



DiVA – Digitala Vetenskapliga Arkivet <http://umu.diva-portal.org>

---

This is a book chapter published in **Matematikdidaktiska frågor: Resultat från en forskarskola** (ed. Brandell, Gerd).

Citation for the published paper:

Österholm, Magnus. 2009. Läsförståelsens roll inom matematikutbildning. In *Matematikdidaktiska frågor: Resultat från en forskarskola*, Brandell, Gerd (ed.), p. 154-165. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.

# Läsförståelsens roll inom matematikutbildning

Magnus Österholm

Detta kapitel beskriver undersökningar kring hur universitetsstudenter och skolelever läser olika typer av texter. Frågor jag vill besvara är hur man bör förhålla sig till läsning inom matematikutbildning och om man behöver behandla läsförståelse som en del av undervisning i matematik. I kapitlet behandlar jag undersökningar kring läsning av uppgiftstexter samt undersökningar kring läsning av förklarande texter. Därefter jämför jag dessa olika typer av lässituationer och noterar då vissa likheter mellan lässtrategier som elever använder sig av i de olika situationerna. Bland annat noterar jag att texter som innehåller symboler tycks aktivera en speciell lässtrategi hos elever. Denna strategi verkar handla om att fokusera på symboler och andra typer av nyckelord i texten, vilket resulterar i en sämre läsförståelse. En slutsats är därför att det finns behov av att behandla läsning i matematikundervisning eftersom elever på egen hand tenderar att utveckla bristfälliga lässtrategier. Jag diskuterar också förslag på hur man kan göra detta. Som avslutning på kapitlet diskuterar jag även hur resultaten om läsning kan ses i relation till andra forskningsresultat.

## Inledning

Vad har egentligen läsning och läsförståelse med matematik att göra? Nationalencyklopedin definierar matematik som ”en abstrakt och generell vetenskap för problemlösning och metodutveckling”. I denna definition är det svårt att se läsning som en central komponent. I alla typer av vetenskaper behöver man verktyg för att kommunicera den kunskap som berörs inom området. Texter och läsning kan då naturligtvis vara viktiga aspekter. Dessutom finns inom matematiken det speciella symbolspråket, som primärt är ett skriftspråk, vilket ger läsning en central position.

Än viktigare kan läsförståelse bli om man inte bara behandlar matematiken som ett ämnesområde utan även fokuserar på *utbildning* inom matematik. För det första används läroböcker i ganska stor omfattning (se också Monica Johanssons bidrag i denna bok), och studerande på alla nivåer har därmed ofta behov av att läsa under sin matematikutbildning. Läsförståelse behövs alltså för att lära sig matematik. För det andra kan man se läsförståelse som ett mål, det vill säga att studerande behöver lära sig att läsa. Att utveckla läsförmågan

kan ses som ett mer generellt mål inom utbildning, det avser en förmåga som är oberoende av ämnesinnehåll. Men man kan också lyfta fram ett behov av att lära sig läsa texter från olika ämnesområden på olika sätt. I USA pratar man i detta sammanhang om 'content area reading' och där är det vanligt att blivande lärare behöver läsa någon kurs som berör detta. I dagens svenska kursplaner för matematik finns inget explicit om just läsning eller läsförståelse. Vissa formuleringar finns dock som mer indirekt berör läsning, såsom i grundskolans kursplan att bedömning även ska avse "elevens förmåga att ta del av och använda information i såväl muntlig som skriftlig form". I de förslag som fanns till nya kursplaner för gymnasiet (GY-07) fanns dock en mer specifik formulering kring läsförmåga. En sådan formulering bygger på samma synsätt som finns i en omfattande dansk rapport av olika aspekter av kunskap inom matematik, där läsning innefattas i kommunikationskompetens (Niss & Jensen, 2002).

Hur ska man då förhålla sig till läsförståelse inom matematikutbildning? Behöver man undervisa elever om läsning i matematik, till exempel genom att behandla speciella lässtrategier? Vad är det i så fall man bör undervisa om? Dessa frågor kommer jag att diskutera i detta kapitel, med utgångspunkt från min forskning kring läsförståelse av matematiska texter. Det mesta som jag behandlar här finns mer utförligt beskrivet i min doktorsavhandling, om inte, ger jag referenser till annan litteratur.

