

Från design till meningsskapande - En multimodal studie om elevers arbete med matematikläroböcker i årskurs 1

Malin Norberg

Huvudhandledare: Lena Boström

Biträdande handledare: J. Ola Lindberg

Biträdande handledare: Magnus Österholm

Fakulteten för humanvetenskap
Akademisk avhandling i pedagogik
Mittuniversitetet
Sundsvall, 2020

Akademisk avhandling som med tillstånd av Mittuniversitetet i Sundsvall framläggs till offentlig granskning för avläggande av filosofie doktorsexamen den 29 maj klockan 10.00, E409, Mittuniversitetet Sundsvall. Seminariet kommer att hållas på svenska.

**Från design till meningsskapande
- En multimodal studie om elevers arbete med matematikläroböcker i
årskurs 1**

© Malin Norberg, 2020
Tryckt av Mittuniversitetet, Sundsvall
ISSN: 1652-893X
ISBN: 978-91-88947-42-0
Omslagsbild: Line Löfström Renman
Humanfakulteten
Mittuniversitetet, SE-851 70 Sundsvall
Telefon: +46 (0)10 142 80 00
Mittuniversitetet doktorsavhandling 317

Till Olivia och Elias

Författarens tack

Så är det dags att sätta punkt och skicka avhandlingen till tryck. En märklig känsla, den får jag nog fundera på ett tag. Jag vill börja med att tacka nyfikenheten. Jag har alltid varit nyfiken, det kan ha varit min främsta drivkraft under den här tiden. Min dotter uppmärksammade mig på min ständiga nyfikenhet för några år sedan när vi pratade om något. Jag minns inte längre om vad, men jag tror att det handlade om insekter. Någon gång under samtalet sa jag: "Det är ju intressant" och då replikerade min dotter: "Men mamma, du tycker ju att *allting* är intressant" och det slog mig då att det stämmer ganska bra, jag tycker att *nästan* allt är intressant och blir nyfiken att lära mig mer. Förutom nyfikenheten så vill jag tacka envisheten. Förmågan att enträget jobba mot ett långsiktigt mål har kommit väl till pass under åren som doktorand.

När jag nu skriver det allra sista avsnittet i avhandlingen och summerar dessa fem år är det givetvis en lång rad människor jag vill tacka. Först och främst, tack till er lärare och elever som lät mig ta del av er verksamhet. Framför allt vill jag tacka eleverna som deltog i studien, utan er hade det inte blivit någon avhandling. Mitt innerliga tack till er. Ett stort tack till min huvudhandledare Lena Boström för att du stöttat mig under hela doktorandtiden genom att läsa texter, hålla ordning på min studieplan och hjälpa mig framåt. Jag vill också tacka Ola Lindberg, biträdande handledare, för din skarpa blick, dina kloka kommentarer, förmågan att se helheter och din stöttning när du sett att det behövts. Magnus Österholm, biträdande handledare, jag kan inte med ord beskriva hur värdefulla våra samtal varit för mig. Din lyhördhet, närvaro, dina skarpa analyser, och ditt analytiska sätt att kommentera mina texter har lärt mig massor. Tack Magnus. En annan person som betytt mycket är Eva Insulander, Stockholms Universitet. Jag är så tacksam över att ha haft dig som en extra handledare och jag värderar våra samtal och dina läsningar av mina texter högt. Ett extra tack för att du introducerade mig och Helene för det Multimodala nätverket som blev del av vår kunskapsresa. Tack Eva.

En annan person som jag vill tacka är Jimmy Jaldemark för din noggranna läsning av min 50%-text. Du hjälpte mig simma upp till ytan och se bortom varje enskild artikel och istället spana efter avhandlingen som helhet där borta vid horisonten. Jag vill också rikta ett stort tack till Lisa Björklund Boistrup, Malmö universitet, för din engagerade granskning vid mitt slutseminarium. Du hjälpte mig att se manuskriptet med en utomstående ögon och gav värdefulla kommentarer som hjälpte mig vidare i slutfasen av avhandlingsarbetet. Jag fick även god hjälp av Göran Fransson, intern läsare, tack för det.

Mitt nästa tack riktar jag till alla mina fantastiska kollegor vid Institutionen för utbildningsvetenskap, Mittuniversitetet, såväl nuvarande som tidigare. Bland er vill jag särskilt tacka Catarina Arvidson, Sofia Eriksson Bergström

och Anneli Hansson för våra samtal under åren om stort och smått. Och tack Sofia för pepp och för viktiga samtal om kappan i slutskedet. Bland kollegorna finns en grupp jag vill tacka lite extra, mina doktorandkollegor genom åren, Lars Sandin, Linda Eriksson, Håkan Karlsson, Marcus Sundgren, Anders Lindqvist, Helene Dahlström, Sandra Lund, Charlotta Rönn, Ingela Åhslund, Juusara Reis-Andersson, Fabian Gunnars, Christina Grewell, Linda Carlson och David Wissing. Jag har även haft förmånen att vara del av NÄMN-nätverket (Nätverk för ämnesdidaktisk forskning i matematik och naturvetenskap) vid Institutionen för matematik och didaktik, Mittuniversitetet, där jag kunnat lägga fram texter och diskutera mitt avhandlingsprojekt, vilket jag värdesätter stort. Framför allt tack till Nina Eliasson, Helena Johansson, Magnus Oskarsson, Hugo von Zeipel, Anna-Karin Westman och Magnus Österholm. Jag har även fått möjligheten att lära känna en grupp kloka matematikdidaktikforskare runt om i landet, där jag speciellt vill nämna Anette Bagger, Helena Grundén, Helena Roos och Helen Sterner. Tack för samtal, diskussioner och skrivarinternat, så oerhört värdefullt på så många plan.

En person som har varit särskilt viktig under hela doktorandtiden är Helene Dahlström, min närmaste doktorandkollega och vän. Vad hade jag gjort utan dig? Du och jag har tillsammans läst kurser, rest (på ibland dyrköpta tågbiljetter), presenterat på konferenser, läst varandras texter och diskuterat. Jag är så glad över att ha fått dela doktorandtiden med dig. En annan person som betytt mycket är en annan doktorandkollega och vän, Susanne Sahlin. Tack för samtal, diskussioner, och textläsningar, så värdefullt. Jag vill också tacka Line Löfström Renman för avhandlingens fantastiska omslag.

Det finns ett liv utanför akademien också. Tack alla fina vänner. Jag tänker främst på Åberg-Erlingssons, grannarna och tjejjänget. Så min familj. Svärmor Ingrid och PO, tack för att ni alltid finns där på alla tänkbara sätt. Min bror Mattias, min svägerska Jelena, Elna och Sixten. Tack för att jag får ha er, för att vi har varandra. Mamma Monica och pappa Rune, tack för att ni finns där, stöttar, älskar och tror på mig. Det har ni alltid gjort. Min familj. När vi ses känns det alltid som fest och vi hinner aldrig prata klart. Vilket jädra gäng vi är. Utan er är jag ingen.

Till sist, de viktigaste, min man Olle och våra barn Olivia och Elias. Olle, du och jag, vilket team. Tack för att du stöttat och trott på mig, för att du lyssnat när jag har behövt prata och för att du under slutfasen av doktorandtiden skötte markservicen hemma. Vi är bäst tillsammans. Så slutligen, Olivia och Elias. Jag är så oerhört stolt över er. Här finns inga ord som riktigt räcker som beskrivning. Tack för att jag får vara er mamma, det största och viktigaste av allt. Jag älskar er ända upp till månen och tillbaka igen.

Sundsvall den 31 mars 2020

Malin Norberg

Innehållsförteckning

Abstract	ix
Avhandlingens artiklar	xi
1 Inledning	1
1.1 Matematikläroboken – en lärresurs med designade erbjuden	2
1.2 Elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker	3
1.3 Elevers agens i relation till erbjuden mening och elevens meningsskapande	6
1.4 Avhandlingens problemområde och forskningens bidrag	7
1.5 Syfte och frågeställningar	9
1.6 Avhandlingens disposition	10
2 Bakgrund	11
2.1 Läroboken – en lärresurs och en genre	11
2.2 Elevers individuella arbete med matematiklärobok i en skolkontext	12
3 Tidigare forskning	15
3.1 Semiotik och matematikundervisning	15
3.2 Räknesättet subtraktion	16
3.3 Matematikläroböcker – matematikundervisningens vanligaste lärresurser ..	18
3.4 Matematikläroböcker – multimodala texter	20
3.5 Elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker	24
3.6 Agens och elevers matematiklärande	28
3.7 Sammanfattning	30
4 Teoretiska utgångspunkter – Ett designorienterat multimodalt perspektiv	33
4.1 Design	34
4.2 Kommunikation, meningsskapande och lärande	36
4.2.1 Teckensystem	38
4.2.2 Meningspotential och Agens	41
5 Ansats och forskningsdesign	43
5.1 En multimodal ansats	43
5.2 Forskarens förhållningssätt och roll	46
5.3 Studie 1: Multimodal läroboksanalys	47
5.3.1 En kartläggning med fokus på multimodalitet och subtraktion	47

5.3.2 Multimodal läroboksanalys med fokus på subtraktion, kvalitativa data	52
5.4 Studie 2: Elevers meningsskapande	55
5.4.1 Urval	55
5.4.2 Produktion och analys av data	58
5.5 Analys utifrån begreppet agens	61
5.6 Kvalitet, trovärdighet och användbarhet	62
5.7 Etiska överväganden	64
5.8 Reflektioner över forskningsprocessen.....	65
6 Artiklarnas innehåll	69
6.1 Artikel I: En kartläggning av svenska matematikläroböcker med fokus på teckensystem och subtraktion	70
6.2 Artikel II: Matematikläroboken med fokus på erbjuden mening	72
6.3 Artikel III: Elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker ...	73
6.4 Artikel IV: Elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroboksbilder	76
6.5 Sammanfattade resultat och slutsatser	78
7 Elevers möjligheter till agens i arbetet med matematikläroböcker	81
7.1 Övningar som ger möjlighet till elevers agens	81
7.2 Övningar som begränsar möjlighet till elevers agens	82
7.3 Elevers möjlighet till agens och föreställningar om matematikämnet	83
7.4 Sammanfattade resultat.....	84
8 Slutsatser och diskussion	85
8.1 Matematikläroboken – en lärresurs med potential att utvecklas	86
8.2 Eleven – och rätten att möta matematiken som förståelig	88
8.3 Agens – och eleven som matematisk individ.....	90
8.4 Implikationer för matematikläroböckers utformning	93
8.5 Förutsättningar för läraren – några pedagogiska implikationer	95
8.6 Fortsatt forskning	97
8.7 Slutord	98
9 English summary.....	101
10 Referenser	113

Abstract

This thesis examines students' work with mathematics textbooks in Year 1 (students aged 7–8 years) of Swedish elementary school. The aim of this thesis was to contribute knowledge about and an understanding of how students make meaning in their work with mathematics textbooks. Central to the thesis was the textbook's designed meaning potentials, or the meaning potential needed to solve the exercise as designed, as well as the students' meaning-making when working with the textbooks. With regard to the students' meaning-making, interest is directed first, to the students' specific meaning-making in the work with the textbook and second, to the students' opportunities to take agency in the work with the textbook. This thesis was delimited to the area of subtraction in both printed and digital mathematics textbooks.

The theoretical point of departure for this thesis was a design-oriented multimodal perspective (Selander & Kress, 2010). Interest was directed to the various resources for communication, or modes (e.g. Kress, 2010), in the mathematics textbook, such as images, mathematical symbols, moving images, writing and speech.

Two studies were conducted: Study 1, Multimodal textbook analysis and Study 2, Students' meaning-making. Two analyses were made in Study 1. The first was a descriptive textbook analysis mapping out the modes and subtraction in all Swedish Year 1 textbooks, totaling 17 textbook series, both digital and printed, and approximately 1,700 pages. That analysis was followed by a multimodal qualitative textbook analysis of 2–4 exercises from each textbook series according to its designed meaning potential.

Study 2 examined the students' work with mathematics textbooks. The data that formed the basis for the analysis were textbook pages, the teacher's guides to the used mathematics textbook series, video material of 18 Year 1 students' work with these pages and representations in the form of student responses. The analysis involved a multimodal approach focusing on what mathematical content the exercises were designed to offer and what the students discovered when working with the mathematics textbook.

Two articles were written based on Study 1 (Articles I and II), and two were written based on Study 2 (Articles III and IV). In addition to this, the data from Study 1 and the results from Study 2 were also analyzed using the concept of agency to further deepen the understanding of students' meaning-making when working with mathematics textbooks.

The results showed large differences between mathematics textbooks for Year 1 in Sweden, regarding both how different modes are used and how subtraction is presented. The results also showed that the students' work with mathematics textbooks differed. The students' meaning-making was sometimes based on the designed meaning potential but sometimes not. Regarding images, the results showed that images could be particularly challenging for the students to interpret and that several students expressed that it was desirable to solve the exercises without using the images. The analysis using the concept of agency showed that exercises in which students could choose their working methods made it possible to take agency and that the students' possibility for agency is affected by the prevailing notion that successful mathematics students do not use images but base their meaning-making on mathematical symbols.

All in all, three conclusions were drawn. First, the mathematics textbook as a teaching resource could be developed, both printed and digital mathematics textbooks. Complexities can be detected more easily through greater awareness of modes as various forms of expression for the textbooks' mathematics content. Second, the complexity of the students' individual work with the mathematics textbook was highlighted. The students' individual work should start from the basis of the exercise's design, so that the students' meaning-making can be directed to the designed meaning potentials. Third, for younger students to discover themselves as mathematical individuals, one must question the notions that mathematical symbols are the most important mode for young learners and that images are for those who find mathematics difficult.

Based on these conclusions, questions can be raised concerning students' potential for discovering themselves as mathematical individuals and whether the students' self-discovery as mathematical individuals would differ if the mathematics textbooks more fully recognized students' meaning-making using various modes. One question raised in relation to the students' possibilities to take agency when working with mathematics textbooks concerned what knowledge is recognized in Year 1 mathematics textbooks. The results indicated that mathematical symbols already occupy a special position in Year 1. If modes other than mathematical symbols are more widely recognized as knowledge, then more young students will discover themselves as mathematical individuals.

Keywords: Mathematics textbooks, Students' Meaning-making, Multimodality, Meaning potential, Agency, Year 1, Subtraction

Avhandlingens artiklar

Artikel I. Norberg, M. Exercise design in mathematics textbooks: the case of subtraction – A descriptive textbook analysis mapping out Swedish Year 1 textbooks. Submitted.

Artikel II. Norberg, M. (2019). Potential for Meaning Making in Mathematics Textbooks. *Designs for Learning*, 11(1), 52–62. DOI: <https://doi.org/10.16993/dfl.123>

Artikel III. Norberg, M. Children’s meaning-making when working with mathematics textbooks – A multimodal study focusing on the designed and the discovered. Submitted.

Artikel IV. Norberg, M. Communicating mathematics through images – A multimodal study of year 1 children’s meaning making when working with mathematics textbooks. Submitted.

Artikel II är publicerad med tillstånd från tidskriften.

1 Inledning

I den här avhandlingen studeras elevers arbete med matematikläroböcker i svenska grundskolans årskurs 1. I ämnet matematik är läroboken en mycket vanligt förekommande läresurs (Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2012). Enligt TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) och andra komparativa internationella studier ligger användningen av matematikläroböcker högre i de baltiska och nordiska länderna än i andra delar av världen (Grevholm, 2017). Mer än 75 procent av grundskoleelever världen över använder matematikläroböcker i sin matematikundervisning och i Sverige gäller detta för över 90 procent av eleverna (Mullis, Martin, Foy, & Arora).

Det matematiklärande som sker i skolan inbegriper således till stor del arbete med matematikläroböcker för eleverna. Oavsett hur mycket läraren planerar och iscensätter sin matematikundervisning så inbegriper den matematikundervisning eleverna möter, ofta individuellt arbete med matematikläroböcker. Detta visade Boesen et al. (2014) i en studie där nästan 200 lärare deltog genom enkäter, intervjuer och klassrumsobservationer som analyserades kvalitativt (se även Skolverket, 2014). I slutrapporten av Matematiklyftets resultat (Österholm, Bergqvist, Liljekvist & van Bommel 2016) beskrivs att individuellt arbete är vanligt förekommande i de studerade klassrummen i de 35 grund- och gymnasieskolor som är del i utvärderingen. Även om det individuella arbetet med matematikläroböcker minskade från att uppta ungefär halva lektionen före matematiklyftets genomförande till ungefär en tredjedel efter, kan fortfarande individuellt arbete konstateras vara en central aktivitet i matematikundervisningen.

Elever förutsätts således kunna arbeta individuellt med sin matematiklärobok. Utifrån avhandlingens teoretiska perspektiv förstås detta som elevens meningsskapande i arbetet med matematiklärobok. Den här avhandlingen riktar ljuset mot, å ena sidan, det läroböcker designats till att erbjuda elever och, å andra sidan, elevernas meningsskapande i arbetet med matematikläroboken. Därmed hamnar lärarens planering och iscensättning av undervisningen utanför min avgränsning. Begreppet design (Selander & Kress, 2010) handlar här om hur läresurser utformas med syfte att erbjuda ett visst specifikt innehåll, en specifik meningspotential. Denna specifika meningspotential beskrivs i avhandlingen som en *erbjuden mening* (Selander & Kress, 2010). Selander och Kress använder begreppet *erbjuden mening* i betydelsen av att beskriva den meningspotential som utgör författarens syfte med läre-

sursen. Avhandlingens titel "Från design till meningsskapande" syftar därmed på *läroböckers* design och *elevs* meningsskapande och att arbete med matematikläroböcker utgår *från* läroböckers design och leder *till* elevers meningsskapande.

Målet med avhandlingen är att få förståelse för elevers individuella arbete med matematikläroböcker. Som stöd för det har ett designorienterat multimodalt perspektiv¹ använts som fokuserar kommunikation genom olika uttrycksformer, eller teckensystem (se t.ex. Kress, 2010). Exempel på olika teckensystem är bild, skrift och tal. Teckensystem (eng. mode) är kulturellt, socialt och historiskt formade resurser för meningsskapande (se t.ex. Bezemer & Kress, 2010; Kress, 2010; Selander, 2008). Ett designorienterat multimodalt perspektiv tar sin utgångspunkt i socialsemiotiken (se t.ex. Hodge & Kress, 1988; Kress, 2010; van Leeuwen, 2005). Som en avgränsning har subtraktion valts ut som ett specifikt område inom matematik, i detta avhandlingsarbete. Subtraktion utgör tillsammans med addition ett av läroplanens centrala innehåll (Skolverket, 2019b). Subtraktion utgör även ett räknesätt som har beskrivits som svårt för elever, såväl nationellt som internationellt (Foxman & Beishuizen, 2002; Fuson, 1992; Skolverket, 2010).

I det här kapitlet introduceras först problemområdet genom att inledningsvis ge en beskrivning av matematikläroboken som lärresurs med fokus på lärobokens designade erbjudanden. Efter det beskrivs elevers arbete med matematikläroböcker i termer av elevers meningsskapande och efter det begreppet agens, eller elevers aktiva deltagande, och hur begreppet använts i avhandlingen. Därefter ringas problemområdet in och avhandlingens forskningsbidrag beskrivs. Avslutningsvis beskrivs avhandlingens syfte och disposition.

1.1 Matematikläroboken – en lärresurs med designade erbjudanden

Matematikläroboken har en lång tradition av att byggas upp av olika teckensystem, olika resurser för att skapa mening, såsom bild, matematiska symboler och skrift, för att visa olika matematikinnehåll (O'Halloran, 2014; Åberg-Bengtsson, 1998). I de mer samtida digitala läroböckerna tillkommer även ljud och rörliga bilder. En multimodal ansats erbjuder verktyg för att studera olika

¹ För vidare läsning om teoretiska perspektiv och begrepp, se kapitel 4.

teckensystem såsom bilder, gester, tal, och skrift (Kress & van Leeuwen, 2001). Denna ansats lämpar sig således väl för studier av matematikläroböcker och utgör grund för de analyser av såväl läroböcker som elevers arbete med läroböcker som ingår i detta avhandlingsarbete.

Matematikläroboken på lågstadiet är till stor del uppbyggd av en mängd övningar och uppgifter som ska lösas och kan ses som en arbetsbok där eleven möter olika matematiska innehåll genom att lösa uppgifter. Att göra många matematikuppgifter i boken innebär att vara framgångsrik i ämnet, uttrycker lärare i Engvalls (2013) studie där hon följer matematikundervisningen i fem årskurs tvåor. Detta är något jag känner igen från mina tolv år som lärare i grundskolan och som uttrycktes av såväl lärare som elever. Elevers arbete med matematikläroboken skulle därmed kunna kopplas till framgång i ämnet och utifrån det anses påverka elevens förståelse av sig själv i relation till ämnet.

Matematikläroboken är en lärresurs som designats att erbjuda ett specifikt erbjudande, en specifik meningspotential, med ett specifikt matematikinnehåll. Men den erbjudna mening som läroboken designats till att erbjuda behöver inte vara densamma som det erbjudande som eleven tar fasta på i sitt meningsskapande i arbetet med matematikläroboken. Om eleven tar fasta på ett annat erbjudande kommer meningsskapandet, och lärandet, att riktas mot något annat än det som designats in i läroboken. Det är därför relevant att studera vad läroboken designats till att erbjuda och att jämföra detta med elevers meningsskapande i arbetet med läroboken och de erbjudanden eleverna tar fasta på.

1.2 Elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker

Att förstå elevers arbete med matematikläroböcker är en central aspekt för att förstå det matematiklärande som sker i skolan eftersom läroboken är så central i matematikundervisningen (Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2012).

