleverna tyckte att det var bättre i M jämfört med i K. E1 förklarade skillnaderna som ”Lättare med pärlorna och banden som hjälpmedel”. E1: s kommentar om pärlbanden kan tolkas som att denna uppgift upplevdes som intressant på grund av tillgången till hjälpmedel.

Grupp 2:

De båda valde uppgift 1 som svårast och förklarade att de har lite svårt med procent. Trots att det var svårt att arbeta med procent för de båda valde de uppgift 1 som svårast och inte uppgift 4. Deras ökade försök för lösningen samt ökade antalet rätta svar för uppgift 4 jämfört med uppgift 1 kan också betyda hur sättet att arbeta påverkade deras upplevelse av uppgiftens svårighetsgrad.

Mest intressant var uppgift 5 för de båda. E3 motiverade sitt svar: ”Det var roligt att prova på.” Och fortsatte: ”För man provade massa olika.” E4 motiverade så här: ”Den var rolig för att jag aldrig trodde det skulle bli så höga tal.” Att kunna prova på och förstå skillnaderna samt att få upptäcka saker man inte trodde innan var anledningen till deras intresse för uppgift 5.

De valde uppgift 6 som mindre bra och motiverade sitt svar med att den var lätt.

De båda tyckte det var bättre att arbeta med uppgifterna i matematikverkstaden och motiverade så här:

E3: ”Jag tycker att det var lättare att jobba i matematikverkstaden för då ser jag sakerna framför mig och då blir det lättare att räkna.”

E4: ”Matematikverkstaden var lättare för man fick hjälp av kuber m.m.”

Deras motivation för valet av M visar vilken bra hjälp kunde de få då de fick de matematiska materialen framför sig.

Grupp 3:

Den svåraste uppgiften för E5 och E6 var uppgift 5 medan E7 tyckte ingen var svår.

Fråga 5 var för E5 också mest intressant. Han motiverade sitt svar: ”För man försökte att förstå.” E6 tyckte ingen uppgift var intressant och förklarade att han inte tyckte att matematik är intressant. E7 som valde uppgift 6 som mest intressant motiverade att den var Rolig.

Uppgift 5 upplevdes av två i gruppen den svåraste uppgiften. Samtidigt som en av dem tyckte att den var också intressant. Detta kan visa att E5 tyckte om utmaningen i att göra svåra uppgifter men han försökte inte att, tillsammans med sin grupp, ta några skriftliga steg för lösningen något som de gjorde i arbete med uppgift 2 i M.

Att E7 valde uppgift 6 som mest intressant och inte uppgift 3 kunde ha olika orsaker bland annat att han, tillsammans med sin grupp, lyckades lösa uppgiften utan tillgång till måttband med hjälp av att rita en bild.

E5 tyckte uppgifterna 3 och 4 var mindre bra eftersom de var likadana. Detta kändes märkligt. Jag antog att en av de uppgifterna måste ha blivit skriven av misstag.

E6 och E7 tyckte alla uppgifter var bra.

Även om 2 av de 3 eleverna i Grupp 3 upplevde inga skillnader mellan sitt arbete i M och K visar deras resultat en mindre motivation för att lösa uppgifterna i K jämfört med i M. De motiverade inte sina svar när det gällde upplevda skillnader.

Grupp 4:

Den svåraste uppgiften för de båda var uppgift 4-b. Båda förklarade så här: ”Det tog lång tid att räkna ut.” Den mest intressanta uppgiften var också uppgift 4-b för de båda. De motiverade så här: ”Den var svårare så man fick tänka lite mer.” Uppgift 4-c var mindre bra enligt de båda. De förklarade: ”Den var lätt.”

De båda tyckte att det var bättre i matematikverkstaden. Så här motiverade E8: ”Det var lättare i matematikverkstaden eftersom vi fick material att arbeta med.” E9 förklarade sitt svar så här: ”Det är lugnare i matematikverkstaden.”

Det var intressant och märkvärdigt att grupp 4 fokuserade så här på uppgift 4. Det kan tyda på deras speciella intresse för procent. Å andra sidan nämnde de inte uppgift 1 som också handlade om procent.