Huvudfrågan i detta kapitel är alltså om man på ett mer explicit sätt behöver behandla läsförståelse inom matematikutbildning. Det finns många olika sätt att närma sig denna fråga. Man kan till exempel tänka sig att det finns speciella egenskaper hos matematiska texter som gör att man behöver läsa sådana texter på speciella sätt. Ett sätt att närma sig huvudfrågan är därmed att studera matematiska texter och leta efter sådana egenskaper som kan skapa ett behov av speciella lässtrategier. Ett annat sätt är att studera elevers läsning av matematiska texter för att undersöka om de använder speciella lässtrategier för att förstå dessa texter, och i så fall varför. Sådana studier kan leda till en diskussion kring huruvida olika lässtrategier är gynnsamma eller inte. Gynnsamma lässtrategier kan därmed ses som något man bör försöka främja i undervisningen och strategier som inte är gynnsamma kan ses som något man bör försöka undvika i undervisningen. I detta kapitel kommer jag endast att behandla studerandes läsning och inte egenskaper hos matematiska texter (i avsnitt 3.1 i min avhandling behandlar jag matematiska texter).

När det gäller matematiska texter i läroböcker kan man skilja mellan två olika typer. Dels finns det uppgiftstexter som beskriver en uppgift som ska lösas och dels finns det texter som beskriver eller försöker förklara något för läsaren. Jag kommer att behandla läsning av båda

dessa typer av texter, först läsning av uppgiftstexter och sedan läsning av förklarande texter. Därefter diskuterar jag dessa två aspekter i relation till huvudfrågan och avslutningsvis diskuterar jag läsning i förhållande till mer allmänna aspekter av matematikutbildning.

## **Läsning av uppgiftstexter**

Jag har själv inte genomfört några empiriska studier kring läsning av uppgiftstexter. Diskussionerna i detta avsnitt utgår istället från litteraturstudier jag genomfört kring andras empiriska undersökningar om elevers läsning av sådana texter.

Ibland förekommer diskussioner om att uppgifter i matematik främst mäter läsförmåga på grund av uppgiftstexters språkliga innehåll. Vissa menar också att man bör minska mängden text i uppgifter för att ”renodla” matematiken. Som stöd för sådana förslag brukar man hänvisa till undersökningar som visar starka korrelationer mellan läsförståelsetest och matematiktest. Från dessa undersökningar drar man då den förhastade slutsatsen att läsförmågan har en avgörande betydelse för hur elever klarar uppgifter i matematik. Förhållandet visar sig dock vara mer komplext än så. Till exempel visar det sig att en stor del av sambandet kan förklaras med en gemensam bakomliggande faktor i form av generell kognitiv förmåga (såsom intelligens). Dessutom har vissa longitudinella studier bland yngre elever visat att den aktuella prestationen i matematik förutsade läsförmågan för nästkommande år men läsförmågan förutsade inte prestationen i matematik. Exakt hur detta resultat ska tolkas kan vara svårt att avgöra, men det visar åtminstone att det inte alltid finns ett direkt eller enkelt förhållande ”från läsning till matematik”.

När det gäller mer ingående studier kring elevers läsning av uppgiftstexter i matematik har de flesta fokuserat på så kallade textuppgifter, vilka ibland även kallas benämnda tal, på engelska ’word problems’. Detta handlar om matematiska uppgifter som också har ett ganska stort allmänt språkligt innehåll. Resultat från studier har visat att elever använder sig av speciella lässtrategier för att ta sig an textuppgifter. Ibland tar elever inte hänsyn till verkliga förhållanden; de kan exempelvis svara att det behövs 5,3 bussar, eller avrundat till 5 bussar, för att genomföra en skolresa och få med alla barn. En annan speciell lässtrategi som används är att hitta, och på olika sätt utnyttja, vissa nyckelord i uppgiftstexten. Dessa ord kallas också ibland signalord (se t.ex. Malmer, 1999). Strategin att fokusera på sådana ord har observerats bland studerande i alla åldrar, ända upp till högskolenivå.

Vad som kanske är mest intressant i studier som noterat dessa typer av strategier är att elever endast betar sig på sådana sätt när det gäller matematik. Samma elever kan alltså läsa och resonera kring samma texter på andra sätt i andra sammanhang.

Här följer två konkreta exempel på matematiska textuppgifter, för vilka jag kommer att diskutera strategin att fokusera på nyckelord:

- A. Kalle har 5 kronor. Kalle har tre kronor mer än Lisa. Hur mycket pengar har Lisa?
- B. Markus, Anna och Eva plockade gurkor under sommarlovet. En dag plockade de 440 liter gurkor tillsammans. Markus plockade dubbelt så mycket som Anna. Eva plockade 40 liter mer än Markus. Hur många liter plockade Anna?