Som tidigare nämnts är begreppen *design* och *meningsskapande* centrala i föreliggande avhandlingsarbete, alltså det matematikläroboken designats till att erbjuda eleven och elevens meningsskapande i arbetet med matematikläroboken. Den erbjudna meningen i matematikläroboken behöver nödvändigtvis inte vara densamma som den meningspotential eleven tar fasta på och skapar mening av, som i övningen med ankorna nedan exempelvis (se figur 1). Från information på övre delen av lärobokssidan kan utläsas att subtraktion betyder färre. Därmed är den meningspotential som eleverna behöver


uppmärksamma för att kunna lösa uppgifterna enligt designen att förstå uppgifternas bilder som att ankorna blir färre. I den första uppgiften har det alltså varit fyra ankor och nu är en av ankorna på väg därifrån, $4 - 1 = 3$. Om eleven tar fasta på ett annat erbjudande, till exempel att det är två grupper med ankor som ska jämföras, en grupp med tre ankor och en grupp med en anka, så blir subtraktionssituationen en annan och eleven tränar då inte på subtraktion som en minskning utan som en jämförelse. Även om matematikläroboken designats att erbjuda ett visst matematikinnehåll, innebär inte det att det är samma innehåll som eleven använder i sitt meningsskapande eftersom det alltid krävs en tolkning av ett erbjudande, "messages are encoded, transferred and then decoded" skriver Bezemer och Kress (2010, s. 13).


Subtraktion 0 till 5



MINUS



betyder att det blir färre.



bild matte-saga matte-språk

 4 fåglar satt i ett träd.
En fågel flög iväg.
Då var det bara 3 fåglar kvar. $4 - 1 = 3$

 Berätta om bilderna.
Skriv på matte-språk.

  matte-språk
_____ - _____ = _____

  matte-språk
_____ - _____ = _____

  matte-språk
_____ - _____ = _____

SUBTRAKTION 0 TILL 5 53

Figur 1. Exempel på lärobokssida: Ankor. Kavén & Persson (2011). *Mattedetektiverna*. 1A, s. 53. Illustratör: Nilsson Thore, Maria. Med utgivarens medgivande.

Många forskare berör denna komplexitet i meningsskapandet. Morgan (2001) beskriver hur kommunikation som sker genom en nedskrivna text, som exempelvis matematikläroboken, är mer utmanande än kommunikation ansikte mot ansikte: "Any mode of communication involves interpretation and mismatches between writers' and readers' meanings, and expectations are less easily resolved than those that arise in face-to-face situations" (s. 241). Den nedskrivna texten är en representation som en individ kommunicerar med en annan individ med (Danielsson och Selander, 2014). Bezemer och Kress (2016) uttrycker det som att: "the reader has no choice but to go with the flow and follow the direction given by the text-makers" (s. 115). Kress och van Leeuwen (2006) beskriver det som att skapare och användare är osynliga för varandra. Eco (1984) förklarar det som att skaparen använder sig av en *model reader* att ha i åtanke.

Att skapa mening i arbetet med matematikläroböcker är något annat än att skapa mening i arbetet med andra typer av texter, då olika typer av texter läses på olika sätt. Att en matematiklärobok läses på ett annat sätt än exempelvis en skönlitterär bok eller en manual för en tvättmaskin är inget förvånande. Här vill jag tillägga att begreppet text förstås i detta avhandlingsarbete utifrån ett vidgat textbegrepp (Danielsson & Selander, 2014; Insulander Kjällander, Lindstrand & Åkerfeldt, 2017; Selander & Kress, 2010) där text inte bara utgörs av det skrivna ordet, skriften, utan text kan även bestå av exempelvis bilder, gester, och talat språk.

Att skapa mening i arbetet med matematikläroboken är också något annat än att skapa mening i arbetet med läroböcker i andra ämnen. För att skapa mening i arbetet med en lärobok i exempelvis historia krävs något annat än med en lärobok i matematik (Egelström, 2019). I somliga lärobokstexter görs det mesta arbetet av skaparen av text, exempelvis i en längre berättande text, medan i andra ges mer ansvar till användaren (Bezemer & Kress, 2010). Även inom ett och samma ämne krävs olika meningsskapande av eleven (Danielsson & Selander, 2014). Detta gäller varje gång som eleven möter ett nytt ämnesinnehåll i ämnet då nya begrepp, nya matematiska symboler, nya sätt att använda bilder med mera erbjuds. Sammantaget framträder att arbetet med matematikläroböcker är komplext.

Läroböcker förändras över tid och även detta påverkar meningsskapandet. Bezemer och Kress (2010) har studerat läroböcker i matematik, naturvetenskap och engelska från 1930-talet och in på 2000-talet och deras slutsats är att läroböcker över tid utvecklats från linjära till allt mer modulära. Detta innebär att det tidigare var givet hur läroboken skulle läsas, eller som de uttrycker det:

”where previously reading paths were fixed by producers it may now be left to learners to establish these according to their interests” (s. 26). Detta innebär att meningsskapandet i arbetet med matematikläroboken idag är än mer komplext än tidigare och gör matematikläroboken än mer angeläget att beforska.

En aspekt av arbetet med undervisningstexter är det som Danielsson och Selander (2014) lyfter fram. Elever behöver få undervisning i hur undervisningstexter ska läsas. Genom att få kunskap om textens struktur kan eleven få stöd för vidare lärande inom ämnet. En utmaning för eleven utgörs av att olika teckensystem, som exempelvis skrift, tal, gester och bilder, i en uppgift kan vara motstridiga, exempelvis kan ett budskap uttryckas med bild medan ett annat uttryckas med skrift (Leijon & Lindstrand, 2012). Motstridiga teckensystem kan medföra svårigheter vid elevens tolkning. Ett sätt att få mer kunskap om undervisningstexten är som forskare att skapa sig kunskap om textens tillgänglighet (Björkvall, 2009). En metod, som beskrivs av Björkvall, är att ställa frågor till texten, exempelvis om olika teckensystem ger samstämmiga erbjudanden om mening eller motstridiga och om det ställs högre krav av eleven att läsa bilderna än skriften.

1.3 Elevers agens i relation till erbjuden mening och elevens meningsskapande

Ett sätt att förstå elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroboken är att studera elevernas handlingsutrymme, eller agens (Bezemer & Kress, 2016, Selander & Kress, 2010). Elevers agens handlar om elevers möjlighet att aktivt delta, elevens självständiga deltagande (Bezemer & Kress, 2016, Selander & Kress, 2010). Matematiklärobokens självklara position i matematikundervisningen (Engvall, 2013; Johansson, 2006; Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2012) utgör del av de förutsättningar för den matematikundervisning som iscensätts och detta får i sin tur verkningar för den enskilda elevens möjlighet till aktivt deltagande. Elevens möjlighet att själv kunna göra aktiva val i undervisningen är av stor vikt dels för elevens lärande men i förlängningen även för att fostras till aktiv medborgare i samhället.

För att konkretisera begreppet agens kan följande scenarion utgöra exempel: En klass elever i årskurs 1 arbetar med geometri och målsättningen med en av aktiviteterna är att arbeta med de geometriska objekten: cirkel, triangel, kvadrat och rektangel. Ett sätt att genomföra en aktivitet om detta är genom att läraren visar en förlaga av exempelvis en bild av ett hus i olivfärgat papper där de olika geometriska objekten syns i huskropp, fönster, dörr och skorsten. Eleverna skapar därefter egna hus utifrån förlagan. Här ges exempel på en

aktivitet som inte möjliggör för elevers agens i och med att elevernas utrymme att göra aktiva val är mycket liten. Om aktiviteten istället genomförs på så sätt att eleverna instrueras att skapa något där de olika objekten gestaltas men i övrigt lämnas fria till hur, öppnar situationen upp för elevers agens i och med att eleverna medges utrymme för att aktivt handlande. Eleverna kommer förmodligen att skapa olika motiv och använda olika material. Någon skapar kanske en katt i papper och någon annan en bil i lera. Agens kan alltså handla om hur styrd eller hur öppen en aktivitet är och vilka möjligheter för individen att själv kunna påverka och välja i situationen som finns.

I det här avhandlingsarbetet studeras om lärobokens erbjudna mening möjliggör agens och om eleven ges möjlighet till agens i sitt meningsskapande i arbetet med läroboken. Med utgångspunkt i detta avhandlingsarbete kan exempelvis lärobokssidan på sidan 4 med ankorna (figur 1) analyseras utifrån om den potentiellt medger att eleven själv kan göra aktiva val i sitt arbete med lärobokssidan. Gällande elevernas meningsskapande kan begreppet ge information om hur eleverna faktiskt ges möjlighet till agens eller inte i sitt arbete, alltså om de själva kan påverka och välja i situationen. Avhandlingsarbetet riktar därmed intresse mot vilket utrymme för elevers aktiva deltagande i termer av agens som ges i undervisningssituationer där elever arbetar individuellt med matematikläroboken.

1.4 Avhandlingens problemområde och forskningens bidrag

Matematikläroboken är en lärresurs uppbyggd av flera olika teckensystem som erbjuder olika matematikinnehåll och styr vilka lärsituationer som iscensätts. I elevens arbete med matematikläroboken tolkas detta innehåll i elevens meningsskapande. Relaterat till elevers meningsskapande är elevers aktiva deltagande, agens. I fokus för föreliggande avhandlingsarbete står den tolkning av matematikläroboken som eleven gör med avseende på den matematik som övningen designats till att erbjuda. Detta är relativt obeforskat. I litteratursökningen fann jag få studier om elevers arbete med matematikläroböcker och ännu färre som studerar yngre elever (något som även styrks av andra forskare, se vidare Fan Zhu & Miao, 2013; Rezat, 2008).

Det övergripande syftet med avhandlingen handlar om att bidra med kunskap om och förståelse för hur elever skapar mening i arbetet med matematikläroböcker. Med mer kunskap om elevers arbete med matematikläroböcker kan dessa lärsituationer utvecklas, och i ett större perspektiv även matematikundervisningen. Detta skulle i förlängningen leda till bättre förutsättningar

att kunna möta upp eleverna i deras möte med matematik vilket gagnar deras lärande i matematik. Varken läroboksförfattare eller lärare utgör studieobjektet för avhandlingen. Båda dessa påverkar dock vilka lärtillfällen som iscensätts i elevens möte med matematiklärobok. Avhandlingsarbetet har genererat kunskap om hur elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker kan se ut och utifrån detta ges implikationer för lärobokens utformning samt lärarens planering och iscensättning för elevers arbete med matematikläroböcker.

Det vetenskapliga forskningsbidraget för detta avhandlingsarbete innebär att ny kunskap om elevers arbete med matematikläroböcker utifrån ett designorienterat multimodalt perspektiv skapats, vilket kan leda till en djupare förståelse för mötet mellan elev och matematiklärobok. Förutom detta har även ny kunskap gällande hur subtraktion gestaltas i svenska matematikläroböcker genererats. Dessutom utmynnar avhandlingen i tillämpad relevans i form av att matematikundervisning, såväl i Sverige som internationellt, kan utvecklas. Det praktiska forskningsbidraget för avhandlingen kan kopplas till ökade kunskaper om lärares förutsättningar för planerande och genomförande av matematikundervisning men även till läroboksförfattares och läroboksillustratörers arbete med att utveckla läroböcker. Detta kan i förlängningen bidra positivt till elevers meningsskapande och lärande i matematik. Detta är högst relevant och aktuellt då matematikämnet utgör det ämne, förutom svenska som andraspråk, där elever i Sverige har den lägsta måluppfyllelsen (Skolverket, 2019a; 2019c).

Avhandlingen kan placeras i skärningspunkten mellan pedagogisk, didaktisk och ämnesdidaktisk forskning. Tillhörigheten till ämnet pedagogik syns i det övergripande forskningsbidraget vad gäller förutsättningar för lärares arbete. Tillhörigheten till didaktiken syns i avhandlingens fokus på undervisningens iscensättning och genomförande. Tillhörigheten till ämnesdidaktiken, matematikdidaktiken, syns i de implikationer för matematikundervisning med avseende på subtraktion som avhandlingen ger och där placerar sig projektet inom fältet för forskning om läromedel (curriculum materials). Understrykas bör att resonemang som rör matematikboken inte kommer att behandla huruvida olika läroböcker är "bra eller dåliga" eller om läroböcker bör användas, utan snarare om *hur* läroböcker kan användas och hur matematikläroboken ger förutsättningar för elevens meningsskapande.

1.5 Syfte och frågeställningar

Syftet med avhandlingen är att bidra med kunskap om och förståelse för hur elever skapar mening i arbetet med matematikläroböcker. Centralt för avhandlingen är lärobokens erbjudna mening och elevens meningsskapande i arbetet med densamma. Gällande elevernas meningsskapande riktas intresse dels mot elevens specifika meningsskapande i arbetet med läroboken och dels mot elevers möjligheter till agens i arbetet med läroboken. Detta innebär att det är de avgränsade aktiviteter där eleven arbetar individuellt med sin matematiklärobok som studeras. En avgränsning görs till årskurs 1 och området subtraktion i såväl tryckta som digitala matematikläroböcker. Intresse riktas mot de olika teckensystemen i matematikläroböckerna, bilder, matematiska symboler, rörliga bilder, skrift och tal.

Syftet preciseras i följande frågeställningar:

1. Hur är svenska matematikläroböcker för årskurs 1 designade med avseende på subtraktion och olika teckensystem?
2. Vilken mening skapar elever i arbetet med matematikläroböcker med avseende på subtraktion och olika teckensystem?
3. Hur kan elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker förstås utifrån begreppet agens?

1.6 Avhandlingens disposition

Avhandlingen består två studier, Studie 1: Multimodal läroboksanalys och Studie 2: Elevers meningsskapande. Studie 1 består dels av en kartläggning i form av en totalundersökning och dels en analys av kvalitativa data av ett urval lärobokssidor och innefattar både tryckta och digitala matematikläroböcker. Studie 2 består av videomaterial av elever i årskurs 1 som arbetar med matematiklärobokssidor. Studie 1 besvarar första frågeställningen och studie 2 andra frågeställningen. Den tredje frågeställningen besvaras genom en analys av den data som var underlag för den multimodala läroboksanalysen i studie 1 samt resultaten från elevernas meningsskapande i studie 2.

Tabell 1. Avhandlingens frågeställningar relaterat till data, analysmetod, studie och artikel.

Frågeställningar	Data	Analysmetod	Studie	Artikel
Hur är svenska matematikläroböcker för årskurs 1 designade med avseende på subtraktion och olika teckensystem?	17 st. svenska matematikläroboksserier för åk 1. Kartläggning av alla 17 läroboksserier.	Kartläggning med fokus på hur subtraktion gestaltas genom olika teckensystem	1	I
	17 st. svenska matematikläroboksserier för åk 1. 2–4 st. utvalda lärobokssidor ur varje läroboksserie.	(1) läroboken som multimodal text, analys utifrån Danielsson och Selander (2014) (2) det matematiska innehållet subtraktion utifrån Fuson (1992)		II
Vilken mening skapar elever i arbetet med matematikläroböcker med avseende på subtraktion och olika teckensystem?	7 st. utvalda lärobokssidor, lärarhandledning. Videomaterial från 18 elevers arbete med matematikläroböcker i åk 1 samt elevlösningar.	Analys med fokus på den erbjudna meningen – elevers meningsskapande (1) subtraktionssituation, centralt innehåll och teckensystem (2) meningsskapande och teckensystem	2	III
	7 st. utvalda lärobokssidor, lärarhandledning. Videomaterial från 18 elevers arbete med matematikläroböcker i åk 1 samt elevlösningar.	Analys med fokus på den erbjudna meningen – elevers meningsskapande avseende teckensystemet bild (1) subtraktionssituation, centralt innehåll och teckensystemet (2) meningsskapande och teckensystem		IV
Hur kan elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker förstås utifrån begreppet agens?	Resultat från studie 1 och 2.	Analys utifrån begreppet agens	kappa	

2 Bakgrund

Under denna rubrik reds studieobjekten, matematikläroböcker och elevers meningsskapande i arbetet med matematiklärobok, ut och placeras i en samhällskontext.

2.1 Läroboken – en lärresurs och en genre

Matematikläroboken utgör avhandlingens ena studieobjekt. Därmed utgör *lärobok* ett centralt begrepp och med det åsyftas såväl tryckta som digitala versioner av det som ibland kallas elevbok eller grundbok. Understrykas bör att avgränsningen mellan läromedel och läroböcker kan vara något problematisk. Selander (2003) beskriver att många lärare använder ordet läromedel som en synonym till läroböcker. År 1971 beskrevs läromedel i skolförordningen som "sådant som kan användas för att nå målen i undervisningen" (SFS 1971:235, 1 kap. 5§), vilket ger begreppet en vid betydelse: allt från böcker till digitala resurser men även fysiska ting såsom exempelvis hopprep och akvariefiskar. Statens Institut för läromedelsinformation (SIL), nedlagt sedan 1991, använde sig av begreppet basläromedel (Selander, 2003). Basläromedel innefattade bland annat läroböcker, textböcker, talböcker och arbetsinstruktioner (Selander). Den nuvarande betydelsen av läromedel inbegriper även representationer i radio, film, teater, tidningar, spel, datorer och serier (Skolverket 2006). Med *tryckt lärobok* åsyftas, i detta projekt, en lärobok tryckt i pappersformat, alltså det som i traditionell mening kan ses som elevens "mattebok". Med *digital lärobok* åsyftas en digital version av matematikläroboken som fungerar som fullvärdig lärobok för eleven och inte enbart utgör ett komplement i form av fördjupande uppgifter, spel etc.

Läroboken tillhör en textgenre som enligt Säljö (2000): "bygger på institutionaliserade antaganden om vad som utmärker lärande och som skapats för att kunna användas i en sådan miljö med lärande som överordnad målsättning. Den är i sig en produkt av denna miljö och den skapar också villkoren för lärande." (s. 219). Läroboken skapas alltså utifrån behov i skolan, men skapar i sin tur även förutsättningar för det lärande som sker i skolan. Englund (2006) skriver om ett perspektiv på läroböcker som "symbolisk kommunikation" (s. 3) och om en interaktion med omvärlden via olika symboler (jfr. teckensystem) och hur läroböckernas innehåll kan förstås som meningserbjudanden. Hon beskriver att läroböckerna kan anses erbjuda "en gemensam mening" (s. 3) och pekar på att läroböckerna har en särställning då de

utgör en bokgenre som når många och som dessutom aktivt bearbetas av lärarna. Johansson (2005) beskriver matematikläroboken som en auktoritet och Wikman (2004) lyfter den normerande aspekten som följer med läroboksanvändningen. Han kopplar detta till såväl innehåll som arbetsmetoder, där lärobokens styrande funktion kan vara såväl positiv som negativ. Wikman beskriver funktionen som särskilt positiv om den styr mot läroplansmålen. En annan aspekt lyfts av Björklund Boistrup (2015) när hon beskriver att en typisk återkoppling gällande elevers arbete med matematikläroböcker handlar om antalet uppgifter som eleven genomfört.

Fram till år 1991 hade SIL till uppgift att granska läroböcker (Johansson Harrie, 2009). I och med nedläggningen är det numera enskilda skolor och lärares ansvar att själva granska de läroböcker som används (Skolverket, 2006). Detta är en omfattande arbetsuppgift och huvudmannen har ansvar att ge lärarna förutsättningar för att kunna genomföra arbetet (Skolverket). Till detta kan tilläggas att matematikläroböcker för grundskolans tidigaste år är förbrukningsmaterial och därmed utgör en inköpspost varje läsår. På förlags hemsidor går att läsa att läroböckerna är "Ett komplett läromedel"², "Nu säkrad efter Lgr 11"³ eller att serien är "Störst i Finland"⁴. Därmed påverkas valet av matematikläroböcker av marknadskrafter och kommunernas ekonomiska förutsättningar, vilket i förlängningen får inverkan för vilka lärresurser i matematik som eleverna möter i sin undervisning.

Ovanstående ger kontext till studien utifrån läroboken som genre, lärares ansvar att granska dem samt förlagens marknadsföring av sina läroboksserier som sammantaget visar på matematikläroböckers komplexitet som lärresurs.

2.2 Elevers individuella arbete med matematiklärobok i en skolkontext

Avhandlingens andra studieobjekt utgörs av elevers meningsskapande i arbetet med matematiklärobok. Det betyder att jag har avgränsat mig till att studera en del av den matematikundervisning som sker med matematiklärobok, just den del som innebär elevens individuella arbete med läroboken. Detta innebär att lärarens iscensättning av undervisning eller arbete med matematikläroboken som innebär att eleverna samarbetar i par eller grupp hamnar

² <https://www.majema.se/laromedel/matematik/ak1-3/mittiprick/mittiprick-ak1>, hämtat den 11 februari 2020

³ <https://www.gleerups.se/1-3/1-3-matematik/1-3-matematik-baslaromedel/masterkatten-1a-grundbok-p40679482>, hämtad den 11 februari 2020

⁴ <https://www.studentlitteratur.se/#katalog/sida/1/419671>, hämtad den 11 februari 2020

utanför min avgränsning, även om nämnda aspekter av matematikundervisning med lärobok är såväl viktiga som intressanta att studera. En medvetenhet om att lärarens stora betydelse för elevernas skolgång och skolresultat finns (Hattie, 2009; Skolinspektionen, 2010), men som nämnts i inledningen utgör elevens individuella arbete med matematikläroboken ett betydande inslag i matematikundervisningen (Boesen et al., 2014; Skolverket, 2014) och är därför av vikt att studera.

De resultat som detta avhandlingsarbete utmynnat i bör förstås utifrån den skolkontext som elevers arbete med matematiklärobok äger rum i. Skolan är en målstyrd institution som styrs av politiska beslut med fokus på lärande och fostrande av samhällsmedborgare. Läraren har till uppdrag att följa läroplanen med dess kursplaner där kopplingen mellan lärande och bedömning stärkts (Pettersson, 2013) för att numera kunna ses prägla undervisningen (Pettersson et al., 2010). De nationella proven kan här särskilt nämnas, då de fått en mycket framträdande roll i svensk skola (Lundahl, 2017).

De aktörer som har betydelse för elevers arbete med matematikläroböcker är närmast lärare och andra elever. Förutom dem är även författare, illustratörer, grafiska designers och läroboksförlag; förlag som är vinstdrivande företag med målsättning att sälja så många läroböcker som möjligt, betydelsefulla. Dessutom tillkommer föräldrar/vårdnadshavare som kommer i kontakt med matematikläroboken via eleven och exempelvis hemläxor. Utöver dessa finns samhällets förväntningar och krav på såväl läraren, läroboken och eleven att förhålla sig till för inblandade aktörer.