Med hänsyn till deras bra upplevelse av M kan man påstå denna upplevelse var avgörande för deras val av uppgift 4. Grupp 4 tyckte om utmaningen av att göra svåra uppgifter. Att det kändes lugnare i M kunde tyda på en mer fokusering på problemlösning av eleverna i M jämfört med i K.

Grupp 6:

Båda i gruppen upplevde uppgift 5 som den svåraste. De förklarade att det tog lång tid att göra uppgiften. De båda tyckte uppgifterna 3 och 6 var mest intressanta. Båda tyckte att de var annorlunda och roliga. Alla uppgifter var bra enligt dem och de upplevde inga skillnader mellan de två sätt att arbeta med uppgifterna.

Denna grupp var den enda gruppen i K som försökte att lösa uppgift 5. De kom även fram till det rätta svaret vilket de inte gjorde då de arbetade med uppgift 2 i M. Även om de var den enda grupp som fick bättre resultat i K jämfört med i M kan man i själva verket påstå att de var nästan lika bra i de båda tillfällen. Deras ganska lika resultat motsvarar deras lika upplevelser respektive av M och av K.

Grupp 8:

Uppgift 6 upplevdes som den svåraste uppgiften för de båda i gruppen. E12 förklarade: ”Den hade inget självklart sätt man kunde räkna ut den på.” Och E13: ”Man hittade inget bra sätt att lösa den på.”

Det var intressant att de valde uppgift 6 som den svåraste och inte uppgift 3 även om de försökte att lösa uppgift 6 och lyckades med ett rätt svar vilket de inte gjorde då de hade fått uppgift 3.

E12 tyckte uppgifterna 2 & 5 var mest intressanta och förklarade: ”Jag tycker sådana uppgifter är roliga helt enkelt.” E13 tyckte också uppgift 5 var mest intressant och motiverade så här: ”Vi kom fram till att man ska göra den så kompakt som möjlig.”

Att arbeta med arean i både uppgift 2 och uppgift 5 var intressant för E12. Gruppen hade lyckats med rätt svar för både uppgift 2 och uppgift 5. För E13 var uppgift 5 intressant på grund av deras upptäck om hur arean kunde bli minimal.

E12 tyckte uppgifterna 1 och 4 var mindre bra och motiverade sitt svar: ”De är tråkiga och lite tjatiga.” E13 valde uppgifterna 1-a, 1-b, 1-c och 4-a, 4-b och 4-c som mindre bra och förklarade med ett ord: ”Enkla.” Trots att uppgifterna 1 och 4 upplevdes som tråkiga och tjatiga av E12 och som enkla av E13 arbetade gruppen med dem och fick fram rätt svar.

De båda upplevde inga skillnader mellan de två sätt att arbeta med uppgifterna. De motiverade inte sina svar. Med hänsyn till gruppens resultat i de båda tillfällena förklaras M:s och K:s lika upplevelser av deras lika resultat.

Grupp 9:

Svåraste uppgiften för de båda var uppgift 2. De motiverade att det var svårt att räkna alla sidor. Eftersom gruppen arbetade med uppgift 2 i K hade de inte tillgång till de två kuberna vilket gjorde svårt för de att räkna ut arean av föremålet. Det var intressant att gruppen upplevde uppgift 2 som svåraste och inte uppgift 5. Orsaken är tydlig med hänsyn till deras motivering.

Den mest intressanta var uppgift 4 för gruppen. De motiverade sitt svar med att det var roligt att bygga muren med legobitar och det var lättare att lösa problemen då man fick se bitarna framför sig. Deras förklaring för valet av uppgift 4 visar varför de inte valde uppgift 1 istället.

Mindre bra uppgift var uppgift 3 för gruppen och de förklarade att den var lite tråkig. Deras resultat visar att de inte ens försökte lösa uppgiften vilket de gjorde då de arbetade med uppgift 6.

Båda tyckte att det var bättre i M jämfört med i K och motiverade att man kunde ha material i M vilket hjälpte att arbeta med uppgifterna samtidigt som det var roligt. Gruppens bättre resultat i M jämfört med i K motsvarar denna upplevelse.

Grupp 10:

De svåraste uppgifterna för E16 var 2 och 5. Hon förklarade: ”Jag tycker area och omkrets är svårt.” E17 tyckte också att uppgift 5 var den svåraste. Hon motiverade sitt svar: ”Svår att förstå, dålig formulerad fråga.”