Strategin att fokusera på nyckelord och med hjälp av dem läsa och försöka ”översätta” texten skulle kunna vara:

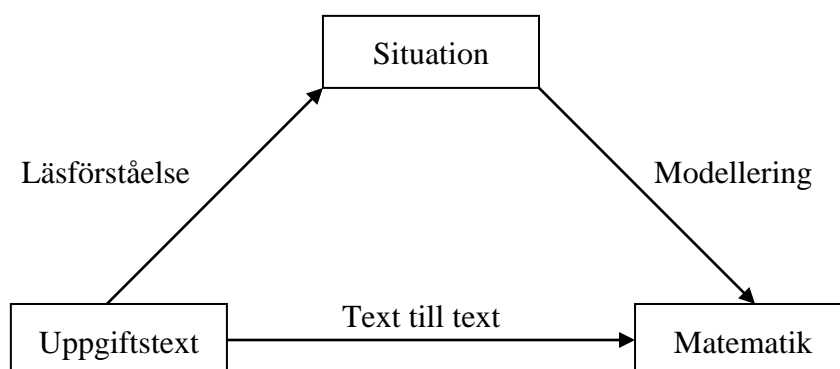
- A.  $5 + 3 = 8$
- B.  $2x + 40 + x = 440$

En undersökning bland elever i årskurs 9 visade att för uppgift B var det många som angav ovan nämnda ekvation för att lösa uppgiften (Nilsson, 2004). Eleverna verkar i detta försök till översättning utgå från tre delar i texten: ”440 liter tillsammans”, ”dubbelt så mycket” och ”40 liter mer”, som sedan kombineras till en ekvation. För uppgift A kan fokus i texten ligga på ”5 kronor” och ”3 kronor mer”.

Denna strategi liknar ett försök att renodla texten från vanligt språk och översätta den mer vardagliga texten till en matematisk text, det vill säga att fokus ligger på *texten i sig* och egentligen inte på *betydelsen* av texten. Möjligen fokuserar eleverna på betydelsen av vissa delar av texten, men inte på texten som helhet. Syftet med dessa texter är förmodligen att beskriva en situation, medan eleverna alltså ibland försöker tolka texten som en direkt beskrivning av vad man ska göra (utifrån nyckelorden). Problemet är alltså att elever fokuserar på texten i sig och hur den ska ”översättas”, istället för att fokusera på den situation som texten beskriver och försöka ”översätta” den till matematik (se figur 1). Det sistnämnda kan man kalla modellering, eftersom att skapa en modell just handlar om att översätta en situation ”utanför” matematiken till matematik.

Eftersom vissa lässtrategier visat sig vara specifika för matematik handlar det alltså inte primärt om någon begränsning i elevernas förmåga att läsa och bearbeta texten. Istället måste det handla om ett inlärt beteende vid läsning av matematiska uppgiftstexter. Jag tror också att de flesta kan vara överens om att i princip alla elever i årskurs 9 faktiskt har förmågan att *förstå situationen* som är beskriven i uppgift B ovan, eftersom texten inte är språkligt komplicerad. Anledningen till att vissa elever inte klarar av uppgiften verkar alltså istället vara att de har utvecklat vissa (starkt begränsade) strategier för att ta sig an dessa typer av uppgifter. Att instruera elever att använda sådana speciella lässtrategier kan alltså vara destruktivt. Att till exempel koppla samman vissa speciella ord med olika räknesätt (såsom *mer* med addition eller *mindre* med subtraktion) gör att fokus hamnar på texten i sig och inte på textens betydelse och den situation som beskrivs. Det gör också att man går miste om möjligheten att behandla (en enklare form av) matematisk modellering i samband med dessa typer av uppgifter. Även om man inte undervisar om dessa strategier kan det finnas anledningar till att elever utvecklar liknande strategier. En anledning är antagligen att de visat sig vara någorlunda effektiva för att lösa vissa typer av uppgifter. Detta ställer vissa krav på uppgifter man ger till elever, både i undervisning och på prov. Uppgifterna bör inte indirekt uppmuntra eleverna att ta genvägen att försöka översätta text till text (se figur 1). En sådan indirekt uppmuntran kan till exempel ske genom att denna metod ofta fungerar som lösningsmetod.