Så även om läraren ansvarar för att planera och iscensätta den undervisning som utgör elevers individuella arbete med matematiklärobok kan en mängd aktörer identifieras som har betydelse för det sammanhang i vilket eleven skapar mening i arbetet med läroboken och som inverkar på hur undervisningen iscensätts och genomförs.

3 Tidigare forskning

I det här kapitlet ges inledningsvis en kort överblick över studier med fokus på semiotik och matematikundervisning för att ge kontext till avhandlingens forskningsområde. Därefter beskrivs forskning om räknesättet subtraktion som utgör en avgränsning för avhandlingen och då beskrivs också det analysverktyg som användes för att analysera subtraktionsinnehållet i avhandlingen. Därefter redogörs för forskning om matematikläroboken som lärresurs vilket följs av ett avsnitt om matematikläroböcker med avgränsning till forskning som fokuserat på lärobokens olika teckensystem. Dessa två avsnitt kopplas till avhandlingens första frågeställning. Detta följs av forskning om elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker som kopplar till frågeställning 2. Kapitlet avslutas med tidigare forskning om agens och elevers matematiklärande vilket kopplar till avhandlingens tredje frågeställning. I den tidigare forskningen kommer jag att fokusera särskilt på forskning med avseende på olika teckensystem och multimodalitet.

3.1 Semiotik och matematikundervisning

Inom forskningsfältet semiotik (läran om tecken) och matematikundervisning finns flera olika riktningar såsom: en kognitiv riktning (se t.ex. Duval, 2006), kroppsbaserad kognition (Embodied cognition) (se t.ex. de Freitas & Sinclair, 2013), semiotisk mediering med ursprung i Vygotskijs sociokulturella perspektiv (se t.ex. Arzarello, 2006; Radford, 2009; Sfard, 2008) och socialsemiotik (Halliday, 1978), där det sistnämnda utgör den riktning som överensstämmer med denna avhandlings teoretiska perspektiv. I en översikt av semiotisk matematikdidaktisk forskning (Presmeg, Radford, Roth & Kadunz, 2018) lyfts fyra viktiga områden att beforska vidare, fram: lärresurser för visualisering, design av interaktiva matematikaktiviteter, arbete med multimodala representationer och ny teknologi kopplat till lärresurser där denna avhandling bidrar med ny kunskap kopplat till arbete med multimodala representationer.

Detta avhandlingsarbete utgår teoretiskt från socialsemiotik (se kap. 4, teoretiska utgångspunkter). O'Halloran utgår från en gren av socialsemiotiken, multimodal diskursanalys. Hon beskriver följande: "Mathematics is multisemiototic because the linguistic, visual and symbolic semiotic systems differently contribute to the meaning of the text" (2000, s. 360) och menar att styrkan i matematikämnet ligger i att de olika teckensystemen tillsammans ger mer än summan av vad varje enskilt teckensystem kan bidra med (O'Halloran, 2005). Också Morgan bygger sin forskning utifrån ett socialsemiotiskt perspektiv

och kritisk diskursanalys. Hon beskriver hur analys av matematiskt språk kan fungera som ett fönster för forskaren för att få syn på undervisning och läran-deprocesser i matematik (Morgan, 2006).

Det matematiska språket utgörs av flera olika teckensystem och O'Halloran (2005) beskriver en lång "kamp" mellan bild och symbol där de matema-tiska symbolerna är mer kraftfulla än bilderna när det gäller att representera ett matematikinnehåll (O'Halloran). De matematiska symbolerna överträffar även skrift när det gäller att kunna beskriva kontinuerliga mönster av kovari-ation, symbolerna ger oss verktyg att vara mer exakta. En funktion exempel-vis, där matematiska symboler används, kan beskriva en kurva exakt medan vi med ord har svårt att göra detta. En svensk forskare inom det socialsemio-tiska fältet som i likhet med denna avhandling, har ett designorienterat mul-timodalt perspektiv, är Björklund Boistrup. Hon beskriver att "Det finns ett stort värde i att på allvar intressera sig för olika teckensystems roller i relation till matematikutövande och lärande, såväl i undervisning som i forskning" (2017b, s. 123).

Här synliggörs bredden av forskning om matematikundervisning med fo-kus på semiotik. I den här avhandlingen ses lärandet som socialt konstruerat och fokuserar kommunikation mellan elev och matematiklärobok med ett sär-skilt fokus riktas mot de olika teckensystem som används vid kommunikation vilket gör att jag delar teoretiska utgångspunkter med Björklund Boistrup.

3.2 Räknesättet subtraktion

Avhandlingsarbetet avgränsades matematikinnehållsmässigt till att fokusera räknesättet subtraktion. Detta avsnitt syftar till att mycket kort ge en inblick i forskning om subtraktion och därefter till att synliggöra olika sätt att förstå subtraktion. Avslutningsvis beskrivs det analysverktyg som valdes för att ka-tegorisera subtraktion i avhandlingsarbetet.

Forskning om aritmetik och räknesätten addition och subtraktion utgör ett välbeforskat område (se t.ex. Verschaffel, Greer & DeCorte, 2007). Forskning om elevers räknestrategier finns (se t.ex. Fuson et al., 1997; Lemaire & Callies, 2009) liksom studier med syfte att utveckla undervisningen genom att erbjuda eleverna olika räknestrategier (Beishuizen, 2001; Heirdsfield & Cooper, 2004). Subtraktion har beskrivits som ett räknesätt som innebär svårigheter för ele-ver, såväl nationellt som internationellt (Foxman & Beishuizen, 2002; Fuson, 1992; Skolverket, 2010). Subtraktion som en aritmetisk operation kan beskri-vas och kategoriseras på olika sätt. Begreppen som beskriver subtraktions-situationer i den här avhandlingen kommer från Fusons (1992) omfattande

forskning om räknesätten. Fuson (1992) utgår från tre subtraktionssituationer: minskning, jämförelse och utjämning (change take from, compare, och equalize) som beskrivs nedan. Fusons kategorisering av subtraktion härrör från tidigare forskning inom området och hänvisar till forskning av Carpenter och Moser (1983) och Riley, Greeno och Heller (1983). Carpenter och Moser (1983) beskriver subtraktion i termer av separering-, del-del-helhet-, jämförelse- eller sammanfogningssituationer (separating, part-part-whole, comparison eller joining). Riley, Greeno och Heller (1983) använde begreppen: ändra, utjämna, kombinera och jämföra (change, equalize, combine, och compare) med tillhörande undergrupper. På senare tid beskrev Bartolini Bussi, Canalini och Ferri (2011) subtraktions- och additionsoperationer genom nio problem och använde begreppen: kombinera, förändra och jämföra (combine, change, och compare) för att beskriva subtraktionssituationerna.

Alla dessa kategoriseringar av subtraktion påminner om Fusons men delar in subtraktionssituationerna i fler underkategorier, exempelvis olika varianter av jämförelsesituationer. I och med att det material som skulle kategoriseras utifrån subtraktionssituationer bland annat bestod av ett stort data-material på över 2000 analysenheter, valdes Fuson som analysverktyg i och med att hennes kategorisering bedömdes som mest lämplig då den innehöll färst antal kategorier och därmed gav en mer översiktlig kartläggning.

Av de tre subtraktionssituationerna: minskning, jämförelse och utjämning (Fuson, 1992) betraktas de två förstnämnda som grundläggande operationer, och den tredje som en kombination av de två förstnämnda. Minskningssituationen beskrivs som en enär dynamisk operation där *en* mängd manipuleras genom att minskas och därmed bildas en ny mängd: "Alice har tre kulor och ger bort en. Hur många kulor finns kvar?". Jämförelsesituationen beskrivs som en binär statisk operation där *två* mängder jämförs och kvantiteterna förblir desamma. Skillnaden mellan de två mängderna bildar sedan en ny mängd: "Alice har tre kulor och Noh har en kula. Hur många fler kulor har Alice?". Utjämningsituationen beskrivs som en aktiv binär operation där två mängder jämförs genom att ta bort eller lägga till något. Detta endera genom att den mindre mängden ökas så den blir densamma som den större mängden eller genom att minska den större mängden så att den blir densamma som mindre mängden: "Alice har tre kulor och Noh har en kula. Hur många kulor behöver Noh få för att ha lika många som Alice?" alternativt: "Hur många kulor behöver Alice ge bort för att ha lika många som Noh?". Vid en utjämningsituation sker en jämförelse mellan två olika mängder, dock skiljer denna situation sig något från subtraktion som jämförelse i och med att det

därefter sker en utjämning mängderna emellan. Det är inte möjligt att upptäcka subtraktion som en utjämning i en subtraktionsövning om inte information om beräkningen ges explicit i övningen då utjämningsituationen uppstår först i elevens beräkning av subtraktionsuppgiften genom att öka eller minska den ena mängden tills utjämning uppnåtts.

Avsnittet har synliggjort att det finns en bredd inom forskningen om subtraktion och olika sätt att kategorisera räknesättet. Där Fusons (1992) kategorisering av subtraktion valdes i och med hennes kategorisering innehåller få kategorier som därmed passar studiens design. Tilläggas bör, att i övrigt utgår avhandlingsarbetet inte från Fusons forskning om lärande, då hon utgår från ett kognitivt perspektiv på lärande. Eftersom en beskrivning av hur subtraktion kan kategoriseras inte är beroende av en viss syn på lärande så kan Fusons forskning om subtraktionssituationer användas i kombination med ett designorienterat perspektiv på lärande.

3.3 Matematikläroböcker – matematikundervisningens vanligaste lärresurser

Arbete i matematiklärobok är en mycket vanligt förekommande aktivitet i grundskolans matematikundervisning, världen över (Mullis, Martin, Foy & Arora, 2012). I en svensk studie från 2007 visade sig matematik tillsammans med engelskan utgöra de skolämnena som använder förlagsproducerade läroböcker i störst utsträckning (Korsell). I det här avsnittet, som kopplar till avhandlingens första frågeställning, görs först en kort genomgång av forskning med fokus på matematikläroböcker generellt och därefter med särskilt fokus på svenska studier.

Läroboksforskning generellt är förhållandevis väl beforskad (se t.ex. specialnummer av ZDM – Mathematics education volym 45(5), 2013 och volym 50(5), 2018). Men läroboksforskning som fokuserar lågstadieböcker samt multimodala aspekter är begränsade utifrån min litteratursökning. Forskning om lärares arbete med matematikläroböcker (t.ex. Haggarty & Pepin, 2002; 2017; Pansell & Björklund Boistrup, 2018; Remillard, 2005) har gjorts. Den visar bland annat att lärares idéer om vad matematik är och hur ämnet bör undervisas styrs av den lärobok läraren utgår från i sin undervisning (Collopy, 2003; Hemmi, Krzywacki & Liljekvist, 2019; Johansson, 2006; Remillard, 1999; Tafli, 2007). Användningen av matematikläroböcker är en komplex process som bland annat påverkas av lärares kunskaper och idéer om matematikundervisning (Remillard, 2005). Elevers arbete med matematikläroböcker är däremot ett förhållandevis obeforskat område (Fan Zhu & Miao, 2013; Rezat,

2008). Bristen på läroboksforskning som inbegriper elevers arbete med matematikläroböcker lyfts även i en kartläggning över svensk forskning om matematikläroböcker och dess användning (Jablonka & Johansson, 2010). Med utgångspunkt i min litteratursökning visade det sig att forskning som dessutom fokuserar yngre elever och som därtill utgår från ett designorienterat multimodalt perspektiv är ännu mer begränsad.

Läroboken styr matematikundervisningen till stor del, enligt Johansson (2006) som i sin avhandling följde tre erfarna matematiklärare i årskurs åtta och nio. Avhandlingens resultat visade hur lärarna till stor del styrdes av läroböckerna både vad gäller användandet av läroböcker under lektionerna, men även vid genomgångar, då läroböckernas strategier och upplägg blev starkt rådande. Johansson diskuterade detta utifrån att det i första hand inte handlar om *att* använda läroböcker utan *hur* läroböcker används i matematikundervisningen och pekade på lärarens roll som avgörande för en god undervisning. Här kan paralleller dras till Englund (1999) som i sin forskningsöversikt om läroböckers funktion i undervisningen oavsett ämnesinnehåll lyfter fram *hur*-frågan och understryker lärobokens praktiska roll som inte bör förringas. Läroboken utgör ett arbetsverktyg som besparar lärare mycket tid, fortsätter hon och det som bör fokuseras är hur läroboken används. Johansson (2011) beskriver hur läroplan, kursplan och lärare i liten utsträckning har inflytande över undervisning som i hög grad styrs av läroböcker.

I en studie av fem klasser i årskurs 2–3 fann Engvall (2013) att eleverna arbetade merparten av undervisningstiden med läroboken samt att lärobokens regler och metoder följdes. Detta resultat stöds av en annan svensk studie (Kling Sackerud, 2009). I en fallstudie om matematikundervisning finner Kling Sackerud (2009) att det dominerande arbetssättet är individuellt arbete i matematiklärobok. En slutsats är att läroboken reglerar och styr verksamheten där målet för läraren blir att stötta eleverna att arbeta sig framåt i boken. Att arbete med matematiklärobok är det dominerade arbetssättet får stöd av andra svenska studier (Boesen et al., 2014; Skolverket, 2014).

Lärobokens framträdande roll kan således förstås som begränsande, men Pansell (2018) diskuterar detta också som en möjlighet. Med utgångspunkt i bland annat multimodal socialsemiotik studerades en lärare, Marys, matematikundervisning i årskurs 5. Pansell beskrev hur läroboken hade en mycket framträdande roll i Marys undervisning, dels som uppgiftsbank men även för att kunna utmana högpresterande elever. Läroboken möjliggjorde struktur och underlättade Marys planeringsarbete. Detta medförde att hon istället kunde lägga tid på att utveckla sin undervisning. I en fallstudie (Hemmi,

Krzywacki & Liljekvist, 2019) där svenska lärare provade en ny matematikläroboksserie visade resultatet att lärarna hade stor tilltro till materialet och var positiva till att lära sig en ny läroboksserie men att detta är en komplex process, särskilt som den aktuella läroboksserien var skriven av finska författare och därmed inte anpassad för en svensk kontext.

Det kan alltså konstateras att arbete med lärobok är en vanligt förekommande aktivitet som påverkar undervisningen och forskare har lyft fram såväl begränsningar och möjligheter med matematikläroboksanvändning.

3.4 Matematikläroböcker – multimodala texter

Föregående avsnitt hade till syfte att synliggöra forskning om matematikläroböcker generellt, medan detta avsnitt avser att ge en redogörelse för matematikläroboksforskning med avseende på olika teckensystem. Även detta avsnitt kopplar till avhandlingens första frågeställning. Såväl studier som fokuserat enskilda teckensystem som studier som beaktat flera olika teckensystem beskrivs. Ett kortare avsnitt om digitala matematikläroböcker inbegrips också i avsnittet.

Matematikämnet har en lång historia av att använda flera olika teckensystem för att skapa representationer av matematikinnehåll. Redan de tidiga tryckta matematiska texterna var multimodala, där teckensystemet bild, matematiska symboler och skrift användes (O'Halloran, 2014). Detta syntes redan i Fibbonaccis *Liber abaci* (Boken om kulramen) som skrevs år 1202 och i den första tryckta matematikläroboken i Europa, *Larte de Labbacho* (Konsten att räkna), som utkom år 1478 där författaren är okänd (Pickover, 2014). Matematikläroboken som multimodal text har således en lång historia.

Tjugohundratalets läroböcker innehåller mindre andel skrift och mer andel bild än äldre läroböcker (Bezemer & Kress, 2010). Bezemer och Kress analyserade läroböcker från åren 1930–2005 för 11–14 åringar i naturkunskap, engelska och matematik utifrån hur olika teckensystem använts genom åren. En slutsats var att teckensystem generellt har andra funktioner idag än tidigare. Bland annat skiljer sig layouten markant och Bezemer och Kress beskrev det som att layouten i äldre läroböcker lämnar mindre utrymme för egna tolkningar till användaren än nyare. Något som lyfts fram är det som författarna beskriver som "gains and losses", hur komplex skrift och vertikalt läsande tillhör det som gått förlorat medan horisontell och mer deltagande läsning tillhör det som vunnits.

I och med att avhandlingens fokus mestadels ligger på den tryckta läroboken ges endast ett mycket kort nedslag på forskning om digitala matematikläroböcker för att visa på exempel inom det forskningsområdet. De digitala läroböckernas intåg på läroboksmarknaden medförde nya möjligheter att presentera matematik genom nya teckensystem än tidigare, såsom rörliga bilder, ljud och i datorplattor även interaktiva moment. Det finns exempelvis studier med fokus på att utvärdera (Cayton-Hodges, Feng & Pan, 2015) eller utveckla utvärderingsverktyg för digitala läroböcker (Harrison & Lee, 2018), studier som jämför digitala och tryckta läroböcker (Gueudet, Pepin & Trouche, 2013) och studier med fokus på hur feedback kan ges (Rezat, 2017). Gällande digitala läroböcker visar Pepin, Gueudet, Yerushalmy, Trouche och Chazan (2016) på tre olika typer av digitala matematikläroböcker: "integrative e-textbooks", "evolving or 'living' e-textbooks" och "interactive e-textbooks". Integrative e-textbooks förklaras som digitaliserade versioner av tryckta läroböcker. Evolving e-textbooks är digitala läroböcker som tagits fram av t.ex. lärare och IT-specialister som utvecklas fortlöpande efter feedback från verksamma lärare. Interactive e-textbooks är uppbyggda av uppgifter och olika verktyg som exempelvis diagram som kan kombineras på olika sätt och kan ses som en digital verktygslåda. O'Halloran, Beezer och Farmer (2018) analyserade en matematiklärobok som finns i såväl tryckt som digitalt format och använder begreppet *designneutralt språk*, med betydelsen att det språk som används i matematikläroboken ska passa båda formaten och efterfrågar en ny metodologi för att analysera denna typ av läroböcker.

Matematikböcker är "tools with constraints and weaknesses" (s. 28, Johansson, 2006), skrev Johansson i sin studie av tre svenska lärares användning av läroböcker. I Österholm och Bergqvists (2013) studie där vetenskapliga artiklar och läroböcker i matematik och historia analyserades fann författarna mycket få skillnader mellan ämnena utifrån svårighetsgraden i skriften och drog slutsatsen att matematikläroböcker inte skriftmässigt kan anses vara svårare än historieläroböcker. De fann även att matematiska texter i många vetenskapliga studier beskrevs som komplexa, kompakta och innehållande komplicerade ord. I en annan svensk studie beskrivs matematikläroböcker som utmanande att läsa och vikten av att lyfta fram läroböckers multimodala komplexitet betonas (Segerby, 2017). I ytterligare en svensk studie (Pansell & Björklund Boistrup, 2018) studerades, i likhet med den här avhandlingen, det matematikinnehåll som planerades att erbjudas i undervisningen (intended to be taught) med det som faktiskt undervisades om (actually taught). Detta

gjordes utifrån en lärares klassrumspraktik. En slutsats som drogs var att lärarens undervisningspraktik styrdes av matematikläroboken vad gäller övningar och procedurer, men inte när det gäller hur begrepp förklarades för eleverna och att läraren kompenserade för eventuella brister i läroboken.

I en annan svensk studie undersökte Ebbelind och Segerby (2015) med hjälp av Hallidays (1978) Systemisk funktionella lingvistik (SFL) potentiella svårigheter att läsa en sida i en matematiklärobok för årskurs 4. Resultatet visade att sidan innehöll en mängd potentiella svårigheter. Det handlade om begrepp som inte förklarades och i och med att dessa begrepp även används i andra sammanhang än inom matematikämnet lyfte författarna risken att eleven kan missuppfatta innehållet. Det gjordes inte heller kopplingar mellan innehållet i den faktaruta som fanns på uppslaget med resterande innehåll. Slutligen krävdes specifika kunskaper, som det inte gavs stöd för av boken, för att kunna lösa uppgifterna.

Två andra svenska studier som är av relevans fastän de inte studerade läroböcker men andra matematiska texter, är Österholm (2006) och Dyrvold (2016). Österholm analyserade läsförståelse av matematiska texter genom att jämföra matematiska och historiska texter med och utan matematiska symboler. Här utgjorde alltså eleverna studieobjektet, men studien är ändå relevant för detta avsnitt då den ger slutsatser om de matematiska texterna, bland annat. Han fann skillnader mellan elever som läste matematiska texter som endast bestod av skrift och elever som läste texter som bestod av både skrift och matematiska symboler. En slutsats som drogs var att matematiska texter som innehåller matematiska symboler kräver en särskild läsförståelse som matematiska texter utan matematiska symboler inte kräver. Dyrvold analyserade PISA-uppgifter (Programme for International Student Assessment) och uppgifter från nationella provet i matematik samt elevers lösningar på dessa uppgifter. Hon undersökte hur svåra uppgifterna var att läsa och lösa och fokuserade på skrift, matematiska symboler och bilder. Hon fann inget samband mellan antalet teckensystem och hur krävande uppgiften var, men hon fann att kombinationen av teckensystem och teckensystemet bild var en del av detta.

Mötet med olika teckensystem är av stor vikt vid lärande, särskilt för yngre elever, visade resultatet av en singaporiansk studie (Nugroho, 2010). Den studien, som i sin design påminner om Studie 1 i denna avhandling, fokuserade på hur teckensystem användes och samspelade i matematikläroböcker för årskurs 1. De teckensystem som studerades var skrift, bild och symboler. Resultatet visade att elever som använde teckensystem som kombinerade skrift och bild hade bättre resultat än elever som använde teckensystem som endast bestod av skrift eller bild.

tatet visade att de olika teckensystemen kompletterade varandra och teckensystemet bild ansågs utgöra det teckensystem som kan konkretisera abstrakta fenomen för eleverna. En jämförelse med resultatet gällande bildens betydelse kan göras med Sutherland, Winter och Harris (2001), vilka undersökte teckensystemet bild i matematikläroböcker för lågstadiet från fem olika länder. De sökte efter likheter och skillnader i hur ämnesinnehållet multiplikation presenterades. Deras slutsats var att bilder ibland bidrar till att uppmärksamhet riktas mot icke betydelsebärande delar, vilket påverkar lärande inom det avsedda ämnesinnehållet. Liknande resultat gav en brittisk studie (Jellis, 2008), där 128 elever deltog, som visade att eleverna hade svårt att avgöra om informationen i bilden var av relevans eller inte för lösandet av uppgiften. Eleverna utgick i allt för hög grad från bilderna när de löste uppgifterna, och eleverna missledes ibland av informationen i bilden. Hur bilden är utformad är således av vikt för hur eleven tar sig an uppgiften (Jellis, 2008).