Trots att arbeta med area var svårt för E16 visar deras resultat att hon i sin grupp lyckades med en lösning för uppgift 2 i M. Och detta kanske påverkade att hon inte valde uppgift 2 som svårt och inte heller som mindre bra.

När det gällde mest intressanta uppgift svarade inte E16 på frågan medan E17 tyckte uppgift 6 var den mest intressanta. Hon förklarade: ”Man fick tänka på ett annorlunda sätt.”

Båda i gruppen tyckte att uppgift 5 var mindre bra. De förklarade att man inte förstod frågan. Det var tankeväckande att en sådan förklaring om uppgift 5 fick man inte av någon M-grupp.

Att inte förstå uppgift 5 gjorde denna uppgift både som den svåraste och som mindre bra för grupp 10 vilket påverkade deras vilja att försöka lösa den. Uppgift 6 upplevdes intressant av E17 eftersom den upplevdes som annorlunda.

Medan E17 upplevde inga skillnader mellan sitt arbete i K och i M tyckte E16 att det var bättre i K. Så här motiverade hon sitt svar: ”Det gick bättre i K för att man hade gjort likadana uppgifter hemma.” Trots att det hade gått betydligt bättre för grupp 10 i M jämfört med i K upplevde en av dem ingen skillnad mellan sitt arbete i K och M och den andra kände K som bättre.

4.5 Resultat av observationer

4.5.1 Observationer från det första tillfället i matematikverkstaden:

Användning av material:

Alla grupper använde av de laborativa material som de hade fått i M för att lösa uppgifter. Grupp 1, 3 och 6 tittade bara en gång på kuberna då de skulle arbeta med uppgift 2. Däremot använde de av pärlorna och måttbanden i hela sin lösningsprocess då de skulle lösa uppgift 1 och 3. Resterande grupperna använde av alla material i hela sin lösningsprocess.

Kommunikation:

Kommunikation inom M-grupper varierade från grupp till grupp. Både i grupp 1 och grupp 3 arbetade mest en elev medan de andra medlemmarna ibland var med och diskuterade uppgiften och ibland pratade om annat eller var okoncentrerade. Däremot diskuterade de andra grupperna för varje uppgift mycket bra. De använde av matematiska begrepp, visade sina tankegångar med hjälp av laborativa material och var hela tiden koncentrerade på sitt arbete.

4.5.2 Observationer från det andra tillfället i matematikverkstaden:

Användning av material:

Alla grupper använde av alla de material de hade fått i M för att lösa uppgifter. De använde av laborativa materialen i hela sin lösningsprocess.

Kommunikation:

Kommunikationen inom alla M-grupper var lika bra. De diskuterade matematik och var engagerade att lösa problemen.

5 Analys och slutsatser

Denna undersökning genomfördes i endast en högstadieklass. Därför ska man vara försiktig med att dra alltför generella slutsatser. Ändå framträder ett mönster som mycket väl kan vara relevant i ett större sammanhang. I det följande kommer jag att lyfta fram några centrala aspekter av detta mönster.

En första aspekt är att arbete med laborativa material förefaller öka elevernas förståelse för arbete på abstrakt nivå. Denna förståelse kan visa sig både som en spontan erövring av begrepp och som en upplevelse som senare kan stödja elevernas abstrakta tänkande. Den spontana förståelsen blev tydligare då grupperna i denna studie arbetade med uppgift 5 i matematikverkstaden. Uppgiften krävde en viss abstrakt förståelse för att man skulle hitta en lösning. De flesta grupperna i klassrummet lyckades inte lösa uppgiften. Däremot lyckades de flesta grupperna i matematikverkstaden lösa uppgiften med hjälp av de tre byggblocken och visade därmed en bättre insikt för minimalisering av arean. Ett konkret exempel på förståelse som en stödjande upplevelse var grupp 3: s arbete med uppgift 6 i klassrummet (Se avsnitt 4.2.3). Gruppens användning av en mental bild i sin lösning kan ses som tecken på att laborativa material stöder förståelse för abstrakta strukturer. Eriksson (2005) säger att arbete med konkreta material hjälper elever att kunna bilda abstrakta begrepp vilket också bekräftas i min studie.