Det finns tyvärr mycket få studier som på ett explicit sätt undersökt läsförståelsens roll när elever löser uppgifter. Slutsatser kring läsförståelse dras istället oftast endast utifrån att man studerat resultat på test (såsom i de nämnda korrelationsstudierna i inledningen av detta



**Figur 1.** Schematisk bild av två huvudstrategier för att "översätta" en text i naturligt språk till en matematisk representation.

avsnitt) eller hur elevers skriftliga lösningar av uppgifter ser ut. De flesta har alltså studerat processen att behandla en matematisk uppgift som en helhet, vilken inkluderar läsförståelse och modellering/lösning. De undersöker därmed läsning på ett mer indirekt sätt. Trots det finns det undersökningar där man till exempel utifrån enbart granskning av elevers skriftliga lösningar drar slutsatsen att brister i läsförståelsen är den viktigaste anledningen till felaktiga lösningar. Utan att mer ingående studera lösningsprocessen torde det vara svårt att till exempel skilja mellan fel som skett i olika steg i de två olika huvudstrategierna som beskrivs i figur 1. Det finns också enstaka exempel på undersökningar som faktiskt separerat läsförståelsen från den matematiska behandlingen (Knifong & Holtan, 1977). I intervjuer bland elever avseende uppgifter som de tidigare svarat fel på konstaterade man att de nästan alltid (i mer än 90 % av fallen) kunde läsa texten korrekt samt beskriva situationen i texten och vad texten frågade efter. Eleverna kunde under intervjun dock sällan (i 36 % av fallen) beskriva ett korrekt sätt att lösa uppgiften. Det stora problemet verkar alltså inte vara läsförståelsen utan antingen bristande strategier eller bristande matematisk kunskap.

## **Läsning av förklarande texter**

Jag kommer här att summera och diskutera resultat från tre av mina empiriska studier kring gymnasieelevers och universitetsstudenters läsning av matematiska texter som beskriver och försöker förklara något för läsaren.

Den första studien fokuserade på symbolanvändningen i matematiska texter samt jämförelser av texter med olika ämnesinnehåll. De 95 deltagarna fick läsa två texter, en matematiktext och en historietext. Matematiktexten handlade om gruppteori, vilket är en algebraisk teori som behandlar egenskaper hos mängder av objekt (t.ex. alla heltal) till vilka någon operation kopplats (t.ex. addition). Detta innehåll valdes för att det skulle vara något nytt för såväl gymnasieelever som universitetsstudenter. Historietexten handlade om händelser som ledde till och som ingick i de ryska revolutionerna. Matematiktexten fanns i två versioner, en som använde sig av symboler och en som inte alls använde symboler. Ena hälften av deltagarna läste texten med symboler och andra hälften den utan, medan samtliga läste samma historietext. Studier av korrelationer mellan resultat på läsförståelsetest visade en koppling mellan historietexten och matematiktexten utan symboler. Personer som hade hög läsförståelse för den ena texten tenderade också att ha hög läsförståelse för den andra. Samma förhållande gällde dem som hade låg läsförståelse. Detta resultat kan tolkas som att samma

typ av förmåga utnyttjas av deltagarna vid läsning av dessa texter. Denna koppling till historietexten fanns inte när det gällde matematiktexten med symboler. Deltagarna läser alltså text med symboler på ett annorlunda sätt jämfört med andra texter. En jämförelse mellan de två matematiktexterna visade dessutom att läsförståelsen var bättre för texten utan symboler. Det annorlunda sätt på vilket deltagarna läser text med symboler var alltså i detta fall inte särskilt gynnsamt. Likheten i läsförståelse mellan matematiktexten utan symboler och historietexten visar dock att det verkar finnas en potential för läsare att ta sig an matematiktexter på liknande sätt som andra texter och fortfarande skapa förståelse.

Jämförelse mellan gymnasielever och universitetsstudenter visade att det inte fanns någon signifikant skillnad mellan dessa grupper avseende deras läsförståelse för matematiktexten med symboler. Universitetskurserna i matematik (algebra och analys) hade alltså inte påverkat studenternas läsförmåga för denna typ av text. Ett liknande resultat visade sig i en annan studie, men denna gång handlade det om den sista gymnasiekursen i matematik (kurs E). Texten handlade i denna studie om partialbråksuppdelning, det vill säga en metod för att dela upp ett komplext bråkuttryck i en summa av enklare bråk. Detta innehåll var något nytt för alla deltagare. Bland de 91 deltagande eleverna fanns det ingen skillnad i läsförståelse mellan dem som hade läst E-kursen och dem som inte hade läst denna kurs. Denna studie fokuserade också på symbolanvändningen i matematiktexter genom att två versioner av en text om absolutbelopp användes. Båda dessa texter innehöll symboler men skillnaden mellan dem låg i *mängden* symboler. Denna variation orsakade ingen skillnad i läsförståelse bland elever. Den tydliga skillnaden mellan texter med och utan symboler verkar därmed primärt bero på själva existensen av symboler i en text, vilken gör att elever använder en annorlunda lässtrategi.