Vikten av att kunna tolka bilder gör sig ständigt påmind då vi ständigt möts av bilder i olika form: på TV, Internet, reklampelare, mjölkpaket, i smarta telefoner och dagstidningar, för att nämna några exempel. Björkvall (2009) beskriver detta som en explosion när det gäller bildanvändning och att det handlar om att nå uppmärksamhet genom visuella hjälpmedel beroende på kulturella, sociala och tekniska förändringar i samhället. Han konstaterar att i dagens läroböcker finns bilder på i stort sett varje uppslag. Bilder har använts mer aktivt av såväl elever som lärare historiskt sett på grund av att samhället då, på många sätt, var ett bildfattigt samhälle (Pettersson, 2001). Kress (2003) påtalade en förskjutning mot en mer visuell och multimodal läs- och skrivförmåga redan för mer än femton år sedan.

Som syns ovan består denna genomgång är många äldre källor, då tidigare forskning som fokuserar lärobokens olika teckensystem varit svårt att finna. Som konstaterats i avsnittet har matematikläroboken en lång tradition av att använda olika teckensystem för att representera matematiska innehåll. Läroböckerna har förändrats över tid till att bli mer multimodala då teckensystemet skrift minskat i andel till förmån för bilden som teckensystem (Bezemer & Kress, 2010). De digitala läroböckernas intåg på läroboksmarkanden med nya möjligheter har medfört att nya metoder att analysera läroböcker efterfrågas (Harrison & Lee, 2018; O'Halloran, Beezer & Farmer, 2018). Sammantaget visas att läroböcker är utmanade texter, att de olika teckensystemen var för sig kan vara utmanande men kanske framförallt i kombination med varandra. Genomgången visade att det behövs mer forskning för att förstå detta bättre,

en slutsats som även får stöd av Österholm (2006). Denna avhandling kan därmed ge ett välkommet forskningsbidrag till fältet.

3.5 Elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker

I detta avsnitt ges en genomgång av forskning om elevers arbete med matematikläroböcker och kopplar till avhandlingens andra frågeställning. Redovisningen av forskning som fokuserar på yngre respektive äldre elever skiljs åt i detta avsnitt, beroende på att arbetet med matematikböcker skiljer sig mycket mellan dessa två grupper (Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt och Houang, 2002). En yngre elev, som arbetar med sin lärobok, arbetar med många bilder och lite skrift, medan en äldre elev i mycket högre utsträckning arbetar med skrift och matematiska symboler. Valverde et al. (2002) beskriver att uppgifter används mer i lägre årskurser, medan mer narrativa övningar används i de högre årskurserna. Detta innebär att arbete med matematikläroböcker i de lägre årskurserna skiljer sig förhållandevis mycket från att arbeta med matematikläroböcker i de högre årskurserna. Trots detta kommer forskning med äldre elever att inkluderas i denna genomgång eftersom denna forskning fortfarande kan vara relevant. Dels, för att studierna ändå fokuserar elevers arbete med matematikböcker och dels för att forskning inom området är sparsamt förekommande.

Elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker är ett tämligen utforskat forskningsfält (Rezat & Straesser, 2014). Forskning om lärares användning av matematikböcker finns (t.ex. Haggarty & Pepin, 2002; Remillard, 2005), men forskningen om elevernas användning av läroböcker är begränsad (Fan, Zhu & Miao, 2013; Rezat, 2008). Litteratursökningen visade att studier som fokuserar på yngre barn och med fokus på olika teckensystem är ännu mer begränsade.

Först sammanfattas forskning som fokuserar på äldre elever, för att sedan övergå till forskning om yngre elever. Genom hela avsnittet uppmärksammas de olika teckensystem för kommunikation, (t.ex. Kress, 2016), exempelvis skrift, bilder och matematiska symboler som studerats. Detta görs för att synliggöra hur olika teckensystem beaktas eller inte inom matematikdidaktisk forskning. Slutligen presenteras forskning som specifikt utgår från ett socialsemiotiskt och designorienterat multimodalt perspektiv (t.ex. Selander & Kress, 2010), vilket överensstämmer med denna avhandlings teoretiska perspektiv. Socialsemiotik definierar kommunikation som multimodala, sociala

och kulturella aktiviteter där meningsskapande sker i flera teckensystem (Kress, 2010).

I likhet med denna avhandling, fokuserade Berger (2019) på läroboken och elevers interaktion med läroboken. Hennes studie utgörs av en diskursanalys av ett videomaterial med fem vuxna studenter. Fem olika tillvägagångssätt identifierades: noggrann läsning med starka kopplingar, noggrann läsning med vissa kopplingar, skann-läsning, skumläsning och undvikande. Två av studenternas interaktion analyserades sedan på djupet (Berger, 2017). Berger (2017) drog slutsatsen att "mathematics textbooks suffer a double, possibly linked, ignominy: they are under-used as a learning resource and they are under-researched in terms of how they can be read productively by learners" (s. 403). Hon betonade behovet av ytterligare forskning, något som Österholm (2006) konstaterade mer än tio år tidigare. Österholm studerade läsförståelsen hos 95 gymnasieelever och identifierade skillnader mellan elever som läste matematiska texter som endast bestod av skrift och elever som läste texter som bestod av både skrift och matematiska symboler. Resultatet visade att texten som även innehöll symboler visade sig vara mer komplex att läsa vilket ledde till slutsatsen att mer kunskap om hur matematisk skrift som innehåller matematiska symboler behövs.

I en annan studie konstaterade Österholm (2008) att elever utvecklar icke önskade lässtrategier. Studien omfattade 195 gymnasieelever och universitetsstudenters arbete med matematikläroböcker. Shepherd, Selden och Selden (2012) analyserade 11 förstaårs-studenter som ansågs vara kompetenta läsare, men som trots detta kämpade med att läsa matematikläroböcker. Om studenter förväntas vara aktiva och kompetenta i sitt arbete med matematikläroböcker krävs att matematikundervisningen i högre grad fokuserar på läsning och läsförståelse av varierade typer av matematiska texter (Österholm).

Alla ovan nämnda studier fokuserade på läsning och skrift. I en studie med fokus på alla teckensystem i läroboken, såsom bilder och matematiska symboler, visade Rezat (2008) att eleverna i hög grad förlitar sig på lösta exempel. De 74 eleverna (11–12 respektive 17–18 år) instruerades att markera de avsnitt de använde sig av i arbetet med matematikläroboken och numrera i vilken ordning de använde dem. Ett liknande resultat gällande lösta exempel återfinns i Lithner (2003), av tre högstadiielevs arbete med läroböcker. Sammantaget visar forskning som fokuserar på äldre elever att arbete med matematikböcker är komplext, att eleverna i stor utsträckning utgår från lösta exempel och att mer forskning om elevers arbete med matematikböcker behövs.

Lärobokforskning med inriktning på yngre elever är ett tämligen obeforskat område. De flesta studierna fokuserar på elever mellan 8–11 år, utgår från ett förhållandevis stort antal elever, cirka 80 elever eller mer, och de flesta bygger på kvantitativa data. I en studie med kvantitativ ansats av 193 elever (8–11 år) med fokus på skrift konstaterade Powell, Driver, Roberts och Fall (2017) att både det allmänna ordförrådet och beräkningsmetoder är signifikanta prediktorer för det matematiska ordförrådet. Amiripour, Dossey och Shahvarani (2017) studerade skrift, samt matematiska symboler i problemlösningsuppgifter i fyra klasser (9–11 år), genom för- och efterprov. Denna jämförande studie visade att eleverna förlitade sig i stor utsträckning på de matematiska symbolerna. En konsekvens av detta är att det kan leda till ett synsätt där elever avkodar matematiska symboler som det viktigaste teckensystemet i en matematikuppgift. Engvall (2013) följde under två terminer fem klasser i årskurs 2–3. Hon fann att eleverna i stor utsträckning arbetade med procedurräkning utifrån givna metoder och regler.

I en annan studie, där såväl kvantitativa som kvalitativa data användes, analyserades olika teckensystem, dock inte utifrån ett uttalat multimodalt tillvägagångssätt (Shumway et al., 2016). Svar och strategier på bråktalsuppgifter, från 355 elever (8–10 år gamla), studerades och Shumway et al. drog slutsatsen att instruktioner i såväl virtuella, fysiska som lärobokrepresentationer är viktiga för elevers lärande.

Sammanfattningsvis behandlar forskningen med inriktning på yngre elever huvudsakligen teckensystemen skrift och matematiska symboler. En studie (Shumway et al., 2016) inkluderade andra teckensystem, såsom bilder och virtuella representationer. Föreliggande avhandlingsarbete syftar till att bidra genom att komplettera den befintliga forskningen med forskning ur ett multimodalt perspektiv.

Om forskning om yngre elevers arbete med matematikböcker utgör ett obeforskat område inom matematikdidaktisk forskning, är forskning som fokuserar på socialsemiotik och designorienterad multimodalitet än mer obeforskat. I en studie som syftar till att utveckla ett ramverk för att analysera multimodal interaktion studerade Alshwaikh (2011) elever (13–14 år) från Storbritannien och Palestina som arbetade med diagram från olika matematiska texter, däribland matematikläroböcker, med ett multimodalt socialsemiotiskt perspektiv. Alshwaikh konstaterade att ett multimodalt perspektiv på kommunikation ger en mer detaljerad bild av hur eleverna skapar mening i sitt arbete med matematik. Arizpe och Styles (2002) studerade hur lågstadielever läser bilder, inte i matematikläroböcker men i barnlitteratur, utifrån

Hallidays (1978) arbete om språkets funktion. Resultatet visade att eleverna var intresserade och visade kunskap om att läsa bilder. En slutsats av studien var dock att elever kan utveckla sin visuella litteracitet avsevärt om de får undervisning i hur.

Fyra svenska avhandlingar som fokuserar på matematik, multimodalitet och socialsemiotik har gjorts. Den första studien, en fallstudie med fokus på bedömning av elever i tioårsåldern, genomfördes av Björklund Boistrup (2010). Den har bedömningspraktik i matematik som sitt studieobjekt och utgår från flera teoretiska perspektiv, däribland socialsemiotik. Ett av resultaten var att lärarens intresse för elevens visade kunskaper var av stor vikt. En slutsats som drogs handlade om vikten av att inbegripa teckensystem i diskussioner om bedömning i matematik. Den andra avhandlingen gjordes av Dyrvold (2016). Hon studerade årskurs 9-elevs arbete med PISA-uppgifter och nationella prov i matematik. Resultaten visade att uppgifterna var svåra för eleverna att läsa och att detta är relaterat till kombinationen av teckensystem som inkluderar bilder. Segerby (2017) studerade årskurs 4-elevs arbete med matematikläroböcker med hjälp av pedagogisk designforskning, Educational Design Research (Segerby, 2014). Resultatet visade att eleverna behövde utveckla strategier och skriftkunskaper för att kunna arbeta med läroböckerna. Segerby drog slutsatsen att matematikläroböckerna är utmanande att läsa, och att en av anledningarna till detta är deras multimodala komplexitet. Dyrvold (2016) och Segerby (2017) drog slutsatsen att matematikläroböcker är svåra att läsa och att teckensystem är relaterade till denna svårighet. Dyrvold såg dessutom att teckensystemet bild var del av detta. Även om en av dessa studier fokuserade på yngre elever (Segerby), kommer föreliggande avhandlingsarbete att komplettera denna, eftersom det finns stora skillnader mellan läroböcker för elever i årskurs 4 år och för elever i årskurs 1 år.

Det fjärde av avhandlingsarbetena genomfördes av Pansell (2018). Liksom Björklund Boistrup (2010) utgick hon bland annat från multimodal socialsemiotik och studerade en lärares matematikundervisning i årskurs 5. Som tidigare nämnts påverkades lärarens undervisning av lärobokens övningar och procedurer (Pansell & Björklund Boistrup, 2018). Forskarna drog en slutsats om att användning av matematikläroboken som grundkälla för undervisningen inte ger någon garanti för vare sig vilken undervisning eller vilket lärande som sker (Pansell & Björklund Boistrup).

Flera studier pekar på lärarens viktiga roll gällande elevs meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker Segerby och Chronaki (2018) an-

vände Systemisk funktionell lingvistik (Halliday, 1978) för att studera hur elever i årskurs 4 för matematiska resonemang. Segerby och Chronaki lyfter fram vikten av att lärare stöttar elever i att kunna göra översättningar mellan olika teckensystem så elever känner trygghet i detta. Eleverna behöver alltså undervisning i att läsa och skriva i matematik för att minska risken att de på egen hand lär sig strategier för att läsa och skriva i matematik som kan vara mindre framgångsrika och i värsta fall följa eleverna genom hela skolgången. Segerby och Chronaki framhåller att undervisning om matematikens olika teckensystem är särskilt viktigt i de tidiga årskurserna. Detta går i linje med Pansell och Andrews (2017) som drog slutsatsen att lärare behöver bli mer medvetna om hur och på vilket sätt de kommunicerar med sina elever för att lärande ska ske. I en annan svensk studie där 370 gymnasieelever och 30 lärare deltog, visade resultatet att lärare behöver mer kunskap om förhållningssätt till och undervisning med digitala läroböcker (Grönlund, Wiklund, & Böö, 2017).

En av de diskurser som framträdde i Björklund Boistrup (2015) handlade om att lärares feedback kopplades till om eleven svarat rätt samt hur många uppgifter som eleven genomfört korrekt snarare än med fokus på matematiska innehåll. Björklund Boistrup lyfte matematikundervisningens långa tradition som en möjlig orsak till denna diskurs. Björklund Boistrup (2010) såg inom en av de andra diskurserna att läraren kan välja den eller de teckensystem som stöttar lärandet bäst, vilket kan innebära att eleven ibland begränsas i vilket eller vilka uttryckssätt som kan användas. Detta gjordes för att läraren ville att elevens meningsskapande skulle riktas mot en viss aspekt av det matematiska innehållet som stod i fokus.

I avsnittet synliggjordes att matematikläroboken är komplex att skapa mening av, såväl i förhållande till de enskilda teckensystemen: skrift, matematiska symboler och bilder, men även till kombinationer av olika teckensystem. I studierna har konstaterats att det finns utmaningar gällande arbete kopplat till olika teckensystem samt att kombinationer av teckensystemen bidrar till denna komplexitet. Däremot vet forskningen inte så mycket om *hur* dessa utmaningar och komplexiteter ser ut, vilket motiverar detta avhandlingsarbete.

3.6 Agens och elevers matematiklärande

Detta avsnitt avser att beskriva tidigare forskning kopplat till hur elevers meningsskapande i matematik kan förstås utifrån begreppet agens eller aktiva deltagande (Selander & Kress, 2010) och kopplar till avhandlingens tredje frågeställning. Forskning om agens kopplat till elevers matematiklärande utgår

från olika teoretiska perspektiv. Jag inleder med att kortfattat ge några exempel på hur agens och elevers matematiklärande använts utifrån andra teoretiska utgångspunkter än föreliggande avhandlingsarbetes för att därefter redogöra för forskning om agens som överensstämmer med avhandlingsarbetets perspektiv.

Agensbegreppet har använts utifrån ett kognitivt embodiment perspektiv (de Freitas & Sinclair, 2012), vilket inte överensstämmer med den här avhandlingens perspektiv. Även White (2019) utgår från ett kognitivt perspektiv och *material agency* när han studerar digital undervisning av grafer och agens mellan lärare, elever och lärresurser. En annan utgångspunkt står Louie (2019) för, då hon beskriver lärande som socialt konstruerat. Hon studerade fem amerikanska grundskollärares matematikundervisning genom diskursanalys. Hon använder begreppet *agency discourse* och lyfter agens som en väg att nå likvärdighet och drog slutsatsen att agens kan vara vägen till alla elevers rättighet till att upptäcka en rik matematikundervisning men att den måste anpassas till olika elevgrupper med ett särskilt fokus på utsatta grupper. Louie lyfte även vikten av att stötta lärarna i detta utvecklingsarbete utan att skuldbelägga lärarkåren. Diskurser fokuseras även av Norén (2011). Hon utgår från Foucaults maktperspektiv och studerade språkliga diskurser för flerspråkiga elever i årskurs 8 i samband med nationella prov i matematik. En slutsats som drogs var att en viktig faktor för att kunna lösa lästäl bestod av möjligheten att kunna gå emellan olika språkliga diskurser samt elevers möjlighet till agens i provsituationen.

Agensbegreppet används således utifrån kognitiva så väl som sociala perspektiv på lärande. I en metodutvecklande studie med utgångspunkt i socialsemiotik och Hallidays funktionella lingvistik använder Morgan (2016) begreppet *human agency* i en diskursanalys om hur matematikundervisningen möjliggör för agens kopplat till matematiklärande. Samma begrepp används i Wagners (2007) studie om gymnasieelevers språkanvändning i matematikundervisning (Se även exempelvis Boaler, 2002, för användningen av *human agency*). Alshwaikh och Morgan (2013) använde begreppet *learner agency* i en multimodal diskursanalys av palestinska matematikläroböcker, med fokus på vilken typ av aktivitet som eleven förväntas engagera sig i och vilka val som finns för detta.

Björklund Boistrup (2010) använder agens utifrån ett designorienterat perspektiv, i likhet med föreliggande avhandlingsarbete. Hon studerade bedömningshandlingar i matematikundervisningens kommunikation. Detta gjordes

genom en fallstudie i årskurs 4 med dokument, fältanteckningar och videomaterial som datainsamlingsmetoder där vilka möjligheter för elevers möjlighet till aktiva val (aktiva agens) och lärande stod i fokus. Resultatet visade att elevernas aktiva agens ökar om lärarna i sin kommunikation med eleverna visar intresse för det eleverna visar kunskap om, istället för att anta en bedömande roll där elevens prestationer värderas i form av beröm eller missnöje. Hon drar även en slutsats om att begränsningar i vilka teckensystem som erbjuds elever kan begränsa elevers möjligheter till agens.

Björklund Boistrup (2017a) beskriver hur två av de fyra diskurser som framträdde i materialet medförde rikligt med möjligheter för agens hos eleverna. En av dem innebar ett fokus på öppna, genuina frågor och matematiska processer sattes i centrum. Den andra diskursen fokuserade på: resonande, undersökande och definierande. Resultatet synliggjorde även hur tystnad kunde användas som verktyg för att öka elevernas agens. Genom att läraren skapade tystnad mellan sig själv och eleven i några sekunder så uppstod tid för betänketid och i detta medgav möjlighet till agens.

Avsnittet visade att agensbegreppet används inom olika teoretiska perspektiv och att begreppet även använts inom socialsemiotik och ett designorienterat perspektiv med fokus på val av aktiviteter som eleven engagerar sig i samt kopplat till bedömning. I detta avhandlingsprojekt används begreppet med utgångspunkt i elevens möjlighet till självständigt deltagande i sitt arbete med matematikläroboken.

3.7 Sammanfattning

Som beskrivits i detta kapitel finns forskning om matematikläroboken generellt, medan multimodal läroboksforskning är sparsamt förekommande. Detta gäller särskilt med avseende på de yngsta eleverna i grundskolan, då den mesta forskningen inom det multimodala fältet avsett äldre elever i grundskolan samt gymnasieskolan, utifrån min inläsning på fältet. Lärares undervisning påverkas av matematikläroboken (Pansell & Björklund Boistrup, 2018) och eleverna behöver undervisning i att läsa och skriva i matematik (Segeberby & Chronaki, 2018)

Det kan konstateras, att matematikläroböcker är komplexa att förstå. Olika teckensystem ger olika information som i sin tur påverkar elevernas meningsskapande. En slutsats är att mer forskning där mötet mellan elev och matematiklärobok står i centrum behövs, för att bättre förstå elevens arbete och i förlängningen hur goda lärsituationer i matematik kan iscensättas. I och med det

ges föreliggande avhandlingsarbete stor legitimitet, då mer kunskap med avseende på de yngsta eleverna i grundskolan behövs som komplement till redan befintlig kunskap, samt utifrån att matematikläroboken är mycket vanligt förekommande i matematikundervisning (Boesen et al., 2014; Mullis, Martin, Foy & Arora 2012; Skolverket, 2014).

Kapitlet visade också olika sätt att kategorisera räknesättet subtraktion, däribland Fusons (1992) som valdes för att kategorisera subtraktion i detta avhandlingsprojekt. Den tidigare forskningen visar också på hur begreppet agens kan kopplas till matematiklärande och att begreppet kan visa en möjlig väg till att förstå elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker på ett fördjupat sätt.

4 Teoretiska utgångspunkter – Ett designorienterat multimodalt perspektiv

Den teoretiska lins genom vilken matematikläroböckerna och elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker studeras, utgörs av ett designorienterat multimodalt perspektiv (Selander & Kress, 2010). Detta perspektiv kan ses som en didaktisk tillämpning av socialsemiotiken (Leijon & Lindstrand, 2012). Perspektivet ger verktyg för att teoretiskt förstå elevers meningsskapande och för att i förlängningen kunna ge ett kunskapsbidrag vad gäller läroboken som läresurs, elevers meningsskapande av densamma samt förutsättningar för lärarens arbete. Teoretiskt närmar sig avhandlingsarbetet elevers meningsskapande utifrån ett designorienterat multimodalt perspektiv, där individens meningsskapande, i ett socialt och kulturellt sammanhang, står i fokus (Selander & Kress, 2010). Perspektivet omnämns även som Design för lärande (Selander & Kress). Utifrån detta perspektiv sker meningsskapandet alltid multimodalt, genom olika teckensystem.