Sambandet mellan arbete med laborativa material och begreppsbildning kan också diskuteras utifrån Vygotskijs (2005) idéer. Resultatet för uppgifterna 2 och 5 kan i min undersökning visa att medvetandegörandet av matematiska begrepp kan uppnås med användning av laborativa material. Eftersom eleverna i matematikverkstaden hade, jämfört med eleverna i klassrummet, en högre lösningsfrekvens för dessa två uppgifter kan man kanske påstå att begreppet area bättre kunde medvetandegöras med hjälp av laborativa medel.

En andra aspekt som framträder handlar om att användning av laborativa material hjälper eleverna med att formulera om en uppgift. Det fanns elever i klassrummet som upplevde att uppgift 5 var dåligt formulerad och att de inte förstod uppgiften. Samma uppgift upplevdes inte som begreppsligt svår av eleverna i matematikverkstaden. Mitt resultat kan också styrkas med Mayers påstående att genom att rita bilder eller använda laborativt material ges eleverna möjligheten till att själva presentera formuleringen av en uppgift vilket kan vara mycket användbart för att överhuvudtaget kunna komma igång med en lösning (Björkqvist, 2001).

En annan aspekt av resultatet är att arbete med laborativa material i en matematikverkstad motiverar eleverna till problemlösning. Resultatet visar att det förekommer fler lösningsförsök i matematikverkstaden jämfört med i klassrummet. Också Björkqvist (2001) har diskuterat att de verktyg som eleven har tillgång till påverkar elevens motivation till att lösa ett problem. Elevernas högre lösningsförsök kan också vara ett tecken på att uppgifterna upplevdes av eleverna som mer egna då de presenterades i matematikverkstad med förfogandet av laborativa material jämfört med i klassrummet. Björkqvist hävdar också att motivationen för att lösa ett problem ökas då problemet uppfattas av eleven som eget.

Utveckling av elevernas kommunikationsförmåga i matematikverkstaden är ytterligare en aspekt som kan anas i resultatet. Utifrån observationerna hade eleverna i matematikverkstaden i stort sätt en bra kommunikation och ett motiverat samarbete med varandra. Detta intryck förstärktes av vad en elev uttryckte om att det varit lugnare att arbeta i matematikverkstaden jämfört med i klassrummet. En möjlig förklaring till detta kunde vara att eleverna var mer engagerade att arbeta med uppgifterna i matematikverkstaden än de brukade vara i klassrummet. Säljö (2000) hävdar också att människan brukar kommunicera med andra på olika sätt enligt de mönster hon anser vara relevanta för en viss kontext. Jag menar att matematikverkstaden kan vara en sådan kontext där elevernas förmåga till matematiska diskussioner motiveras.

En ytterligare aspekt som uppträder i resultatet är att ett problem kan uppfattas av eleverna som mer eller mindre svårt, intressant och bra beroende på om problemet presenteras i matematikverkstad, med tillgång till material, eller i klassrummet. Tidigare forskning av Björkqvist (2001) visar också att eleverna uppfattar ett problem på helt olika sätt beroende på vilken kontext problemet presenteras i. En slutsats som man kan dra av resultatet är att uppgifter med samma svårighetsgrad kan upplevas, av eleven, svårare att arbeta med då eleven inte har tillgång till laborativa material. Dessutom kan uppgiften upplevas som mer intressant när den presenteras i matematikverkstaden än i klassrummet.

En viktig slutsats, baserad på resultatet av enkätstudien, är också att eleverna upplever skillnader mellan sitt arbete i matematikverkstaden jämfört med i klassrummet. Elevernas upplevda skillnader handlar om en mer positiv inställning till arbete i matematikverkstaden. En del av eleverna hade, i sina svar i enkäten, motiverat denna positiva inställning med att arbete med laborativa material hade hjälpt dem att bättre förstå uppgiften.

En sista aspekt som framkommer i min undersökning är att det känns naturligt att använda redskap för att hantera ett matematiskt tänkande. Av observationerna framgick också att eleverna använde alla laborativa material som de hade tillgång till trots att jag i början hade förklarat att det var frivilligt att använda material. Detta kan också vara ett konkret exempel på Erikssons (2005) påstående om att inför en problemlösning är aktivitet med händerna viktig för barn.