I denna sistnämnda studie undersökte jag också metakognitiva aspekter av läsförståelse, det vill säga om och hur man som läsare kan avgöra om man har förstått en text eller inte. Direkt efter det att eleverna hade läst en text fick de utvärdera sin egen förståelse av texten. Sedan undersökte jag om denna självvärdering överensstämde med resultatet på läsförståelsetestet samt om något annat påverkade denna utvärdering. I denna del av studien fick jag inga generella och entydiga resultat. För texten om absolutbelopp fanns en ganska stark överensstämmelse mellan självvärderingen och läsförståelsetestet, medan det för texten om partialbråksuppdelning inte fanns någon överensstämmelse alls. En väsentlig skillnad mellan dessa två texter var att den ena fokuserade på begreppsförståelse (absolutbelopp) och den andra på procedurkunskap (partialbråksuppdelning). Även om det är oklart om det är just



denna skillnad mellan texterna som orsakar skillnaden i elevers förmåga att utvärdera sin läsförståelse kan man dra slutsatsen att olika matematiska texter kan påverka elevers läsning eller uppfattning om sin egen läsförståelse på olika sätt.

Även i en annan studie har jag fokuserat på metakognitiva aspekter av läsförståelse. I denna studie undersökte jag hur nio lärarstudenter avgjorde om de hade förstått en matematisk text eller inte. Studenterna fick läsa en matematisk text som beskrev något som var nytt för dem och sedan fick de avgöra i vilken grad de hade förstått textens innehåll. Därefter ombads de beskriva och förklara hur de avgjorde om de hade förstått eller inte förstått någon del av texten. Det tydligaste resultatet från denna studie var att studenterna hade svårigheter att tala om sin egen förståelse på detta sätt. Det visade sig till exempel genom att de ibland inte pratade om sin egen förståelse utan om egenskaper hos texten som möjligen kunde försvåra läsförståelsen. Vissa kommentarer kan dock avspegla olika typer av "kriterier" för förståelse som studenterna verkar använda (medvetet eller omedvetet) när de läser matematiska texter:

- *Ytlig koherens*: Studenter noterar i detta fall att man förstått något, om detta eller delar av det har berörts tidigare i texten. Detta kriterium användes främst för symboliska uttryck där förståelse noterades när alla ingående symboler finns nämnda i texten före uttrycket.
- *Acceptera påståenden*: Studenter gjorde detta utan att kommentera eller testa sanningshalten av ett påstående. Detta kriterium användes främst för text i naturligt språk och verkar ligga nära memorering.
- *Fokus på symboler*: När en text innehöll symboler fokuserade studenter ofta på dessa när graden av förståelse skulle avgöras. Påståenden i naturligt språk kommenterades främst när dessa presenterades separat och inte tillsammans med symboler.

Detta sistnämnda kriterium stödjer den slutsats som diskuterades tidigare; att det är själva existensen av symboler som påverkar studerandes lässtrategier. En speciell lässtrategi verkar alltså vara att fokusera på symboler i en matematisk text. Denna tolkning kan på ett enkelt sätt förklara tidigare beskrivna empiriska resultat kring symboler. Om läsaren fokuserar på symboler i en matematisk text gör detta att vissa delar av texten (symboler) får mer uppmärksamhet än andra (vanlig text). Detta kan göra att läsaren missar vissa delar av innehållet i texten, vilket kan förklara det sämre resultatet på läsförståelsetestet för en text med symboler jämfört med en text utan symboler. Om en text inte innehåller symboler kan alltså denna strategi inte utnyttjas och texten läses då antagligen på ett sätt mer likt "vanliga"

texter. Detta beteende skulle därmed förklara sambandet mellan läsförståelse för matematiktext utan symboler och läsförståelse för historietext.