Det multimodala syftar på perspektivets antagande om att all kommunikation sker genom olika teckensystem, såsom bilder, gester, tal, och skrift (Kress & van Leeuwen, 2001). Att skriva ut "multimodalitet" är egentligen en tautologi, då multimodalitet ryms inom ett designorienterat perspektiv. Det går inte att genomföra en studie som utgår från ett designorienterat perspektiv utan att även genomföra en multimodal studie. Dock väljer jag att skriva ut "multimodalitet" dels på grund av att det tydligt signalerar ett fokus på det multimodala och dels för att det är brukligt att explicit skriva ut "multimodalitet" av forskare inom fältet. För en genomgång av multimodalitet, se avsnittet En multimodal ansats (s. 43)

Ett designorienterat perspektiv tar sin utgångspunkt i ett socialsemiotiskt perspektiv (se t.ex. Hodge & Kress, 1988; Kress, 2010; van Leeuwen, 2005) som i sin tur har sin grund i sociolingvisten Hallidays (1978) Systemisk funktionella lingvistik som betonar språkets sociala sida och språkets funktion. Med socialsemiotiken, genom exempelvis Kress (2010), utvecklades synen på meningsskapande till att omfatta fler teckensystem än skrift. Centralt inom ett designorienterat perspektiv är individens teckenskapande genom meningsskapande aktiviteter. Ett designorienterat perspektiv ger verktyg för att studera situerat lärande i skolan som institution, med möjlighet att studera meningsskapandet som en multimodal aktivitet (Kempe & Selander, 2008). Perspektivet möjliggör studier av iscensatta lärsituationer där ett särskilt kunskapsinnehåll är i fokus (Selander & Kress, 2010).

Perspektivets multimodala utgångspunkt lämpar sig väl för studiens fokus på matematikämnet då matematikämnet är multimodalt till sin natur (O'Halloran, 2000; 2005). För att lära, förstå och använda matematik måste individen kunna skapa mening i arbetet med olika teckensystem, där de olika teckensystemen skapar mening på olika sätt och tillsammans skapar en förståelse för ämnet. Exempel på detta kan vara att sträcka upp fyra fingrar i luften och på så sätt visa en representation av talet fyra med hjälp av sin kropp, eller att visa en multiplikation med en bild eller en ekvation med en kurva. O'Halloran (2015) beskriver att olika teckensystem har olika syften och olika uppbyggnad men direkt länkar till varandra. Perspektivet kan användas till studier av elever och matematiska texter som exempelvis läroboken (Morgan, 2018) och ger verktyg som kan användas både som stöd för forskaren att göra rationella beskrivningar av matematiska representationer, men också för att hjälpa till att strukturera tolkningar av representationers funktioner (Morgan, 2006). Båda dessa angreppssätt används i denna avhandling. Björklund Boistrup (2010) beskriver hur den multimodala ansatsen kan möjliggöra en vidgad syn på hur matematik kan representeras samt att socialsemiotik och multimodalitet ger stöd för att förstå undervisning.

I denna avhandling riktas intresse mot matematikläroböcker och mot vad som sker när elever arbetar individuellt med matematikläroböcker i en specifik lärsituation. Med hjälp av ett designorienterat perspektiv kan elevernas meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker studeras.

4.1 Design

Ordet design kopplas i allmän mening ofta till formgivning eller gestaltning av produkt. Designbegreppet inom ett designorienterat perspektiv handlar om hur lärresurser utformas och om hur individer är med och designar lärsituationer (Selander & Kress, 2010). Selander och Kress uttrycker det som att: "Design handlar om att forma såväl objekt som villkor för kommunikation. Designern riktar blicken mot framtiden och design är att skapa ny mening" (s. 23). Design kan förstås dels som en kommunikativ process mellan människor och dels som den lärsituation individen skapar med hjälp av teckensystem, exempelvis genom att designa en lärobok eller en digital resurs, enligt Kempe och Selander (2008).

Många olika roller finns med i designandet i arbetet med matematikläroboken. Såväl elever som lärare, men även läromedelsförlag och mjukvaruföretag är del av detta (Selander & Svärden Åberg, 2009). I somliga texter görs det mesta av arbetet av skaparen till texten, exempelvis i en längre narrativ

text, medan andra typer av texter kräver mer ansvar av användaren (Bezemer & Kress, 2010). Matematikläroböcker för grundskolans tidigaste år placeras i den sistnämnda eftersom dessa böcker kräver mycket insats av sina användare.

Under senare tid har det skett ett skifte vad gäller relationen mellan skapare och användare, enligt Bezemer och Kress (2010). Tidigare styrde skaparen i högre utsträckning hur användningen av en text skulle gå till. Idag har användaren mer ansvar för detta. Användaren är alltså i större grad med och designar sitt lärtillfälle idag än tidigare. Detta nya sätt att förstå design kräver ett nytt sätt att möta text (Bezemer & Kress). Tidigare var skrift det teckensystem som stod i centrum för att förstå en texts design. Idag krävs att användaren beaktar alla teckensystem i en text:

for users of textbook the changes in design demand new kinds of textual understandings: a fluency not only in reading, writing, image, typography and layout jointly; but, an understanding of the overall design of learning environments. The changes in the design of the textbooks are also indicative to shifts in pedagogic relations between producers and users (Bezemer & Kress, 2010, s. 26)

Användaren kan utgöras av såväl läraren som eleven. Elev och lärare skapar, i mångt o mycket, lärsituationen och förutsättningar för lärande skriver Kress och van Leeuwen (2001). Författarna drar paralleller till likande förändringar inom andra yrkesområden i samhället, där enskilda yrkesutövare idag fått mer ansvar för utformningen av verksamheten i större utsträckning än tidigare. Idag är användaren, i det här fallet eleven men även läraren, i större utsträckning än tidigare med och aktivt designar lärsituationen. Deltagandet i samhället är generellt större och därmed även i undervisningssituationer i skolan. Bezemer och Kress (2010) beskriver detta som ett skifte inom pedagogiken, där gränser mellan skapare och användare, producent och konsument suddas ut allt mer.

Skaparen designar läroboken med ett specifikt meningserbjudande i åtanke, en erbjuden mening, men när eleven möter läroboken är skaparen inte närvarande i det mötet. Skaparen av texten vet därför ingenting om elevens meningsskapande eftersom skaparen inte är närvarande vid detta tillfälle. Således är elevens meningsskapande i arbetet med läroboken mycket mer utmanande än såväl läroboksförfattarens som lärarens, i och med att eleverna inte har samma förkunskaper om ämnesinnehållet som läroboksförfattare och lä-

rare har. Läroboksförfattaren har sina förkunskaper om vad läroboken är designad att erbjuda i och med att hen producerat läroboken och läraren har kunskaper om elevers matematiklärande och kan därmed tolka innehållet i matematikläroboken utifrån dessa grunder. Med andra ord: att skapa mening i arbetet med läroboken kan innebära en stor utmaning för eleven, då den producerats av någon som inte "bara" har en läsares avsmalnade perspektiv att tillgå (Bezemer & Kress, 2016). Målsättningen är att kunna ge ett kunskapsbidrag till elevens meningsskapande och genom det öka medvetenhet hos läroboksförfattare, lärobokillustratörer och lärare, om elevernas utmaning i att skapa mening i arbetet med matematikläroböcker.

I detta avhandlingsarbete används designbegreppet främst kopplat till lärobokens design av matematikläroboken som lärresurs. Detta hör samman med det innehåll läroboken designats till att erbjuda.

4.2 Kommunikation, meningsskapande och lärande

Inom ett designorienterat perspektiv kopplas kommunikation, meningsskapande och lärande samman. Relaterat detta avhandlingsarbete är alla dessa tre begrepp centrala. I det här avsnittet reds begreppen ut samt deras förhållande till varandra. Först definieras vardera begrepp och därefter redogörs för hur de relaterar till varandra

Kommunikation kan förstås som det som händer i mötet mellan två individer där teckensystem produceras, omtolkas och används (Kress & van Leeuwen, 2001) och hör samman med det socialt, kulturellt, ekonomiskt och politiskt givna (Kress, 2010). Fokus ligger på något som delas med någon annan. Kress och van Leeuwen (2001) definierar kommunikation som: "a process in which a semiotic product or event is both articulated or produced and interpreted or used" (s. 20).

Meningsskapande definieras som en aktivitet där individen försöker förstå omvärlden och är något som sker ständigt, överallt (se exempelvis Kress, 2010; Selander & Kress, 2010). Meningsskapande beskriver vad individen riktar sitt fokus mot medan kommunikation är en social aktivitet och beskriver själva processen, i en social kontext. Meningsskapande är en kreativ handling där man omskapar (re-designar) (se även Kress, 2017; Selander, 2017) redan befintliga representationer (Selander & Kress, 2010). Meningsskapandet sker oavbrutet och beskriver den process där individen genom representationer skapar mening. Mening skapas två gånger, skriver Kress (2010). Först sker ett meningsskapande inåt när individen tolkar tecken och sedan utåt, genom en

representation av något slag. Ett exempel kan vara elevens arbete med läroboken. Olika teckensystem ger olika förutsättningar för och information till användaren, att uttrycka sitt meningsskapande genom tal, genom att rita en bild, visa med händerna, matematiska symboler och så vidare. Elevens meningsskapande i arbetet med läroboken kan aldrig vara en exakt replika av skaparens meningsskapande med detsamma (Bezemer & Kress). Elevens meningsskapande är således alltid nytt. Här vill jag stanna upp något och beskriva varför jag har valt att formulera relationen mellan elev och matematiklärobok som *elevens meningsskapande i arbetet med matematiklärobok*. Formuleringen: "meningsskapande i arbetet med" har som målsättning att signalera en tydlig aktivitet, att eleven genomför ett arbete för att skapa mening i mötet med matematikläroboken. Detta kan jämföras med formuleringen: "meningsskapande av" som inte på samma sätt signalerat aktivitet. Med den formuleringen skulle meningsskapandet kunna få en allt för förklarad betydelse i mötet mellan elev och lärobok. Dessutom skulle formuleringen "meningsskapande av" kunna förstås som att potential för meningsskapande endast kommer från eleven och att denne skapar mening *av* boken som då kan ses som utan meningspotential. "I arbetet med" syftar alltså även till att signalera att bokens potential också bidrar till det meningsskapande som sker.

Lärande ses som en teckenskapande aktivitet där individen visar en ökad förmåga att engagera sig i världen på ett meningsfullt sätt (Selander & Kress, 2010). Lärande beskrivs av Kress (2010) som deltagande och som att det inte går att se lärande utan endast tecken på lärande. Selander (2017) ger en beskrivning av att lärande innebär en mängd olika slags lärande och ger exempel som att lära sig en glosa, spela ett instrument eller lära sig ett yrke. Alla tre exempel innebär lärande men på mycket skilda sätt. Lärandet behöver placeras i en kontext, enligt Selander, det skiljer sig exempelvis att lära sig spela gitarr ensam hemma och i grupp i en replokal. Inom socialsemiotiken har diskussioner om vad lärande är förts och det går att se en utveckling över tid om lärandebegreppet. Insulander et al. (2017) och Selander (2017) diskuterar detta. Insulander et al. slår fast att vi lever i en omvandlingens tid och pekar bland annat på hur skolan tidigare varit den plats som kunnat erbjuda sådant som inte fanns i hemmen och hur detta har förändrats. Selander resonerar om hur han ändrat sin tidigare uppfattning om att meningsskapande och lärande är olika sidor av samma mynt. Han beskriver hur han numer förändrat synen något. Lärande och meningsskapande hör onekligen samman poängterar han, men meningsskapandet är situationsbundet och något som sker här och nu

medan lärande är något som sker över tid. Lärande och meningsskapande är närliggande, men inte helt identiska begrepp, betonar Insulander (2010). Begreppet meningsskapande kopplas till kommunikationsstudier, medan lärande främst kan anses tillhöra utbildningsvetenskap (Insulander). Inom ett designorienterat perspektivet definieras lärande som en ökad förmåga att använda sig av teckensystem på ett meningsfullt sätt och detta sker genom meningsskapande aktiviteter (Selander, 2008). För att studera lärande krävs därmed, utifrån detta perspektiv, att en individs meningsskapande vid två olika tillfällen studeras. Den ökade förmågan att använda olika teckensystem kan då studeras. Utifrån detta resonemang innebär det således att lärande inte studeras i avhandlingsarbete, då mätning av meningsskapande vid olika tillfällen inte gjorts.

Så, sammanfattningsvis kan begreppen och relationen dem mellan förstås som att kommunikation är en social aktivitet som sker ständigt. Meningsskapande är det i kommunikationen som individen riktar sitt fokus mot. Lärande är den ökade förmåga att använda olika teckensystem som kan mätas vid en individs meningsskapande vid två olika tillfällen. I avhandlingen studeras kommunikation och meningsskapande mellan lärobok och elev. Lärande studeras inte i den empiriska undersökningen, men kommer att diskuteras i och med att elevens kommunikation och meningsskapande i arbetet med läroboken har till syfte att utgöra en lärande aktivitet.

4.2.1 Teckensystem

Teckensystem (eng. mode) är kulturellt och socialt formade resurser för meningsskapande och används i kommunikation och representation (Bezemer & Kress, 2010; Kress, 2010, 2014; Selander, 2008). Olika teckensystem har olika potential för att erbjuda och skapa mening (Kress, 2010). Teckensystemens potential är inte statiska utan "blir till" i meningsskapandet. Potentialen är dock inte oändligt stor, det finns alltid begränsningar för vad som kan uttryckas i ett teckensystem (Björkvall, 2009).

Inom forskningsfältet används ibland även begreppet modalitet som synonym för teckensystem. Detta kan te sig förvirrande då en annan betydelse av ordet är sanningsanspråk och härrör från språkvetenskapen. Lindstrand (2006) använder istället "resurser för representation" som han beskriver som en omarbetning av det engelska begreppet mode. Ett begrepp som också används som översättning till modes förutom teckensystem är semiotisk modalitet (Danielsson & Selander; 2014). Selander och Kress (2010) använder teckensystem som resurser eller teckenvärldar. Teckensystem är uppbyggda av

semiotiska resurser. Semiotiska resurser kan ses som de byggstenar som bygger upp teckensystem, exempelvis är teckensystemet skrift uppbyggt av de semiotiska resurserna bokstäver som sätts i olika ordning och grupperas på olika sätt, medan teckensystemet bild byggs upp av linjer, kurvor, vinklar och färg (Björkvall, 2009). van Leeuwen (2005) använder begreppet semiotisk resurs (semiotic resource) och han delar in resurserna i fysiologiska, resurser där talapparaten eller muskler används, och teknologiska, där verktyg såsom penna, papper eller dator används. I den här avhandlingen används begreppet teckensystem.

Det finns ingen hierarki teckensystemen emellan, de olika teckensystemen bidrar med olika information. Ju fler teckensystem, desto fler möjligheter till kombinationer av teckensystem (O'Halloran, 2005). Olika teckensystem kan aldrig exakt erbjuda samma mening, eller helt och fullt översättas från ett teckensystem till ett annat (Kress, 2014). Exempelvis kan en skrift om havet aldrig exakt erbjuda samma mening som ett fotografi av havet. För att fullt ut förstå texter som läsaren ska interagera med, som exempelvis en lärobokstext, krävs att alla teckensystem beaktas, skriver Bezemer & Kress (2010). Detta är något jag tagit fasta på i detta avhandlingsarbete.

Perspektivets utgångspunkt är alltså att alla teckensystem erbjuder olika mening och därmed blir det intressant att fråga sig vilka teckensystem som räknas i skolan (Danielsson & Selander; 2014). Danielsson och Selander ger ett exempel på hur en elev medvetet stavar fel på ordet "mamma" och plockar bort ett "m" för att ordet ska få plats på den rad eleven önskar så det passar ihop med den bild som eleven valt till skriften. Här kan vi se att eleven sätter textens helhetsuttryck före dess delar, ett synsätt som elevens lärare kanske inte skulle dela med eleven. Elevens beskrivningar av sitt meningsskapande är av relevans att lyfta i föreliggande avhandlingsarbete, då något liknande som det som beskrivs här ovan skulle kunna vara fallet även där.

Alla teckensystem ses som resurser med erbjudanden och begränsningar och de olika teckensystemen kan utifrån detta perspektiv inte exakt erbjuda samma mening. Ett exempel skulle kunna vara ett samtal mellan två personer där den ena personen frågar om hon kan få låna den andra personens bil. Teckensystemet *talat språk* säger något, personen kanske svarar: "Det går bra.", medan teckensystemet *gester* ger ett annat budskap i form av ihop-sjunkna axlar och nedslagen blick. Den semiotiska resursen *tonfall* spelar också roll för vilket meningsskapande situationen ger. Kanske drar personen lite på svaret, kanske hörs ett osäkert "mmm" i inledningen av svaret. Sammantaget ger de olika teckensystemen tillsammans en uppfattad mening av

situationen. I exemplet ovan uppfattar förhoppningsvis den som ställde frågan situationen som att den andra kanske ändå inte vill låna ut sin bil, även om hon uttryckte sig så i tal. Jewitt (2014b) beskriver hur teckensystem förstås genom samspel och handlingar och att dessa endast existerar där och då i interaktionen.

Utifrån ovanstående resonemang kan teckensystemen ses som de byggstenar som bygger upp läroboken, teckensystemen formar läroboken som lärresurs. Matematikläroboken skapar följaktligen både förutsättningar, men också begränsningar, för vilka teckensystem som kan erbjudas eleven och i förlängningen vilken lärsituation som kan designas.

Kopplat till begreppet teckensystem är begreppet teckenskapande. Individens meningsskapande visas genom teckenskapande, där varje teckensystem kan bidra med en del av meningsskapandet. Teckenskapandet sker alltid multimodalt, genom flera olika teckensystem (Jewitt, 2014b; Kress, 2010; Leijon & Lindstrand, 2012). Individens representationer sitt meningsskapande genom ett teckenskapande, där teckenskapandet är själva aktiviteten och representationen "produkten" av detta. Leijon och Lindstrand (2012) beskriver representation som en "gestaltning av hur man förstår något i världen, där form och innehåll utgör integrerade aspekter" (s. 177). I Selander och Kress (2010) beskrivs representation som hur en individ ger uttryck för hennes uppfattning av världen. Selander och Kress understryker därmed att representationen inte kan ses som en sanning, utan som en individs tolkning av någonting.

Så den aktivitet som sker kan beskrivas som teckenskapandet och produkten av detta teckenskapande utgörs av representationen. Ett exempel på det skulle kunna utgöras av en elev som besvarar en subtraktionsuppgift genom att räkna på fingrarna. Själva aktiviteten utgör teckenskapandet och gestaltningen med kroppen i form av uppsträckta fingrar som vikts ned utgör representationen. Intill denna elev sitter kanske en annan elev som istället visar sitt teckenskapande genom att rita en bild, eller skriva tal på ett papper.

Representationen kan alltså uttryckas på flera sätt, t.ex. genom talat språk, bild med symboler eller genom gester exempelvis. "En representation skapas i mellanrummet mellan ett subjekt och någon företeelse i världen, och berättar om hur denna framstår för subjektet" skriver Selander (2009, s. 28). Genom att ta del av denna "produkt", alltså representationen, så kan forskaren få syn på någons meningsskapande. Det är således genom representationen som meningsskapande kan studeras. Och översatt till detta avhandlingsarbete: (I) genom att studera matematikläroböcker och deras potential för meningsskapande kan kunskap om läroboken som resurs för meningsskapande skapas. (II)

Genom att ta del av elevers representationer av arbete med matematikläroböcker kan kunskap om deras meningsskapande genereras. I denna avhandling utgörs representationerna av det eleverna visar genom tal, gester, tonfall och kroppsspråk i videomaterialet samt de skriftliga representationerna i form av matematiska symboler, och i förekommande fall även bilder, på de utvalda lärobokssidorna som samlats in.

Individens meningsskapande sker genom teckenskapande och utgör representationer av kommunikation och lärande (Leijon & Lindstrand, 2012). I detta avhandlingsarbete är de representationer som är av intresse de representationer som eleverna skapar med hjälp av papper, penna, tal, tonfall och kroppsspråk.

4.2.2 Meningspotential och Agens

Meningspotential (eng. Meaning potential) (Björkvall & Karlsson, 2011; Danielsson & Selander, 2014; van Leeuwen, 2005) kopplas till lärresursen och vilken potentiell mening som kan skapas. Danielsson och Selander (2014) skriver om meningspotential som erbjudanden eller möjligheter och begränsningar, vad som erbjuds i situationen. Begreppet meningspotential härrör ursprungligen från engelskans affordance och Gibsons ekologiska psykologi (1986) och har utvecklats inom socialsemiotiken till en relationell syn på begreppet. I den här avhandlingen används begreppet meningspotential. Den relationella synen inbegriper att en meningspotential endast finns i mötet mellan individ och verktyg. Det kan visserligen finnas mer givna meningspotentialer kopplat till en individs möte med ett verktyg men olika individer kan också ta fasta på olika meningspotential (van Leeuwen, 2005). Jewitt (2014b) skriver om att meningspotential (Jewitt använder begreppet affordance) är ett omstritt och debatterat begrepp inom multimodal forskning, som kan ha delvis olika betydelser. För denna studie står den dualistiska betydelsen av begreppet i fokus. Intresse riktas mot mötet mellan å ena sidan en erbjuden mening och å andra sidan elevens meningsskapande. I detta avhandlingsarbete blir begreppet meningspotential verksamt genom hela avhandlingen med fokus på den meningspotential som designats in i övningen. Den mening som designats in i övningen benämns i avhandlingen som *erbjuden mening* (Selander & Kress, 2010). Erbjuden mening beskrivs som "författarens eller producentens syfte eller avsikt" med en resurs (Selander & Kress, s. 39). Begreppet erbjuden mening kan jämföras med Björkvalls och Karlsson (2011) som utifrån van Leeuwens arbete använder sig av theoretical meaning potential, men då det begreppet inte bara omfattas av dess design utan även av tidigare och

framtida användningar och funktioner valdes det begreppet bort. I avhandlingsarbetet har den meningspotential matematikläroboken designats till att erbjuda eleven jämförts med elevens meningsskapande i sitt arbete med densamma. Så matematikläroboken designas med avseende på att erbjuda en specifik meningspotential. I elevens möte med denna potentiella mening uppstår utrymme för handling. Detta utrymme för handling benämns som *agens*.