Denna studie talar för att det lönar sig att använda laborativa material för utveckling av elevers problemlösningsförmåga. För att öka elevernas förståelse för abstrakta strukturer, stimulera deras intresse och stödja deras kommunikativa förmåga bör eleverna erbjudas en rik matematikundervisning försedd med laborativa experiment.

Sammanfattningsvis hävdar jag att genomförandet och resultatet av de två undersökningstillfällena talar för att användning av laborativa material kan utveckla högstadieelevernas förmåga att lösa matematiska problem och stimulera deras intresse för problemlösningsarbete.

Förslag till fortsatt undersökning

Det skulle vara intressant att, förutom att jämföra svaren på uppgifterna, också jämföra de metoder som eleverna använder för att lösa en uppgift i klassrummet respektive i en matematikverkstad. Vidare skulle det vara intressant att undersöka hur kommunikationen mellan elever skiljer sig vid problemlösning i en matematikverkstad och i klassrummet.

Trots mina förväntningar om det motsatta har jag, i den skola som jag praktiserade, inte upplevt en hög uppskattning av laborativ matematik bland de flesta matematiklärare. Trots att det fanns en mycket fint utrustad matematikverkstad i skolan uppfattade jag det att verkstaden sällan användes till matematiska experiment. Det skulle vara intressant att undersöka hur ofta matematikverkstäder används i ett antal skolor. En annan studie kunde undersöka orsakerna till att matematikverkstäderna inte används som de var tänkta.

6 Litteraturförteckning

Berggren, Per & Lindroth, Maria (1999). *På G i matematik*. Solna: Ekelund Förlag AB.

Björkqvist, Ole (2001). Matematisk problemlösning. I Barbro Grevholm (red.), *Matematikdidaktik- ett nordiskt perspektiv*. (s 118- 119, 121- 124) Lund: Studentlitteratur.

Dewey, John (2004). *Individ, skola och samhälle*. Stockholm: Natur och Kultur. 27, 46-48, 54.

Eriksson, Karl Henrik (2005). Om barns förmåga att bilda begrepp. I Göran Emanuelsson, Karin Wallby, Bengt Johansson & Ronny Ryding (red.), *Matematik – ett kommunikationsämne* (s 54-55) Göteborg: NCM/Nämnaren.

Emanuelsson, Göran, Johansson, Bengt, Nilsson, Margita, Olsson, Gull, Rosén, Bo & Ryding, Ronnie (red.)(2006). *Matematik – ett kärnämne.* Göteborg: NCM/Nämnaren.

Emanuelsson, Göran, Wallby, Karin, Johansson, Bengt & Ryding, Ronny (red.)(2005). *Matematik – ett kommunikationsämne.* Göteborg: NCM/Nämnaren.

Johansson, Bo & Svedner, Per Olov (2004). *Examensarbetet i lärarutbildningen*. Uppsala: X-O GrafTryckeri AB.

Lester, Frank (2005). Problemlösningens natur. I Göran Emanuelsson, Karin Wallby, Bengt Johansson & Ronny Ryding (red.), *Matematik – ett kommunikationsämne* (s 91) Göteborg: NCM/Nämnaren.

Löwing, Madeleine (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning*. Göteborg: Kompendiet.

Polya, George (1990). *How to solve it*. England: Penguins books. 6.

Rystedt, Elisabeth & Trygg, Lena (2005). *Matematikverkstad*. Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM.

Stukát, Staffan (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur.

Säljö, Roger (2000). *Lärande i praktiken*. Stockholm: Norstedts Akademiska Förlag.

Vygotskij, Lev S (2005). *Tänkande och språk*. Göteborg: Daidalos AB.

Elektronisk källa:

Skolverket (2006). *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet –Lpo 94*. http://skolverket.se/publikationer , 2007-04-15.

Skolverket (2000). *Matematik – Kursplan Ämnets syfte och roll i utbildningen*. http://www3.skolverket.se/ki03/front.aspx?sprak=SV&ar=0607&infotyp=23&skolform=11&id=3873&extraId=2087, 2007-04-15.

NCM & Nämnaren (2006) Kängurun – Matematikens hopp Cadet 2006. *http://ncm.gu.se/media/namnaren/kanguru/2006/webb/cadet_uppg_06.pdf*, 2007-04-10.