Symboler är alltså en nyckel i diskussioner kring studerandes läsförståelse av matematiska texter. Man kan betrakta symboler på åtminstone två olika sätt; med fokus på symbolens *operativa betydelse* (vad man kan och inte kan göra med symbolen, t.ex. avseende räkneregler) eller med fokus på symbolens *semantiska betydelse* (precis som för vanliga ord, att de står för något). Ett exempel från min egen undervisning i en inledande kurs på universitetet kan belysa denna distinktion. En grupp studenter verkade läsa vissa symboliska uttryck med fokus på den operativa betydelsen och inte alls på den semantiska. De var nämligen mycket osäkra på hur de skulle utläsa följande uttryck:  $\{x \in \mathbb{Z} : x > 0\}$ . Speciellt var det ingen som använde sig av ordet *mängd* i sina utläsningsförsök. Ett sätt att utläsa uttrycket är till exempel ”mängden av alla positiva heltal”, där det väsentliga är att uttrycket beskriver en mängd. Studenterna klarade däremot av att göra ganska mycket med liknande uttryck i olika situationer, såsom att rita upp mängder på en tallinje eller att använda andra symboler för att beskriva en mängd. Att elever och studenter fokuserar på symboler i texter kan alltså bero på att de i allmänhet fokuserar på symbolers operativa betydelse. Texten runt omkring blir därmed i första hand ett stöd för att se vad man kan och inte kan göra med symbolerna, där kanske vissa typer av nyckelord blir viktiga, men vad som görs med symbolerna är huvudfokus.

Även om man inte aktivt undervisar om att läsa matematiska texter på de sätt som berörts i detta avsnitt utvecklar alltså elever dessa speciella lässtrategier. Men precis som med läsning av uppgiftstexter så finns det en anledning till att eleverna gör detta. Antagligen är det helt enkelt för att det tillräckligt ofta är effektivt för de situationer eleverna ställs inför. Om matematiska texter primärt används för att hämta specifik information om hur man ska bearbeta olika symboliska uttryck för att lösa en given uppgift, så blir det naturligt att fokusera på symboler och vad man kan göra med de symboliska uttrycken (dvs. den operativa betydelsen). Denna diskussion kan nu leda in på en mer övergripande bild av läsförståelse inom matematikutbildning.

## **Läsförståelse inom matematikutbildning**

Jämförelser kan nu göras mellan de två olika lässituationer som jag har behandlat; läsning av uppgiftstexter och läsning av förklarande texter. Vissa likheter mellan lässtrategier som elever

använder i dessa båda situationer gör att man kan notera vissa generella aspekter av deras läsning av matematiska texter. Kring uppgiftstexter har jag noterat elevers fokus på nyckelord och kring förklarande texter har jag noterat fokus på symboler. Båda dessa beteenden handlar om att lägga vikten på olika, i princip i förväg bestämda, delar av texter. Texten betraktas alltså i första hand inte som en helhet utan fokus ligger på vissa delar av texten som anses mest relevanta. I båda de behandlade lässituationerna har jag också noterat att elever inte utnyttjar alla kunskaper och förmågor som de besitter. För uppgiftstexter har detta visat sig genom att vissa kunskaper om verkligheten inte utnyttjas. För förklarande texter har detta visat sig genom att ett ”normalt” sätt att läsa texter på, det vill säga en generell läsförmåga, inte utnyttjas för texter med symboler.

Det verkar alltså som att det bland elever finns en allmän uppfattning om att man behöver läsa matematiska texter på speciella sätt, jämfört med andra typer av texter, eftersom eleverna utvecklar dessa speciella lässtrategier. Men är dessa strategier gynnsamma? Det finns specifika studier som påvisat negativa effekter av dessa lässtrategier, både vad gäller lösning av uppgifter och förståelse av förklarande texter. Man kan dessutom se negativa aspekter av de mer generella beskrivningarna som gavs i inledningen av detta avsnitt, dels att på förhand bortse från vissa delar av en text och fokusera på andra och dels att inte utnyttja alla kunskaper och förmågor man besitter. Dessa lässtrategier tenderar alltså att bli icke gynnsamma, sett i ett större perspektiv. Det har i de studier som jag behandlat i detta kapitel inte heller framkommit något direkt behov av speciella lässtrategier för matematiska texter. Istället har fördelen med att utnyttja mer generella läsförmågor noterats. När det handlar om uppgiftstexter finns fördelar med att separera läsning och förståelse för situationen som beskrivs från den matematiska behandlingen av denna situation. När det handlar om förklarande texter påvisade en av mina studier bättre läsförståelse då en mer generell läsförmåga utnyttjades.

Varför har då elever utvecklat dessa bristfälliga lässtrategier? Om läsning aldrig behandlas i matematikundervisningen så utvecklar eleverna dessa strategier på egen hand utifrån de (implicita) krav de upplever när det gäller läsning i matematik. Om deras erfarenheter av läsning begränsas till uppgiftstexter så kan dessa typer av texter naturligtvis skapa vissa speciella lässtrategier, som kanske även generaliseras till matematiska texter i allmänhet. Detta kan förklara de likheter som noterats mellan lässtrategier som används för olika typer av texter.