Agens (eng. *agency*) eller deltagande och handlingsutrymme riktar strålkastaren mot individen och beskriver dennes handlingsutrymme och kopplas även till makt (Selander & Kress, 2010; Selander, 2017). Begreppet *agens* förstås som individens aktiva deltagande och förmågan att handla självständigt (Bezemer & Kress, 2016; Selander & Kress, 2010). Individens tillfälliga engagemang i olika miljöer, exempelvis elevens arbete med matematiklärobok, och individens respons på detta är centrala (Emirbayer & Mische 1998) och kan förstås som individens kapacitet att göra val och kopplas till aktivitet respektive passivitet (Björklund Boistrup, 2010). Kress (2010) skriver om varför *agens* är centralt i meningsskapande. Meningsskapande innehåller "*skapande* som inbegriper en *skapare* och därav är *agens* centralt." (s. 107, min översättning). Skapandet implicerar en *skapare* och detta kopplar till aktivt deltagande eller *agens*. Begreppet *agens* blir verksamt i den analys av data från studie 1 och resultaten från studie 2 som görs i kappan. Här riktas intresse mot elevens möjlighet till *agens* i arbetet med matematikläroboken. Det som studeras är elevens möjlighet till aktivt deltagande och handling i situationer där eleven arbetar individuellt med matematikläroboken.

5 Ansats och forskningsdesign

Ett intresse för matematiklärobokens erbjudna mening respektive elevens meningsskapande har lett mig genom hela avhandlingsarbetet. Detta intresse väcktes redan under de år jag arbetade som grundskollärare då jag såg att elevers tolkningar av läroboksövningar inte alltid stämde överens med lärobokens erbjudna mening. För att förstå matematikläroboken som läresurs samt elevens arbete med läroboken har matematiklärobokens erbjudna mening respektive elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker varit centrala att studera. Det förstnämnda anger det planerade innehållet och det sistnämnda den lärsituation som äger rum. Ambitionen var att utforma studier som skulle kunna synliggöra detta, vilket ledde till att två studier, studie 1: Multimodal läroboksanalys och studie 2: Elevers meningsskapande, genomfördes.

Som tidigare nämnts, har en avgränsning till innehållet subtraktion gjorts. Subtraktion kan, som tidigare beskrivits, utgöra tre olika händelser: *subtraktion som minskning, jämförelse* eller *utjämning* (Fuson, 1992). Analysen av räknesättet subtraktion utifrån Fusons kategorisering kompletterade den multimodala analysen genom hela avhandlingsarbetet. Detta gav verktyg för att studera matematikläroboken som multimodal text men även som matematisk text. Studiens design möjliggjorde således att båda dessa aspekter beaktas. För att nå en fördjupad kunskap av lärobokens erbjudna mening och elevernas meningsskapande gjordes ytterligare en analys av data från studie 1 resultaten från studie 2. Detta skedde genom att begreppet agens, eller möjlighet till aktivt handlande, användes och applicerades på materialet. Med hjälp av agensbegreppet kunde elevens arbete med matematikläroboken förstås på ett mer djupgående sätt.

I det här kapitlet kommer inledningsvis den multimodala ansats som ligger till grund för avhandlingsarbetet att presenteras. Därefter redogörs för studiernas design och genomförande. Efter det ges en beskrivning av den analys med utgångspunkt i begreppet agens som gjorts och vars resultat presenteras i kappatexten. Slutligen redogörs för de överväganden som gjorts gällande kvalitet, etik samt metoddiskussion.

5.1 En multimodal ansats

Med ett designorienterat perspektiv följer en multimodal ansats, detta eftersom multimodalitet belyser att kommunikation sker i flera teckensystem

(Kress & van Leeuwen 2001; Jewitt, 2014a). Inom multimodalitet tillskrivs mening till alla teckensystem (Bezemer & Kress, 2010). Alla teckensystem bär på olika potential för meningsskapande och de ges alla samma värde (Kress, 2010). Med en multimodal ansats läggs därmed vikt vid att såväl datainsamling som analysmodell tar fasta på det antagandet. Studierna i detta projekt har en multimodal ansats där matematikläroböcker, såväl tryckta som digitala, och elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker studeras utifrån att synliggöra de olika teckensystemen som används.

Multimodalitet är ingen teori, understryker Kress (2010). Jewitt (2014b) beskriver multimodalitet som "a field of application rather than a theory" (s. 2). Multimodaliteten ger forskaren verktyg att analysera insamlade data. Då multimodalitet handlar mer om tillämpning än teori (Jewitt, 2014a) behövs således ett teoretiskt perspektiv kopplas, till det som studeras (Kress, 2010; Jewitt, 2014b). Kress beskriver det som att forskaren måste positionera sig explicit, vad gäller detta. Jewitt beskriver den multimodala ansatsen som bred och synliggör därmed vikten av att som forskare tydligt positionera sig inom fältet. I det här projektet har ett designorienterat perspektiv kopplats till den multimodala ansatsen för att därmed ge verktyg att förstå elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker. Med ett multimodalt perspektiv på matematikläroböcker synliggörs att arbetet med matematikläroböcker sker i flera olika teckensystem, vilket vidgar perspektivet på arbetet.

Multimodal forskning finns inom en mängd olika områden (Jewitt, 2014a; Jewitt, Bezemer, & O'Halloran, 2016). Dock, framhåller Jewitt att multimodalitet är starkt förknippat med socialsemiotik. En studie som utgår från ett designorienterat perspektiv är, som tidigare nämnts, också alltid en multimodal studie, men en multimodal studie behöver inte utgå från ett designorienterat perspektiv utan kan utgå från andra teoretiska perspektiv.

Danielsson och Selander (2014) som utgår från ett designorienterat perspektiv och därmed en skolkontext, beskriver att den multimodala analysen behöver ställas i relation till ett ämnesinnehåll. I den här avhandlingen ställs den multimodala analysen mot ett matematikdidaktiskt innehåll och området subtraktion. Danielsson och Selander (2016) beskriver två möjliga angreppssätt att använda multimodalitet i sina studier. Det första omnämns som: "doing multimodality" och inbegriper att multimodalitet är centralt i hela studien, i allt från syfte, frågeställningar till teoretiska utgångspunkter och metod. Ett sådant upplägg beskrivs av Jewitt, Bezemer och O'Halloran (2016) som vad som utmärker en multimodal studie. Det andra angreppssättet, "ad-

opting multimodal concepts”, innebär att forskaren selektivt plockar in multimodala begrepp i sin forskningsdesign. Utifrån dessa två beskrivningar placeras sig denna avhandling i den förstnämnda kategorin då studiens design som helhet utgår från ett designorienterat perspektiv, som bygger på att multimodalitet är centralt. En studie som utgår från det andra angreppssättet skulle kunna utgå från exempelvis Brousseaus matematikdidaktiska teori (1997) och därtill skulle multimodala begrepp kunna läggas till som stöd för analysprocessen.

Inom ett multimodalt perspektiv ses form och innehåll som ej åtskiljbara (Danielsson & Selander, 2014). Det går således inte att enbart studera innehållet, i exempelvis en lärobok, utan att även ta hänsyn till formen: “form och innehåll kan aldrig helt separeras, vilket betyder att valet av teckensystem och medier får betydelse för vilket kunskapsinnehåll som kan representeras” understryker Kempe och Selander (2008, s. 19). Detta ger att en multimodal läroboksanalys exempelvis inte använder innehållsanalys som metod, i och med att innehållsanalysen enbart studerar innehållet i den skrift som finns i läroboken. I en multimodal läroboksanalys, som i föreliggande avhandling, måste alla teckensystem som ingår i läroboken beaktas.

Multimodal kommunikation kan ske på en rad olika sätt, exempelvis genom text, tal, bild, kroppsspråk eller genom att använda rummet och fysiska objekt som del av kommunikationen (Flewitt, Hampel & Lancaster, 2011). Detta leder till att ansatsen ställer krav på datainsamlingsmetoder som kan möjliggöra att olika teckensystem kan såväl dokumenteras som analyseras. Kress, Jewitt, Ogborn och Tsatsarelis (2001) beskriver ett forskningsprojekt i form av en klassrumsstudie och hur den multimodala ansatsen kräver en medvetenhet hos forskaren om att (1) olika teckensystem ska kunna fokuseras, (2) multimodal interaktion ska kunna dokumenteras med tanke på såväl hastighet som komplexitet i skeendet samt (3) dokumenteras på så sätt att alla teckensystem som använts i kommunikationen ska kunna analyseras. Detta gör att videoinspelningar utgör en lämplig datainsamlingsmetod, vilket utgör datainsamlingsmetoden i studie 2, avseende elevers meningsskapande.

Multimodal kommunikation kan transkriberas och analyseras på en rad olika sätt. Analysen kan ske på ett mycket detaljerat sätt, mikronivå, eller på ett mer övergripande sätt, där olika delanalyser sätts samman för att skapa en övergripande förståelse (se t.ex. Flewitt, Hampel, Hauck & Lancaster, 2014). Hur analysen bör göras hänger samman med avhandlingsarbetets teoretiska utgångspunkt samt den frågeställning forskaren utgår ifrån. I detta avhand-

lingsarbete var en övergripande förståelse för elevers meningsskapande målet. Här är det viktigt att understryka att jag inte heller gör anspråk på att fånga allt meningsskapande som eleven gör i sitt arbete med matematikläroboken utan det meningsskapande som synliggjorts för mig och det meningsskapande som riktats mot matematik. I studie 1, multimodal läroboksanalys, studerades inte meningsskapande som sådant utan potential för meningsskapande (erbjuden mening). Empirin utgjordes av läroböcker och analyserna synliggjorde de olika teckensystemen som utgör grund för meningsskapandet.

5.2 Forskarens förhållningssätt och roll

Som forskare är medvetenheten om den egna rollens påverkan på avhandlingsarbetet av största vikt. En medvetenhet om att jag som forskare påverkat situationen finns. Jag är med och konstruerar studien och utgör ett verktyg i kunskapsskapandet och har alltså inte varit en passiv åskådare som samlat in kunskap. Detta ser jag inte som något problem då det är helt i linje med hur individer påverkas av andra individer i sin omgivning, i sitt meningsskapande. Dock är transparensen vad gäller detta av stor vikt, alltså att jag som forskare tydliggör när jag antagit en observerande respektive delaktig roll.

Under avhandlingsarbetets gång har min roll växlat mellan att vara mer observerande till att vara mer delaktig. Under arbetet med Studie 1 har min roll i den första analysen varit mer observerande, då denna data varit av deskriptiv art. Under arbetet med den andra analysen har min roll varit mer deltagande då den innehållit tolkande inslag. Även under arbetet med Studie 2 har min roll växlat från mer passiv till mer aktiv. Under dataproduktionen började jag med att anta en observerande roll vid varje ny övning som eleven arbetade med, för att därefter gå in aktivt i situationen genom att ställa frågor för att försöka få en ökad inblick i elevens meningsskapande.

Min roll som forskare har även påverkats av min bakgrund, liksom alla roller påverkas av individens bakgrund. Här har kanske främst min bakgrund som tidigare grundskollärare haft betydelse. Positivt har grundskolläraryrkets bakgrunden kunnat bidra till att jag har förhållandevis goda kunskaper om elevgruppen, skolmiljön och matematikundervisning i årskurs 1. Negativt har denna kunskap kunnat bidra till att jag inte kunnat ta mig an mötet med eleverna helt och hållet med en utomståendes ögon. Någon med en utomståendes blick skulle se delvis andra saker än jag. Dock ser jag min bakgrund främst som en tillgång, då jag genom min tolvåriga erfarenhet som grundskollärare

ges legitimitet i mötet med eleverna och deras lärare. I inspelningssituationerna har jag kunnat vila något i min långa vana av att samspela med elever i denna ålder och var därför trygg i rollen. Detta är av vikt, främst för elevernas skull, då det ger eleverna en förhoppningsvis trygg och positiv erfarenhet. Understrykas bör att det givetvis var rollen som forskare som beaktades under mina möten med eleverna och inte som lärare.

5.3 Studie 1: Multimodal läroboksanalys

Denna studie, studie 1, fokuserade matematikläroboken och vad matematikläroböckerna för årskurs 1 på den svenska marknaden erbjuder vad gäller subtraktion. Syftet var att skapa förståelse för matematiklärobokens meningspotential och besvarar den första frågeställningen: *Hur är svenska matematikläroböcker för årskurs 1 designade med avseende på subtraktion och olika teckensystem?* Läroböckerna har analyserats med avseende på multimodalitet och subtraktion, på två olika sätt. Den första analysen bestod av en kartläggning av hur subtraktion gestaltas i svenska matematikläroböcker för årskurs 1 generellt. För att få förståelse för relationen mellan de olika teckensystemen analyserades därefter ett litet urval av lärobokssidor ur varje läroboksserie gällande hur olika teckensystem erbjuds i matematikläroböcker för årskurs 1.

5.3.1 En kartläggning med fokus på multimodalitet och subtraktion

Den första analysen var en kartläggning i form av en totalundersökning där en beskrivande analys gjorts. Analysen möjliggjorde även jämförelser mellan olika läroboksserier för att se eventuella variationer. Den kopplar till frågeställning 1 och beskrivs i sin helhet i artikel I. Detta medförde att resultaten av denna analys kan generaliseras till hur matematikläroboksserier för årskurs 1 på den svenska marknaden erbjuder subtraktion. Analysen genomfördes med utgångspunkt i (1) de olika teckensystem som övningarna består av samt (2) Fusons (1992) subtraktionssituationer och innebar att förekomsterna av dessa kvantifierades.

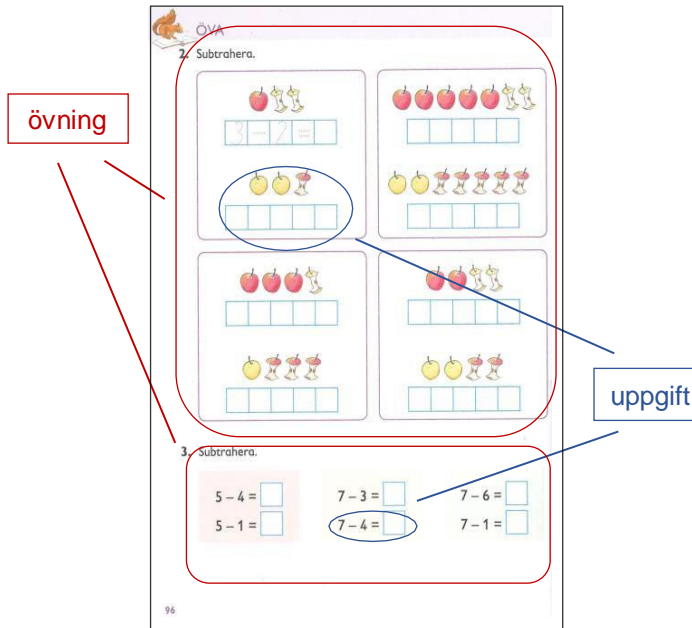
5.3.1.1 Urval

Studien kartlade svenska matematikläroböcker i årskurs 1, med en avgränsning till elevböcker/ grundböcker. I ett första steg gjordes en Internetsökning med sökorden: "läroböcker", "förlag" och "grundskola", för att finna de förlag som är verksamma i Sverige. Utifrån detta valdes samtliga förlag som har läroboksserier av typen elevböcker/ grundböcker i matematik för årskurs 1 i

sitt sortiment ut: Gleerups, Liber, Majema, Natur & Kultur, Sanoma utbildning (tidigare Bonnier utbildning), Studentlitteratur (här ingår sedan 2012 även Serholt och Adastraläromedel). I nästa steg kontaktades Sveriges läromedelsförfattares förbund (SLFF), samt därefter en referensgrupp av verkssamma lärare för att kontrollera att inget förlag saknades. I det tredje steget besöktes alla förlags hemsidor och alla läroboksserier som utgjorde elevböcker/ grundböcker för årskurs 1 som var utgivna år 2011–2017 valdes ut. Året 2011 valdes utifrån att det var året då den senaste läroplanen för grundskolan gavs ut. Allt som allt gav detta 17 olika läroboksserier, däribland fyra digitala läroboksserier. Alla sidor som behandlade subtraktion valdes därefter ut, totalt 1610 sidor. Det innebär att alla övningar där subtraktion utgjorde matematiskt innehåll valdes ut. Problemlösningssuppgifter och övningar som tränar begrepp utan att innehålla någon subtraktionsberäkning, exempelvis övningar som fokuserar begreppet: "färre", ingick inte i studiens urval. Här bör tilläggas att de digitala läroboksserierna som utgår från samma format som en tryckt läroboksserie, kartlades på samma sätt som tryckta läroboksserier. Den enda läroboksserie som inte kunde kodas på samma sätt är läroboksserien i datorplattformat. Där har inga sidor angivits eftersom denna läroboksserie inte utgick från det formatet. Inte heller antalet övningar kunde direkt jämföras med övriga läroboksserier, då de flesta övningar i läroboksserien för datorplatta innehöll fler uppgifter än andra läroboksserier.

5.3.1.2 Produktion och analys av data

För att kunna analysera allt innehåll som behandlade subtraktion i läroböckerna så bestämdes analysenheten till *övning*. Detta stöds av att matematikläroböcker ofta fokuserar på övningar (Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt & Houang, 2002). För en förklaring till övning respektive uppgift, se figuren nedan (Figur 2). Detta resulterade i en analysenhet på totalt 2217 övningar.



Figur 2. Övning och uppgift på en lärobokssida. Ristola, Tapaninaho & Tirronen (2012). Favoritmatermatik 1A, s. 96. Illustratör: Rajamäki, M. Med utgivarens medgivande.

Utifrån denna uppdelning kunde alltså en övning bestå av en eller flera uppgifter, mest vanligt förekommande av flera.

Alla sidor som behandlade innehållet subtraktion dokumenterades, läroboksserie för läroboksserie i ett Excel-dokument, se tabell 2 nedan. Detta gjordes med avseende på om övningen gav information om en subtraktionssituation eller inte samt vilka teckensystem som förekom i övningen. Det eller de teckensystem som innehöll information om subtraktionssituationen dokumenterades också.

Tabell 2. Analysprotokoll, kartläggning

Läroboksserie:									
Bok	sid	övning	Subtraktionssituation	Förekomst av teckensystem:					ev. kommentar
				Skrift	Bild	Matematisk symbol	Ljud	Rörlig bild	

Därefter räknades medelvärden av alla läroboksserier totalt och inom varje läroboksserie för förekomst av: subtraktionssituation eller inte, de olika typerna av subtraktionssituationer samt de olika teckensystemen. Efter det gjordes jämförelser mellan de olika läroboksserierna. För vidare läsning om denna analys, se artikel I.

Här nedan ses en sammanställning över vilka läroboksserier som ingick i analysen samt information om bland annat hur många sidor och övningar som behandlade subtraktion (se tabell 3).

Tabell 3. Beskrivning av de studerade läroboksserierna, kartläggning

Förlag	Utgivningsår	Läroboksserie	Totalt antal sidor	Antal sidor som behandlar subtraktion	Antal övningar
Natur & kultur	2015	Eldorado	288	82	108
Studentlitteratur	2012	Favoritmatematik	410	153	199
Studentlitteratur	2012	Favoritmatematik, digital	410	153	211
Sanoma	2014	Koll på matematik	286	51	72
Gleerups	2012	Lyckotal	272	49	67
Liber	2011	Mattedektiverna	200	25	39
Sanoma	2011	Matte direkt safari	286	93	170
Studentlitteratur	2011	Mattekul	212	50	79
Studentlitteratur	2013	Mera favoritmatematik	410	184	232
Studentlitteratur	2013	Mera favoritmatematik, digital	410	184	243
Majema	2016	Mitt i prick	304	95	109
Gleerups	2016	Mondo	318	55	76
Liber	2013	Nya matematikboken	240	98	128
Gleerups	2012	Nya Mästerkatten	288	55	75
Natur & kultur	2015	Pixel	256	54	77
Gleerups	2014	Prima	262	48	67
Gleerups	2014	Prima, digital	262	49	68
Natur & kultur	2015	Qnoddarnas värld, datorplatta			37
Natur & kultur	2016	Singma	582	97	107
Liber	2017	Uppdrag matte	364	35	53
totalt:			4978	1610	2217

5.3.2 Multimodal läroboksanalys med fokus på subtraktion, kvalitativa data

Analysen byggde på kvalitativa data av hur matematikläroboksserier för årskurs 1 är uppbyggda med avseende på subtraktion och multimodalitet i svenska matematikläroboksserier för årskurs 1. Även denna analys kopplar till frågeställning 1 och beskrivs i sin helhet i artikel II. Analysen av det kvalitativa materialet fokuserade på hur relationen mellan de olika teckensystemen kan förstås i ett urval av lärobokssidor. Här studerades meningspotentialen, den designade meningen, alltså det matematikinnehåll som övningen är designad att erbjuda eleven. Den första analysen (kartläggning) gav en övergripande bild av vad läroboksserierna erbjuder och den här analysen gav en förståelse för hur de olika ingående teckensystemen tillsammans skapar detta erbjudande.

5.3.2.1 Urval

Den data som har analyserats är övningar från matematikläroböcker för årskurs 1 såväl tryckta som digitala. Utgångspunkten för urvalet byggde på urvalet i artikel I. Två till fyra sidor som visade någon typ av subtraktionssituation ur vardera läroboksserie valdes ut för en djupare analys, totalt 44 olika sidor (se tabell 4). Sidorna valdes utifrån att de tillsammans skulle visa på en bredd i hur subtraktion presenteras i svenska matematikläroböcker för årskurs 1. Bredden handlade om såväl vilken typ av subtraktionssituation som skulle tränas samt till hur de olika teckensystemen användes i övningarna. För mer information om urvalet se artikel II.