Bilagor

Bilaga 1

1. Du har en tråd med färgade indianpärlor varav 10 är svarta, 5 är blåa, 15 är vita och 20 är gröna.

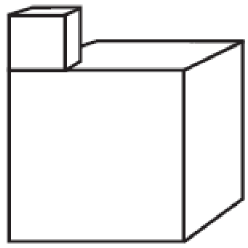
a) Hur många procent av pärlorna är blåa?

b) Hur många procent blir den procentuella fördelningen för den gröna färgen om du tar bort 10 gröna och 5 vita från pärlbandet?

c) Vad blir den procentuella fördelningen för den vita färgen om du till det ursprungliga pärlbandet lägger till 15 blåa?

d) Hur skulle du göra för att förändra det ursprungliga pärlbandet så att andelen svarta blev 25 %?

2. Föremålet på bilden består av två kuber. Den lilla kuben har sidlängd 1 cm och den är fastlimmad på en större kub med sidlängd 3 cm.
Hur stor är arean av föremålets hela yta?



3. Tove står i slöjdaffär. Hon har klippt tre vävda band på 21 cm, 23 cm och 27 cm. En kund kommer in och vill ha ett band på 29 cm. Tove letar ivrigt efter måttbandet, men någon har lånat det.
Kan hon använda de tre uppmätta bitarna för att kunden ska få sin beställning? Finns det mer än ett sätt att göra på?

Bilaga 2

4. Du har byggt en mur med 25 färgade legobitar. Bitarna är gröna, gula, röda, blåa och vita och den procentuella fördelningen är samma för alla färger.

a) Hur stor andel av muren är grön?

b) Hur många procent blir den röda färgen om du lägger till 5 blåa och 5 gula bitar till muren?

c) Hur många procent blir den vita färgen om du tar bort 5 röda från och lägger 10 vita bitar till den ursprungliga muren?

d) Hur skulle du göra för att förändra den ursprungliga muren så att andelen gula blev 10 %?

5. Byggblocket på bilden har längd, bredd och höjd lika med 5, 3 respektive 1 centimeter. Hur kan man bygga ett rätblock med 3 sådana byggblock så att arean blir minimal. Hur mycket blir då arean? Redovisa för din lösning.

6. Du har en stav på 21 centimeter och du vill dela den i tre lika delar. Hur kan du göra det med hjälp av tre måttband som är 23, 17 och 13 centimeter?

Bilaga 3

Gruppnummer:

Under två tillfällen har du i din grupp arbetat på 6 uppgifter vilka du kommer att få i ett separat papper för att kunna komma ihåg dem. Titta först på uppgifterna och svara sedan på nedanstående frågor. Tack för din medverkan!

1. Vilken uppgift var svårast? (Ange numret till uppgiften)
   Förklara på vilket sätt den var svår!

2. Vilken uppgift var mest intressant för dig? (Ange numret till uppgiften)
   Motivera ditt svar!

3. Vilken uppgift var mindre bra, tycker du? (Ange numret till uppgiften)
   På vilket sätt?

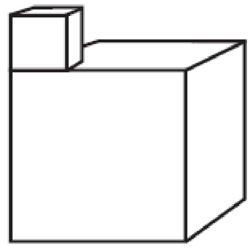
4. Upplevde du någon skillnad mellan de två sätt att arbeta med uppgifterna, det vill säga när du var i klassrummet respektive i matteverkstaden? Förklara om eventuella skillnader!

Uppgifter

1. Du har en tråd med färgade indianpärlor varav 10 är svarta, 5 är blåa, 15 är vita och 20 är gröna.

e) Hur många procent av pärlorna är blåa?
f) Hur många procent blir den procentuella fördelningen för den gröna färgen om du tar bort 10 gröna och 5 vita från pärlbandet?
g) Vad blir den procentuella fördelningen för den vita färgen om du till det ursprungliga pärlbandet lägger till 15 blåa?
h) Hur skulle du göra för att förändra det ursprungliga pärlbandet så att andelen svarta blev 25 %?

2. Föremålet på bilden består av två kuber. Den lilla kuben har sidlängd 1 cm och den är fastlimmad på en större kub med sidlängd 3 cm.
Hur stor är arean av föremålets hela yta?