Det finns alltså ett behov av att behandla läsning i matematikundervisning eftersom elever annars på egen hand tenderar att utveckla bristfälliga lässtrategier. Kurser på både gymnasie- och universitetsnivå har ju dessutom visat sig inte påverka studerandes användning av bristande lässtrategier särskilt mycket. Men hur ska man då hantera läsförståelse i matematikundervisningen? Man kan till exempel utgå från de två generella problem och brister som jag noterat i elevers lässtrategier; att de på förhand bortser från vissa delar av texter samt att de inte utnyttjar alla kunskaper de besitter. Utifrån dessa problem kan man konstatera att elever behöver få uppleva behov av att bearbeta *hela* texter och inte endast använda texter för att hämta viss specifik information (för att lösa en uppgift eller besvara en fråga). Dessutom behöver de få uppleva det generella med läsning, att det finns något gemensamt med all typ av läsning, oavsett vad texten handlar om. Denna upplevelse kan till exempel uppnås genom att man får fokusera på förståelse av innehållet i en viss text och inte alltid direkt behöva applicera det som beskrivs. Därmed kan man få möjligheter att diskutera innehållet i en matematisk text på samma sätt som man kan göra med texter med annat ämnesinnehåll.

Om man nu avser att försöka utnyttja en mer generell läsförmåga också för matematiska texter, får då inte elever med lässvårigheter det än svårare i matematik? Hur ska man i så fall hantera detta? Många andra författare har fokuserat på dessa problem och det finns nog inga enkla svar (se t.ex. Sterner & Lundberg, 2002). Men att försöka undvika läsning eller försöka förenkla läsningen för dessa elever, eller för elever i allmänhet, genom att instruera om speciella lässtrategier, som möjligen fungerar i vissa typer av situationer, gör förmodligen mer skada än nytta. Det kan ge en felaktig bild av läsning i allmänhet och matematiken kan reduceras till att följa givna ”recept” (dvs. lässtrategierna). Uppdelningen mellan läsförståelse och modellering avseende behandling av uppgiftstexter ger möjligheten att byta ut beskrivningen av situationen, från text till någon annan form och fortfarande ha kvar samma matematiska innehåll i uppgiften. Till exempel kan man variera presentationsformen för att beskriva situationen genom att använda bilder, mer berättande textformer eller muntlig återgivning. Notera dock att personer som har problem med *förståelsen* i läsning och inte *avkodning* inte nödvändigtvis gynnas av en muntlig återgivning och att personer som har problem med avkodningen inte nödvändigtvis gynnas av en längre beskrivande text.

Det verkar alltså som om elever, i alla åldrar, kan gynnas av att få mer varierade erfarenheter kring användning av matematiska texter. Sådana erfarenheter kan komma från att läsa olika typer av texter, inte endast uppgiftstexter. Det kan också vara erfarenheter från att uppleva

olika typer av behov av att läsa matematiska texter, till exempel som ett hjälpmedel för att lära sig matematik och inte endast för att besvara en fråga i en given uppgift. I sådana sammanhang kan det vara väsentligt att fokusera på metakognitiva aspekter, det vill säga att reflektera kring om man har förstått en viss text. Dessa typer av erfarenheter kan få elever att uppleva behov av olika typer av lässtrategier samt att se fördelar med att utnyttja mer generella läsförmågor också för matematiska texter.

## **Matematikutbildning i ett större perspektiv**

Hittills har jag i princip diskuterat läsning och läsförståelse som en separat företeelse inom matematikutbildning. Men observationer som gjorts i de olika empiriska studierna kan ju också ses som en del av ett större sammanhang, vilket jag kommer att diskutera här.

Studerandes problem med att reflektera över sin egen läsförståelse kan ses i förhållande till mer generella metakognitiva aspekter inom matematikutbildning. Om det alltid finns en auktoritet som avgör om man gör rätt eller fel och om man har förstått något eller inte så kan det vara svårt att utveckla en metakognitiv förmåga. En del av de studenter som deltog i en utav mina studier beskrev uppgifter som en sådan sorts auktoritet. De såg lösning av givna uppgifter som i princip det enda sättet att kunna avgöra om man har förstått något. Därmed överlåter de åt någon annan, som skapat en uppgift, att avgöra om man har förstått något. I förlängningen kanske även facit utgör den praktiska auktoriteten. Inom matematikdidaktisk forskning har metakognition diskuterats och studerats främst i förhållande till problemlösning. Men det kan alltså finnas behov av att se metakognition som en övergripande viktig aspekt, till exempel även i förhållande till läsning och läsförståelse inom matematik.