Tabell 4. Beskrivning av de studerade läroboksserierna, kvalitativa data

Förlag	Utgivningsår	Läroboksserie	Analyserade sidor (bok och sida)
Natur & kultur	2015	<i>Eldorado</i>	A 53, B 83
Studentlitteratur	2012	<i>Favoritmatematik</i>	A 96, A 151, B 110
Studentlitteratur	2012	<i>Favoritmatematik, digital</i>	Samma som ovan
Sanoma	2014	<i>Koll på matematik</i>	A 80, A 138
Gleerups	2012	<i>Lyckotal</i>	A 54, B 64
Liber	2011	<i>Mattedektiverna</i>	A 53, B 58, B 61
Sanoma	2011	<i>Matte direkt safari</i>	A 61, A 68
Studentlitteratur	2011	<i>Mattekul</i>	Snigelns bok 5, Snigelns bok 15
Studentlitteratur	2013	<i>Mera favoritmatematik</i>	A 77, B 95
Studentlitteratur	2013	<i>Mera favoritmatematik, digital</i>	Samma som ovan
Majema	2016	<i>Mitt i prick</i>	A 49, B 55
Gleerups	2016	<i>Mondo</i>	A 119, B 59
Liber	2013	<i>Nya matematikboken</i>	A 73, B 75
Gleerups	2012	<i>Nya Mästerkatten</i>	B 17, B 83
Natur & kultur	2015	<i>Pixel</i>	A 43, A 46, B 121
Gleerups	2014	<i>Prima</i>	A 60–61, A 62–63
Gleerups	2014	<i>Prima, digital</i>	Polly på handbollscup, Milton får en kanin
Natur & kultur	2015	<i>Qnoddarnas värld, datorplatta</i>	Hallonstigen 1:3, Gungbrådan 1–3 Hallonstigen 1:4 Hitta rätt uppgift 1 Hallonstigen 3:2 Hur många blir kvar 1 Hallonstigen 4.2, Ta bort en tvilling 1
Natur & kultur	2016	<i>Singma</i>	Lärobok A 54, Övningsbok A 46

5.3.2.2 Produktion och analys av data

För att få kunskap om läroboken som multimodal text, har Danielssons och Selanders (2014) *Modell för ämnesdidaktiskt arbete med multimodala texter* använts. I analysen har två aspekter studerats: (1) en multimodal textanalys av läroboken som multimodal text och (2) ämnesinnehållet subtraktion.

Den multimodala analysen fokuserade för det första *Textens övergripande struktur och iscensättning*. Denna del av analysen kan ses som en övergripande analys och handlar om hur texten inbjuder till läsning, vilket innehåll som erbjuds och hur den uppmanar till vissa typer av aktiviteter. Fokus riktas mot vilken typ av text det handlar om, hur texten är ordnad, vilka förväntningar på texten läsaren kan ha och hur texten ska läsas, innehållet, centrala begrepp och exempel, rubriker, färg och form, visuell framskjutenhet och bilders roll för meningsskapande. För det andra fokuserades *Samspel mellan textens olika delar*. Denna del av analysen fokuserar på textens olika delar och hur de fungerar tillsammans. Dels synliggörs relationen mellan skrift (skrivna ord) och andra teckensystem (såsom exempelvis bilder och matematiska tecken) i denna del av analysen och dels kongruens mellan begrepp, beskrivningar och förklaringar. Kongruens används här för att beskriva om den information som ges genom de olika teckensystemen överensstämmer med varandra. Alltså om informationen från respektive teckensystem motsäger varandra eller inte. Om exempelvis informationen från teckensystemet skrift ger en riktning medan informationen i teckensystemet bild ger en annan är detta tecken på inkongruens. Den multimodala analysen kompletterades med ett fokus på ämnesinnehållet, subtraktion utifrån Fuson (1992). För att operationalisera analysmetoden, formulerades följande frågor:

- Vilken subtraktionssituation står i fokus?
- Vilka teckensystem används?
- Hur används de olika teckensystemen och hur interagerar de?
- Hur ska övningen förstås för att kunna lösa den utifrån den subtraktionssituation den är designad till att erbjuda?
- Vilket eller vilka teckensystem bär på information om det matematikinnehåll som står i fokus?

Dessa frågor ställdes i tur och ordning till varje övning och svaren sammanställdes i ett dokument, tillsammans med en kopia av lärobokssidorna. Jag antecknade vilken information som fanns i varje teckensystem och vilken meningspotential uppgiften designats till att erbjuda. Med hjälp av frågorna möjliggjordes ett fokus på olika aspekter av multimodalitet från ett matematikdidaktiskt perspektiv. Detta gav mig ett instrument att förstå matematikläroboken på ett nytt sätt. För konkreta exempel på hur analysen genomfördes, se artikel II.

5.4 Studie 2: Elevers meningsskapande

I studie 2 fokuseras elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroboken. Här besvaras frågeställning två: *Vilken mening skapar elever i arbetet med matematiklärobok med avseende på subtraktion och olika teckensystem?* I denna studie var målsättningen att genomföra forskning som utgår från barns perspektiv. Det som specifikt studerades i studie 2 var mötet mellan elev och lärobok, med en avgränsning till subtraktion. Här stod det designade och elevens meningsskapande i fokus. Intresse riktades mot frågorna: Vilket matematikinnehåll är övningen designad att erbjuda eleverna? och Vilket erbjudande tar eleverna fasta på i arbetet med matematikläroboken? Den data som utgjorde underlag för analysen i studie 2 var multimodala läroboksanalyser av de utvalda lärobokssidorna, lärarhandledningen till den använda matematikläroboksserien, videomaterial av elevers arbete med dessa och representationer i form av elevsvar. Två artiklar skrevs utifrån denna studie, artikel III och artikel IV. I den förstnämnda artikeln redogjordes för elevers meningsskapande i arbetet med matematiklärobok medan den sistnämnda zoomar in på ett av teckensystemen, bilderna, och fokuserar elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroboksbilder.

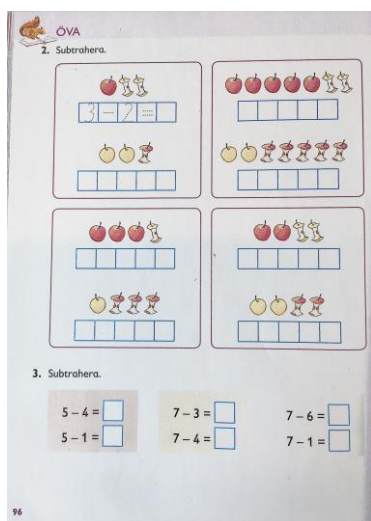
Med en multimodal ansats följer en strävan efter att synliggöra alla teckensystem som används i kommunikationen. I denna studie synliggjordes teckensystemen tal, gester och tonläge i videomaterialet medan skrift, matematiska tecken samt eventuella bilder synliggjordes i elevernas skriftliga representationer i form av elevsvar med hjälp av papper och penna. Varje teckensystem utgjorde en analysenhet.

5.4.1 Urval

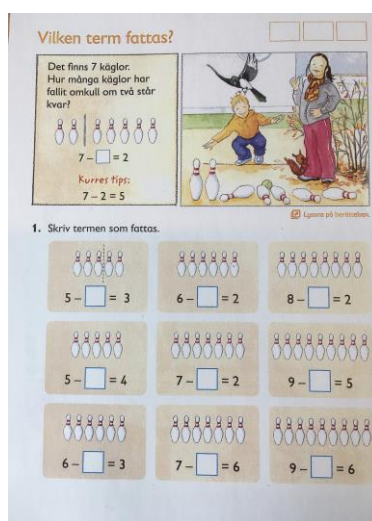
Via en kommunal utvecklingsansvarig kom jag i kontakt med en lärare i årskurs 1 som var intresserad av att delta i studien. Vårdnadshavares medgivande erhöles för 18 elever, vilka också var desamma som de som deltog i

studien. Totalt fanns 20 elever i klassen. Datamaterialet består av videoinspelningar där eleverna löser sju utvalda sidor (se figur 3–9 nedan) ur deras egna matematikläroboksserien, Favoritmatematik och Mera Favoritmatematik (Ristola, Tapaninaho & Tirronen, 2012; 2013). Läroboksserie består av två olika spår, där förlaget beskriver Mera Favoritmatematik beskrivs som mer utmanande. Utöver detta analyserades även lärarhandledning och elevlösningar.

Urvalet för dessa lärobokssidor utgick från att övningen ska visa en subtraktionssituation, vara vanligt förekommande i läroboksserien, visa en bredd gällande vad de olika teckensystemen är designade att erbjuda, samt att subtraktionsinnehållet skulle vara känt för eleven. Favoritmatematik utgör en av de matematikläroboksserier som enbart erbjuder subtraktion som minskning i årskurs 1. Därför finns inga övningar som visar subtraktion som jämförelse med i materialet. För att säkerställa att subtraktionsinnehållet inte var okänt för eleverna valdes inga övningar ur Mera favoritmatematik 1B ut, den andra läroboken i det mer utmanande spåret. I och med att videomaterialet spelades in i slutet av årskurs 1 förutsattes att mer grundläggande övningar inom området subtraktion skulle vara bekanta för eleverna.



Figur 3. Äpplen och äppelskruttar. Ristola, Tapaninaho & Tirronen (2012). Favoritmatematik 1A, s. 96. Illustratör: Rajamäki, M. Med utgivarens medgivande.



Figur 4. Bowlingkägglor. Ristola, Tapaninaho & Tirronen (2013). Mera Favoritmatematik 1A, s. 150. Illustratör: Rajamäki, M. Med utgivarens medgivande.

Subtraktion med tiotalsovergång

från talen 15, 16, 17 och 18

Lära på hermelinen.

Subtrahera först till tiotalet. Subtrahera sedan resten.

$15 - 8$	$16 - 8$
$= 15 - 5 - 3$	$= 16 - 6 - 2$
$= 10 - 3$	$= 10 - 2$
$= 7$	$= 8$

1. Dra streck. Subtrahera.

a. $15 - 6 =$ <input type="text"/>	d. $16 - 7 =$ <input type="text"/>
b. $15 - 7 =$ <input type="text"/>	e. $17 - 9 =$ <input type="text"/>
c. $15 - 8 =$ <input type="text"/>	f. $18 - 9 =$ <input type="text"/>

104 Taluppfattning och tals användning – samrösta meddelanden för beräkningar till huvudövning subtraktion med tiotalsovergång, räkna till tals, social, upprepning av tid

Figur 5. Haren och hermelinen. Ristola, Tapaninaho & Tirronen (2012). Favoritmatematik 1B, s. 106. Illustratör: Rajamäki, M. Med utgivarens medgivande.

2. Subtrahera.

a. $15 - 5 =$ b. $15 - 6 =$ c. $15 - 9 =$

d. $16 - 6 =$ e. $16 - 8 =$ f. $16 - 9 =$

3. Subtrahera.

a. $15 - 5 =$ b. $15 - 5 - 4 =$ c. $15 - 5 - 2 =$

$17 - 7 =$ $17 - 7 - 2 =$ $17 - 7 - 1 =$

TRÄNA

f. Subtrahera.

$15 - 5 - 1 =$ <input type="text"/>	$17 - 7 - 2 =$ <input type="text"/>	$15 - 5 =$ <input type="text"/>
$15 - 6 =$ <input type="text"/>	$17 - 9 =$ <input type="text"/>	$15 - 8 =$ <input type="text"/>
$16 - 6 - 3 =$ <input type="text"/>	$18 - 8 - 1 =$ <input type="text"/>	$16 - 7 =$ <input type="text"/>
$16 - 9 =$ <input type="text"/>	$18 - 9 =$ <input type="text"/>	$17 - 8 =$ <input type="text"/>

107

Figur 6. Pepparkakor. Ristola, Tapaninaho & Tirronen (2012). Favoritmatematik 1B, s. 107. Illustratör: Rajamäki, M. Med utgivarens medgivande.

Problemlösning

Lära på hermelinen.

1. Skriv uppgiften.

a. I djuraffären finns 11 marsvin. De säljer 3 marsvin. Hur många marsvin är det kvar i affären?

Svar: marsvin

b. I djuraffären finns 12 hamstrar. De säljer 5 hamstrar. Hur många hamstrar är det kvar i affären?

Svar: hamstrar

c. I djuraffären finns 13 möss. De säljer 6 möss. Hur många möss är det kvar i affären?

Svar: möss

d. I djuraffären finns 18 undulater. De säljer 9 undulater. Hur många undulater är det kvar i affären?

Svar: undulater

110 Problemlösning – massvisk formulering av frågesättningar utifrån enkla vardagliga situationer

Figur 7. Djuraffären. Ristola, Tapaninaho & Tirronen (2012). Favoritmatematik 1B, s. 110. Illustratör: Rajamäki, M. Med utgivarens medgivande.

Vi övar

1. Addera och subtrahera med hjälp av bilden.

$3 + 6 =$ $9 - 6 =$

$6 + 3 =$ $9 - 3 =$

$2 + 8 =$ $10 - 8 =$

$8 + 2 =$ $10 - 2 =$

$6 + 4 =$ $10 - 4 =$

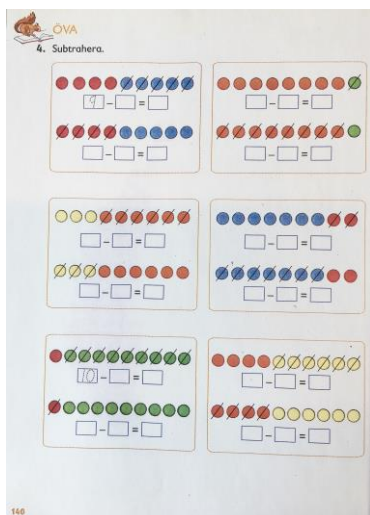
$4 + 6 =$ $10 - 6 =$

$2 + 7 =$ $9 - 7 =$

$7 + 2 =$ $9 - 2 =$

118 Taluppfattning och tals användning – repetition addition och subtraktion talen 6-10

Figur 8. Pennor. Ristola, Tapaninaho & Tirronen (2012). Favoritmatematik 1A, s. 138. Illustratör: Rajamäki, M. Med utgivarens medgivande.



Figur 9. Prickar. Ristola, Tapaninaho & Tirronen (2012). *Favoritmatematik 1A*, s. 140. Illustratör: Rajamäki, M. Med utgivarens medgivande.

5.4.2 Produktion och analys av data

Inför dataproduktionen tillbringade jag tre hela skoldagar tillsammans med klassen för att bekanta mig med eleverna. Under den tiden deltog jag exempelvis i klassens ordinarie undervisning, vid lunchsituationer med mera.

Utgångspunkten var att studera elevens meningsskapande i arbetet med matematiklärobok så nära en naturlig situation som möjligt. Då elevens arbete med matematiklärobok är en mestadels individuell (Engvall, 2013; Kling Sackerud, 2009) och därmed förhållandevis tyst aktivitet, valdes istället att samtala med eleverna, en och en, när de arbetar m övningarna. Videomaterialet består av 450 minuter film, i genomsnitt 25 minuter film/ elev med en spridning av filmlängd på mellan 19 och 44 minuter. Materialet spelades in i maj 2017 med hjälp av en datorplatta. Datorplattan valdes då eleverna var vana att använda denna digitala resurs i klassrummet. Den fick därmed ingen särskild uppmärksamhet av eleverna, då den utgjorde del av deras vardagliga lärmiljö under skoldagen.

Videoinspelningarna gjordes i ett grupprum, som låg intill elevernas klassrum. Vid genomförandet placerades datorplattan, lite snett ovanför eleven, på ett bord intill det vi satt vid. Eleven arbetade med de utvalda lärobokssidorna, uppkopierade i färg, en i taget och arbetet började utan deltagande från min sida. Under inspelningen kom min roll att växla mellan att vara observe-

rande och deltagande. I den mån jag deltog skedde detta genom intervju-liknande samtal, där jag ställde frågor till eleverna om matematikuppgifterna och hur de tog sig an dem. Jag strävade efter att ställa enkla, korta och öppna frågor för att inte leda eleverna (Kvale & Brinkmann, 2009) samt efter att skapa situationer där eleverna gavs möjlighet att visa representationer av sitt meningsskapande i arbetet med matematikläroböckerna. Exempel på frågor var: "Kan du berätta hur du gjorde när du arbetade med den här sidan?", "Hur visste du hur du skulle jobba på den här sidan?" eller "Jag såg att du använde den här bilden på något sätt. Kan du berätta för mig?". Jag strävade efter att designa en situation så nära den verkliga situationen av elevers individuella arbete med matematiklärobok, men en situation som ändå gav mig som forskare möjlighet att få ta del av mer av elevernas meningsskapande än det som hade varit möjligt att fånga vid en observation i klassrummet.

Data i form av utvalda övningar, lärarhandledningar samt videomaterial och elevlösningar bearbetades och analyserades. Varje övnings erbjudna mening analyserades utifrån frågan: "Vilket erbjudande behöver eleven ta fasta på för att kunna lösa övningen utifrån dess design?" Som komplement till detta analyserades lärarhandledningen till läroboksserien för att säkerställa övningens design. Videomaterialet transkriberades och analyserades multimodalt och i och med detta även elevernas representationer i form av elevlösningar. Transkriberingen gjordes med utgångspunkt i elevens meningsskapande i arbetet med matematikläroboken utifrån kategorierna: skrift, bild, kroppsspråk (som en samlingskategori för gester och andra uttryck med hjälp av kroppen). Dessa teckensystem valdes utifrån att de gav mig mest information då de var de mest använda teckensystemen. Detta innebär att jag gjorde ett val av vilken information från videomaterialet som skulle översättas, då all information från videomaterial är nästintill omöjligt att transkribera (Bezemer & Mavers, 2011). Jag valde liksom exempelvis Björklund Boistrup (2010) och Insulander (2010) att sammanställa transkripten med hjälp av kolumner. Förutom de tre kolumnerna för teckensystem finns en kolumn där information gällande om eleven löste övningen enligt design eller inte sammanställdes, samt en kolumn för eventuella kommentarer. I tabell 5 nedan ses ett exempel på detta.

Utifrån ett multimodalt perspektiv kan informationen i ett teckensystem aldrig helt översättas till ett annat, information går alltid förlorad (Kress, 2014). Därmed innebär den översättning mellan olika teckensystem till teckensystemet skrift som gjordes i denna transkribering att viss information går förlorad. Bezemer och Mavers (2011) beskriver vikten av att vara medveten

och transparens gällande de "gains and losses" som sker i transkriberingsprocessen. Men även om översättningen leder till att all information inte helt går att översätta så betonar Bezemer och Mavers vikten av transkriptionen då denna är en del av analysarbetet, analysen startar redan i transkriptionsarbetet.

Tabell 5. Multimodal transkribering

Tryckt lärobok, Åk 1		Elev B1				
tid ca.	övning	Tal	Bild	Kroppsspråk	Löser uppgifterna enligt övningens design?	Ev. kommentar
11.30	Pennor	M: Hur gjorde du? B1: Först läste jag texten "Addera och sub-trahera med hjälp av b-i-Iden." Fast jag hann bara läsa typ <i>hit</i> * och sen tittade jag <i>här</i> ** och då fattade jag. Då såg jag att de hade vänt och då fattade jag direkt.		Räknar på fingrarna under bordet. B1 gör subtraktionsberäkningarna genom fingerräkning. <i>hit</i> *: B1 pekar på mitten av meningen i instruktionen. <i>här</i> *: B1 pekar på talen under bilderna.	Delvis, upp-täcker talparen i additionsberäkningarna men inte i subtraktionsberäkningarna.	
13.30		M: Kan man använda bilden när man räknar? B1: Ja, man kan plussa ihop allt det <i>här</i> *. Men det tyckte inte jag att jag behövde. M: Kan man använda bilderna till de <i>här</i> ** också? B1: Jaa, jag tror det... B: Va?! Nä, det kan man nog inte. För det är ju 10 totalt, så det går inte.	B1 konstaterar att bilderna kan användas vid additionsberäkning men inte subtraktion.	<i>här</i> *: B1 pekar på raden med pennor. <i>här</i> ** : M pekar på subtraktionsuppgifterna. B1 räknar pennorna.		
18.05	Marsvin	B1: "Säljer 3 marsvin". Då måste det ju bli minus. Jag tyckte det stod: säljer. Hi hi. B1: För här kan man inte tänka 5 - 12 i alla fall, för det blir ju noll. B1: Det var 11 och 3 såldes. Då blir det 11. B1: Nu fattar jag! 7. Jag räknade ner från 12. Nå det kan inte stämma. Det här måste bli mer än 10 i alla fall. M: Varför då? B1: För det är två platser här. M: Varför är de här bilderna här tror du? B1: Ahh, tänk att jag inte tänkte på det! M: Vad tänker du nu? B1: Ja men då blir det ju. Man kan räkna en tallinje med dem. Upp till 12.		<i>här</i> *: B1 pekar på svarsrutorna. B1 tar sig för huvudet. B1 pekar därefter på raden av djur.	Delvis, 2 av 3. Gör ev. subtraktionen utifrån tal som egennamn, när 3:an tas bort finns 11:an kvar.	Här är det antalet rutor som vägleder B1. Detta får överordnat betydelse och väger tyngre än den beräkning som gjordes alldeles innan. B1 suckar och funderar. Kommer sedan på att det ska skrivas en siffra i varje ruta (istället för 12 i en o samma ruta) och då blir det rätt vad gäller antalet rutor. Då blir B1 nöjd. Med vägledning ser B1 att bilderna hade gått att räkna med.

I transkriberingsfasen gjordes först en genomgång med fokus på de olika teckensystemen och därefter en genomgång med fokus på om övningen löstes enligt design eller inte, detta för att underlätta att ingenting skulle glömmas bort. Transkriberingarna skrevs därefter ut och i nästa steg påbörjades kodningen av materialet genom att ett antal noggranna genomläsningar gjordes. Färgpennor användes som stöd för att sortera materialet och artiklarnas forskningsfrågor ledde kodningen med fokus på uttryck för elevernas meningsskapande i arbetet med matematikläroboken. Detta ledde slutligen till meningskondenseringar som summerades i en matris där olika teman framträdde, såsom olika tillvägagångssätt att skapa mening. För mer läsning om analysprocess och konkreta exempel, se artikel III och IV. Intentionen var inte att göra mikroanalyser utan snarare att studera den process som elevers arbete med övningen utgjorde. Med detta menas att analyser av det slag där exempelvis elevens ögonrörelser eller detaljerade beskrivningar av fingerrörelser inte var av intresse utan snarare hur elever tog sig an arbetet med övningen från det att hon först ser övningen till dess att hon arbetat klart med densamma.