3. Tove står i slöjdaffär. Hon har klippt tre vävda band på 21 cm, 23 cm och 27 cm. En kund kommer in och vill ha ett band på 29 cm. Tove letar ivrigt efter måttbandet, men någon har lånat det. Kan hon använda de tre uppmätta bitarna för att kunden ska få sin beställning? Finns det mer än ett sätt att göra på?

4. Du har byggt en mur med 25 färgade legobitar. Bitarna är gröna, gula, röda, blåa och vita och den procentuella fördelningen är samma för alla färger.
a) Hur stor andel av muren är grön?
b) Hur många procent blir den röda färgen om du lägger till 5 blåa och 5 gula bitar till muren?
c) Hur många procent blir den vita färgen om du tar bort 5 röda från och lägger 10 vita bitar till den ursprungliga muren?
e) Hur skulle du göra för att förändra den ursprungliga muren så att andelen gula blev 10 %?

5. Byggblocket på bilden har längd, bredd och höjd lika med 5, 3 respektive 1 centimeter. Hur kan man bygga ett rätblock med 3 sådana byggblock så att arean blir minimal. Hur mycket blir då arean? Redovisa för din lösning.

6. Du har en stav på 21 centimeter och du vill dela den i tre lika delar. Hur kan du göra det med hjälp av tre måttband som är 23, 17 och 13 centimeter?

Bilaga 4

Tabell 1 Gruppernas resultat i matematikverkstaden respektive i klassrummet vid det första tillfället

Sammanställning av resultat för det första tillfället	**M: matematikverkstaden**					**K: Klassrummet**				
	Grupp 1	Grupp 3	Grupp 5	Grupp 6	Grupp 10	Grupp 2	Grupp 4	Grupp 7	Grupp 8	Grupp 9
Uppgift1-a	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R
Uppgift1-b	R	F	R	R	R	_	R	R	R	F
Uppgift1-c	_	F	R	R	R	_	R	_	R	F
Uppgift1-d	R	R	R	R	R	_	_	_	R	F
Uppgift 2	F	F	R	F	R	F	F	F	R	F
Uppgift 3	R	R	R	R	R	F	_	_		_

R: Rätt svar, F: Fel svar, _: Inga svar, Blank: Borttagen

Tabell 2 Gruppernas resultat i matematikverkstaden respektive i klassrummet vid det andra tillfället

Sammanställning av resultat för det andra tillfället	**M: matematikverkstaden**				**K: Klassrummet**			
	Grupp 2	Grupp 4	Grupp 8	Grupp 9	Grupp 1	Grupp 3	Grupp 6	Grupp 10
Uppgift4-a	R	R	R	R	R	R	R	R
Uppgift4-b	R	R	R	R	R	_	R	F
Uppgift4-c	F	R	R	R	F	_	R	F
Uppgift4-d	_	R	R	F	F	_	R	R
Uppgift 5	R	R	R	F	F	_	R	_
Uppgift 6	R	R	R	R	_	R	R	R

R: Rätt svar, F: Fel svar, _: Inga svar, Blank: Borttagen

Tabell 3 Elevernas svar på enkätfrågor

Svar på Enkätfrågorna		Svåraste uppgifter	Mest intressanta uppgifter	Mindre bra uppgifter	Upplevda skillnader		
					Ingen skillnad	Bättre i M	Bättre i K
Grupp 1	E1	5	1	5		X	
	E2	5	4	6		X	
Grupp 2	E3	1	5	6		X	
	E4	1	5	6		X	
Grupp 3	E5	5	5	3 & 4		X	
	E6	5	Ingen	Ingen	X		
	E7	Vet ej	6	Ingen	X		
Grupp 4	E8	4-b	4-b	4-c		X	
	E9	4-b	4-b	4-c		X	
Grupp 6	E10	5	3 & 6	Ingen	X		
	E11	5	3 & 6	Ingen	X		
Grupp 8	E12	6	2 & 5	1 & 4	X		
	E13	6	5	1(a,b,c) & 4 (a,b,c)	X		
Grupp 9	E14	2	4	3		X	
	E15	2	4	3		X	
Grupp 10	E16	2 & 5	_	5			X
	E17	5	6	5	X		

E: elev