När förståelse diskuteras inom matematik behandlas det ofta som en kontrast till kunskap om algoritmer eller procedurer av olika slag. Det kan dock ibland vara svårt att specificera vad man på detta sätt egentligen avser med förståelse. Läsförståelsen kan här specificera åtminstone en aspekt av vad man kan mena. Förståelse i detta sammanhang handlar om att förstå *någonting externt givet*, såsom en text. Detta kan dock generaliseras till att också beröra förståelse av andra saker, såsom bilder eller muntlig kommunikation. Oavsett vad som ska förstås lägger detta perspektiv fokus på just detta externa och inte i första hand på att applicera detta på något sätt i en annan situation. Genom att arbeta med läsförståelse, eller denna typ av förståelse i allmänhet, kan man alltså täcka in fler aspekter av matematisk

kunskap än färdigheter. Därmed kan man även på ett naturligt sätt behandla metakognitiva aspekter eftersom fokus hamnar just på den egna förståelsen.

De brister i elevers lässtrategier som jag diskuterat i detta kapitel kan sägas handla om ett speciellt beteende i just matematik som gör att detta ämne och kunskap inom det skiljer sig från andra ämnesområden. Frågan *hur man gör* verkar bli viktigare än *vad något betyder*. För uppgiftstexter kan det då handla om att försöka översätta texten direkt till aktiviteter och för förklarande texter kan det handla om att fokusera på vad man kan eller ska göra med symboler. Exempelen från elevers lässtrategier handlar alltså om att eleverna i matematik bortser från olika typer av kunskaper och förmågor, för att följa det beteende som de uppfattar som matematisk aktivitet. Detta upprepande av beteenden verkar vara mer generellt än att endast avse läsning av matematiska texter. Till exempel verkar prov i matematik ofta fokusera på att testa elevers så kallade imitativa resonemang (se också Jesper Boesens kapitel i denna bok). Matematiken reduceras därmed till att följa givna regler, procedurer och beteenden där man inte behöver reflektera över betydelsen av det man gör. Aspekter som resonemang och argumentation försvinner då i princip. Detta gör att man isolerar matematik och matematisk kunskap från andra ämnesområden. Istället borde man försöka se vissa aspekter av kunskap, förståelse och logisk argumentation som något som är gemensamt för alla ämnen. Detta kan man till exempel åstadkomma genom att läsa och bearbeta samt resonera och argumentera kring matematiska texter, och i detta se likheter med att förstå och försöka lära sig något från att läsa texter inom olika ämnesområden.

## Referenser

- Knifong, J. D. & Holtan, B. D. (1977). A search for reading difficulties among erred word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8 (3), 227-230.
- Malmer, G. (1999). *Bra matematik för alla: Nödvändig för elever med inlärningssvårigheter*. Lund: Studentlitteratur.
- Nilsson, D. (2004). *Att skriva en ekvation. En studie av hur elever i år 9 översätter en matematisk problemtext till en ekvation*. Examensarbete, Matematiska institutionen, Linköpings universitet. Tillgänglig (2008-12-02) via:  
<http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:liu:diva-2548>

Niss, M. & Jensen, T. H. (red.) (2002). *Kompetencer og matematiklæring - ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark* (rapport nr. 18 – 2002). København: Undervisningsministeriets forlag. Tillgänglig (2008-12-02):

<http://pub.uvm.dk/2002/kom/hel.pdf>

Sterner, G. & Lundberg, I. (2002). *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet. Tillgänglig (2008-12-02) via: <http://ncm.gu.se/node/468>

Österholm, M. (2006). *Kognitiva och metakognitiva perspektiv på läsförståelse inom matematik*. Doktorsavhandling, Matematiska institutionen, Linköpings universitet. Tillgänglig (2008-12-02) via: <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:liu:diva-7674>

## **Presentation**

Magnus disputerade i december 2006 vid Matematiska institutionen, Linköpings universitet med avhandlingen *Kognitiva och metakognitiva perspektiv på läsförståelse inom matematik*.Handledare var Björn Textorius och Christer Bergsten, Linköpings universitet

Avhandlingen finns elektroniskt på

<http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:liu:diva-7674>

och kan beställas från Magnus på e-post [maost@mai.liu.se](mailto:maost@mai.liu.se).

Magnus arbetar nu som universitetslektor vid Matematiska institutionen, Linköpings universitet. Hans planer för fortsatt forskning handlar bland annat om metakognitiva aspekter av kommunikationen i matematikklassrummet. Närmast kommer han att arbeta som forskarassistent vid Umeå universitet.