5.5 Analys utifrån begreppet agens

Syftet med avhandlingen var att bidra med kunskap om och förståelse för hur elever skapar mening i arbetet med matematikläroböcker. För att ytterligare fördjupa förståelsen för elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker gjordes även en analys utifrån begreppet agens. Resultaten av den analysen redovisas i kapitel 7 här i kappatexten. Därigenom besvaras avhandlingens tredje frågeställning: *Hur kan elevers meningskapande i arbetet med matematikläroböcker förstås utifrån begreppet agens?*

Intresse riktades mot elevens möjlighet till agens, utrymme för att handla självständigt, i arbetet med matematiklärobok. Analysen genomfördes genom att återbesöka den data som var underlag för den multimodala läroboksanalysen i studie 1 samt resultaten från studie 2. Lärobokssidorna och elevers meningskapande analyserades utifrån begreppet agens eller, elevens självständiga deltagande (Bezemer & Kress, 2016, Selander & Kress, 2010) och vilken möjlighet till agens som medges eleven i arbetet med matematiklärobok. Övningar som är designade så att de möjliggör agens hos eleverna är utformade så att det är möjligt för eleven att välja arbetsätt. Till läroboksövningarna gjordes detta på så sätt att frågan vägledde om möjlighet till agens fanns i relation till ett tänkt arbete med övningen utifrån erbjuden mening. I studie 2 ställdes frågan i relation till om elevens meningskapande visade agens eller

inte. Så, i studie 1 analyserades vilken potentiell möjlighet till en elevs självständiga deltagande som skulle kunna vara möjlig i förhållande till övningens design. I studie 2 innebar analysen istället att elevens meningsskapande studerades utifrån begreppet agens vilket gjorde att meningsskapandet med avseende på självständigt deltagande eller inte analyserades.

För att konkretisera ges här ett exempel på hur analysen av lärobokssidorna genomfördes med utgångspunkt i övningen Ankor (se figur 1 s. 4). Övningens erbjudna mening var att den information som behövs för att lösa uppgiften finns i faktarutan överst på sidan ("subtraktion betyder att det blir färre" samt att bilderna innehåller den information som behövs för att kunna lösa uppgifterna som därefter besvaras med hjälp av matematiska symboler. Med hjälp av begreppet agens kunde detta förstås som att övningarna inte erbjöd möjlighet till agens för eleverna i och med att övningens design inte medger olika arbetssätt.

Ett exempel på analysen av elevernas meningsskapande är elevernas arbete med övningen Pepparkakor (se figur 6 s. 55). Eleverna arbetade på olika arbetssätt med den övningen. En del av eleverna utgick enbart från de matematiska symbolerna i sitt arbete, en del använde bilder och matematiska symboler och ett par elever ritade egna bilder som de använde som stöd för beräkningen. Med hjälp av begreppet agens kunde elevens meningsskapande i arbetet med matematikläroboken förstås på ett djupare plan och detta exempel visar att övningens design gav på möjlighet till elevens agens.

5.6 Kvalitet, trovärdighet och användbarhet

I det här avsnittet behandlas förhållningssättet till kvalitetskriterier för projektet. Guba och Lincoln (1994) skriver om *credibility*, *confirmability*, *dependability* och *transferability*. Dessa begrepp har i min översättning blivit trovärdighet, bekräftbarhet, pålitlighet och överförbarhet.

Trovärdighet handlar om ifall resultaten ger en trovärdig tolkning av data. En studies trovärdighet handlar om i vilken omfattning studien genomförts på ett vetenskapligt sätt. Det handlar om tydlighet i hur studien planerats, genomförts och analyserats (Patton, 2002). Att noggrant beskriva dessa steg är således av stor vikt. Målsättningen i en studie av det här slaget är en djup och öppen undersökning som beskriver och berättar en historia (Patton). Mitt förhållningssätt har varit att jag med intresse och öppna ögon mött min data, utan att försöka bevisa något. Detta gäller såväl läroböckerna som elevernas meningsskapande.

Studiens bekräftbarhet rör om resultaten överensstämmer med data, alltså om forskaren påverkat resultatet. Här har min ambition varit att sträva efter en neutral hållning under hela forskningsprocessen.

Pålitlighet rör huruvida dataproduktionen är stabil över tid. Om datamängden är stor eller om dataproduktionen sker över lång tid finns det en risk att dataproduktionen inte blir likvärdig över tid. Detta har utgjort utmaningar främst i Studie 1. I dataproduktion i kartläggningsdelen hade jag över 2000 analysenheter. För att nå så hög pålitlighet som möjligt har jag bearbetat datamängden flertalet gånger med ett visst tidsintervall mellan gångerna. Sådana övningar som förefallit svåra att kategorisera markerades och återvändes till igen. Dessutom har en forskare inom fältet tillfrågats vid sådana tillfällen för en second opinion. Detsamma har gällt vid eventuella tveksamheter kopplat till kvalitativa data.

Överförbarhet åsyftar om resultaten kan överföras till andra individer och sammanhang än det som studerats. I detta avhandlingsarbete studerades elevers arbete med matematikläroböcker i svensk grundskolas årskurs 1 med hjälp av olika data. I kartläggningen i form av en totalundersökning är frågan om generalisering möjlig. I och med att alla matematikläroboksserier på den svenska marknaden utgivna 2011 – 2017 studerats så kan resultaten från den studien ge en beskrivning av hur matematikläroboksserier för årskurs 1 ser ut generellt i Sverige, vad gäller subtraktion som innehåll. Projektets övriga data är av kvalitativ karaktär och där är därför frågan om generaliserbarhet inte av samma art. Varje elevs arbete med lärobok innebär ett meningsskapande, ett meningsskapande som är unikt och situerat. Det innebär att resultaten för studien inte kan generaliseras och gälla för alla elevers arbete med matematiklärobok i årskurs 1. Dock kan resultaten från denna studie ge ett visst mått av allmängiltighet då arbete med matematiklärobok utgör ett mycket vanligt förekommande inslag i matematikundervisning. Denna allmängiltighet kan ses som en slags generaliserbarhet. Även om varje individs meningsskapande är något unikt som sker i stunden och alltid är nytt, så visar studien ändå hur elevers arbete med matematikbok i årskurs 1 kan se ut. Den sammantagna dataproduktionen visar hur en klass med 18 årskurs 1 elevers meningsskapande i arbete med matematiklärobok ser ut. Elevernas arbete med matematikläroboken i den här klassen bör rimligtvis inte vara helt skilt från hur andra årskurs 1 elever arbetar individuellt med sin matematiklärobok. Men den kunskap som studien genererat kan allmängiltiga inslag fångas upp och appliceras på andra elevers arbete med matematikläroböcker i andra klassrum runt om i Sverige, men även i övriga världen. Sådant som eleverna i denna

studie skapade mening av eller inte kan vara sådant som andra elever i andra klassrum också skapar mening av eller inte.

Redovisning av den egna förförståelsen som ett kvalitetskriterium framhålls av Larsson (2005). En typ av förförståelse utgörs, enligt Larsson, av personliga erfarenheter av betydelse för studien. I det här sammanhanget är det därför viktigt att framhålla min egen bakgrund som lärare. Mina år i grundskolans verksamhet har givetvis format mig och påverkat hur jag närmat mig ämnet och studierna. Nackdelen i detta är att förhastade slutsatser skulle kunna dras och detta är något jag försökt beakta i mina analyser (Alvesson & Sköldberg, 2008). Det finns även fördelar med att vara bekant med verksamheten som studeras. Min bakgrund kan utgöra en fördel i möjligheten att få ta del av verksamheten i form av legitimitet utifrån min bakgrund som grundskollärare. I mötet med eleverna har jag kunnat dra nytta av mina kunskaper som grundskollärare och på så vis på kort tid kunna skapa förhållandevis god kontakt med eleverna, vilket kan ha bidragit till att eleverna blivit mer avslappnade under videospelningarna.

Vid planering och utformning av båda studierna har en eller flera referenspersoner, från såväl fältet som akademien, utgjort en viktig roll för "second opinion" vad gäller utformning och analys av studierna. Detta har utgjort stöd för mig som forskare men även bidragit till avhandlingsarbetets trovärdighet.

5.7 Etiska överväganden

För en studies tillförlitlighet och trovärdighet är forskarens medvetenhet om etiska överväganden för studien av största vikt. Det handlar bland annat om att finna en balans mellan forskarens strävan efter att nå kunskap om sitt forskningsobjekt och om skyddande av medverkandes integritet (Vetenskapsrådet, 2017). I detta avhandlingsarbete blev detta viktigt att beakta i båda studierna, men på olika sätt. I studie 1, multimodal läroboksanalys, finns etiska implikationer kopplat till läroboksförfattare, illustratör men även förlag. Efter kontakt med en av universitetets jurister gavs rådet att söka tillstånd hos upphovsmannen för att kunna publicera lärobokssidor i avhandlingen. Juristen beskrev ärendet som ett gränsfall men angav att upphovsrättslagen kan åberopas och därav kontaktades förlagen. De lärobokssidor som finns publicerade i artiklar och kappatext har därmed upphovsmannens godkännande för detta.

I studie 2, avseende elevers meningsskapande, handlade de etiska implikationerna främst om att de deltagande informanternas integritet skyddas,

särskilt som de utgörs av minderåriga barn. Detta gällde genom hela processen och även efter att studien publicerats. De deltagande personerna och vårdnadshavare fick skriftlig information om vad deras eventuella medverkan i studien skulle innebära och vårdnadshavares samtycke till deltagande i studien krävdes. Kontaktuppgifter till mig gavs, så eventuella frågor skulle kunna adresseras direkt till mig. Förutom detta beaktades att deltagande elever alltid skulle ha möjlighet att när som helst, även om vårdnadshavares samtycke finns, kunna återta sitt samtycke till deltagande. Information om att studiens filmmaterial endast skulle användas i forskningssyfte samt att det behandlas konfidentiellt, på ett sådant sätt att informantens integritet skyddas, gavs också. Ett annat led i att skydda informanterna var att avidentifiera deltagarna och därigenom garantera konfidentialitet. Inte heller den skola som deltar i studien ska vara möjlig att identifiera. Dessa beaktanden gjordes för att skydda den enskilda individen. Att forskningsmaterialet inte får tas del av någon utanför avhandlingsarbetet, kan däremot inte lovas (Vetenskapsrådet, 2017). Vid exempelvis en prövning av huruvida studien är vetenskaplig eller inte, kan detta krävas. Filmmaterialet förvaras så att enbart jag har tillgång till det, ingen obehörig har således åtkomst till materialet.

5.8 Reflektioner över forskningsprocessen

En utmaning och svårighet med multimodal analys, som bland annat belyses av West (2011) är risken att som forskare drunkna i all data. West beskriver detta som en risk särskilt om datamaterialet bland annat utgörs av videomaterial som ger ett mycket rikt datamaterial att analysera.

Multimodal kommunikation kan transkriberas och analyseras på en rad olika sätt från en mycket detaljerad nivå till en mer övergripande nivå där olika delanalyser sätts samman för att skapa en helhetsbild (Flewitt, Hampel, Hauck & Lancaster, 2014). Hur analysen kan och bör göras hänger, som tidigare nämnts, samman med den teoretiska utgångspunkt samt den frågeställning forskaren utgår ifrån. En medvetenhet om detta är därför av vikt då möjligheten att kunna analysera materialet i detalj även innebär risken att som forskare "gå vilse i sin data" och tappa perspektivet på vad som egentligen är forskningsfrågan och således det som ska studeras. Här blir forskarens medvetenhet om sin studie av största vikt. Förmågan att som forskare kunna reflektera över studien, mitt i den, för att i så stor mån som möjligt kunna säkerställa att inte fastna på detaljnivå blir viktig, att kunna "veta" när

studieobjektet är tillräckligt noggrant studerat. Det ligger således en utmaning i att som forskare kunna vara såväl noggrann som att kunna ge en kommunicerbar helhetsbild till läsaren.

I avhandlingsarbetet har detta inneburit utmaningar kopplat till avgränsning, vilket medförde att ett centralt innehåll inom matematikundervisningen i årskurs 1 valdes ut, subtraktion, och inte allt innehåll i matematikläroböcker för årskurs 1. Även för analysen av läroboksanalysens kvalitativa data utgjorde avgränsning en utmaning. Den detaljerade analysen medgav inte att ett stort antal övningar kunde analyseras, det hade blivit allt för tidskrävande. I och med det valdes 2–4 övningar per läroboksserie ut, för att ändå kunna ge en överblick över alla 17 läroboksserier.

För analysen i kartläggningen fanns andra utmaningar i form av den stora datamängden. Med en datamängd på över 2000 analysenheter krävdes ett tydligt och lätthanterligt protokoll för kodningsarbetet. Protokollet provades ut genom att användas på en par av läroboksserierna och justerades under tiden. När justeringarna var slutförda kodades alla läroboksserier utifrån detta dokument. Valet att utgå från analysenheten "övning" innebar att det fanns en begränsning vad gäller jämförelser mellan olika läroboksserier, då en övning kan innebära en stor variation i antalet uppgifter. Analysenheten "uppgift" hade också varit möjlig, men det hade givit ett mycket stort data-material att arbeta med. Dessutom speglar analysenheten "övning" en betydelsebärande enhet för matematikläroböckers uppbyggnad, då en och samma "idé" erbjuds i en övning och övning utgör även ett vanligt förekommande fokus i matematikläroböcker (Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt & Houang, 2002).

Ett annat val jag ställdes inför var hur de digitala övningarna skulle kodas för att kunna jämföras med de tryckta. De tre digitala läroboksserierna som följde samma uppbyggnad som de tryckta kodades likadant som dessa och medförde inga kodningsproblem i och med att den enda skillnaden mellan dessa vara att de digitala läroböckerna har talsyntes samt ett fåtal videos med rörliga bilder. Läroboken på datorplatta skiljde sig från de andra digitala läroböckerna. Här utgjorde, precis som alla andra läroboksserier, varje övning en analysenhet. Dock skiljer formatet sig från de andra läroboksserierna vilket försvårade jämförelsen. I datorplatteläroboken syns en uppgift i sänder i jämförelse med att flera uppgifter ryms på en tryckt lärobokssida. Något sidantal går därmed inte att jämföra mellan datorplattelärobokserien och de övriga läroboksserierna.

En annan problematik utgörs av det egna tolkningsutrymmet som är förhållandevis stort. Jag som forskare skapar "något nytt" där den egna förförståelsen spelar roll och där en annan forskare med en annan förförståelse kanske skulle göra en, åtminstone delvis, annan tolkning. Detta är något jag hela tiden strävat efter att bibehålla en medvetenhet om och förhålla mig till. Transparens i forskningsprocessen och analysförfarandet har gestaltats på så sätt att jag dels strävat efter att noggrant beskriva hur analyserna genomförts, dels sökt stöd av annan forskare inom fältet om osäkerhet uppstått.

I Studie 2, avseende elevers meningsskapande, fanns en strävan att designa studien nära den verkliga situationen där elever arbetar individuellt med matematikläroböcker. Detta sker ofta i helklass i klassrummet och är en mestadels individuell (Engvall, 2013; Kling Sackerud, 2009) och därmed tyst aktivitet. Att videofilma sådana lektioner hade inneburit en mer begränsad mängd data, då mycket lite information om elevernas meningsskapande hade varit möjligt att få syn på med en sådan studiedesign. Att filma en elev i taget i ett angränsande rum till klassrummet föreföll den mest lämpliga designen, då denna medförde en möjlighet att jag kunde ställa frågor. Dessutom fick jag möjlighet att välja vilket matematikinnehåll eleverna skulle jobba med, vilket underlättade fokuset för avhandlingen.

Den multimodala ansatsen innebar konkret, vad gäller studie 1 Multimodal läroboksanalys, att jag fick verktyg för att kunna synliggöra de olika teckensystemens erbjudande om mening kopplat till innehållet subtraktion. Den multimodala ansatsen möjliggjorde att de olika teckensystemens erbjudanden kunde särskiljas. I studie 2, avseende elevers meningsskapande, möjliggjorde ansatsen verktyg att titta på lärobokens designade erbjudanden och elevernas meningsskapanden kopplat till teckensystemens olika erbjudanden, vilket gav djupare kunskaper än utan den multimodala aspekten. Djupare på så sätt att mer detaljerad information om mötet mellan elev och matematiklärobok kunde erhållas, då alla teckensystem erkänns som meningsbärande och bidragande till meningsskapandet. Med en annan ansats, exempelvis en sociokulturell, där läroboken kan ses som en artefakt för lärande, skulle de olika teckensystemens olika erbjudanden om mening inte synliggöras på samma sätt. Det skulle innebära att den komplexitet vad gäller olika teckensystems inverkan på meningsskapande inte skulle ha uppmärksammats.

6 Artiklarnas innehåll

Innan de fyra artiklarna redovisas i tur och ordning ges en översikt över de syften och frågeställningar, data och analysbegrepp som använts för att ge en överblick över hur de olika artiklarna svarar upp mot avhandlingens övergripande syfte och frågeställningar (se tabell 6). Därefter ges sammanfattningar av respektive artikel. Den första frågeställningen: *Hur är svenska matematikläroböcker för årskurs 1 designade med avseende på subtraktion och olika teckensystem?* besvarades i studie 1 och redovisas i artikel I och II. Den andra frågeställningen: *Vilken mening skapar elever i arbetet med matematikläroböcker med avseende på subtraktion och olika teckensystem?* besvarades i studie 2 och redovisas i artikel III och IV. Den tredje frågeställningen besvaras i nästa kapitel, kapitel 7.

Tabell 6. Artiklarnas syfte och frågeställningar, data och analysbegrepp

Artikel	Syfte/ frågeställningar	Data	Analysbegrepp
Artikel I	Syftet är att kartlägga svenska matematikläroböcker för årskurs 1 med fokus på övningarnas design. Teckensystem och innehållet subtraktion fungerar som en avgränsning.	2217 övningar från totalt 17 olika läroboksserier, tryckta och digitala	Subtraktionssituation: subtraktion som minskning och subtraktion som jämförelse (Fuson, 1992), teckensystem
Artikel II	Syftet är att beskriva och analysera hur subtraktion i matematikläroböcker för grundskolans tidigaste år kan förstås ur ett multimodalt perspektiv.	44 olika läroboksidor från totalt 17 olika läroboksserier, tryckta och digitala	Erbjuden mening, Subtraktionssituation (Fuson, 1992), teckensystem Analysmodell: <i>Modell för ämnesdidaktiskt arbete med multimodala texter</i> Danielsson & Selander (2014)
Artikel III	Syftet är att förstå hur elever i årskurs 1 i Sverige skapar mening i arbetet med matematikläroböcker. För att förstå detta jämförs lärobokens erbjudna mening med elevernas meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker.	7 utvalda läroboksidor, lärarhandledning, videomaterial från 18 elevers arbete med matematikläroböcker samt elevlösningar	(1) Erbjuden mening – (2) Elevernas meningsskapande (1) Erbjuden mening Subtraktionssituation (Fuson, 1992), centralt innehåll, teckensystem (2) Meningsskapande, representation, teckensystem
Artikel IV	Syftet är att förstå elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroboksbilder.	7 utvalda läroboksidor, lärarhandledning, videomaterial från 18 elevers arbete med matematikläroböcker samt elevlösningar	(1) Erbjuden mening – (2) Elevernas meningsskapande (1) Erbjuden mening, subtraktionssituation (Fuson, 1992), teckensystem (2) Meningsskapande, representation, teckensystemet bild

6.1 Artikel I: En kartläggning av svenska matematikläroböcker med fokus på teckensystem och subtraktion

Matematikläroböcker är en vanligt förekommande lärresurs. Mer än 75 procent av grundskoleelever världen över använder matematiklärobok och i Sverige gäller detta för mer än 90 procent av eleverna (Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2012). Matematikläroboken påverkar hur matematikundervisningen utformas (Collopy, 2003; Johansson, 2006; Remillard, 1999; Taflin, 2007) och den enskilda läraren ansvarar för val av läroboksserie sedan den statliga granskningen upphörde 1991 (Skolverket, 2006).

Syftet var att kartlägga svenska matematikläroböcker för årskurs 1 med fokus på övningarnas design. Teckensystem och innehållet subtraktion utgjorde avgränsningar i studien.

Denna totalstudie omfattade alla tryckta och digitala läroboksserier för årskurs 1 på den svenska marknaden med utgivningsår 2011 – 2017, 16 tryckta och 4 digitala. För studiens genomförbarhet valdes ett matematikinnehåll ut nämligen subtraktion. Detta berodde på två faktorer. För det första är subtraktion det innehåll, tillsammans med addition, som utgör merparten av matematikläroboksinnehållet för årskurs ett (Skolverket, 2019b). Även internationellt utgör subtraktion tillsammans med de övriga räknesätten en dominerande del av matematikinnehållet (Verschaffel, Greer & De Corte, 2007) i matematikläroböcker. För det andra utgör subtraktion det räknesätt som elever ofta beskriver som svårt, såväl nationellt som internationellt (Foxman & Beishuizen, 2002; Fuson, 1992; Skolverket, 2010).

Datamaterialet omfattade ungefär 1700 lärobokssidor och drygt 2200 olika övningar. Övningarna kategoriserades utifrån förekomsten av subtraktionsinnehåll samt eventuella subtraktionssituationer: subtraktion som minskning (minskning av en mängd) och subtraktion som jämförelse (skillnad mellan två mängder) (Fuson 1992) och därefter förekomsten av olika teckensystem: bild, rörliga bilder, matematiska symboler, tal och skrift (se t.ex. Kress, 2014). De teckensystem som informerade om subtraktionssituationen dokumenterades också.

Resultatet synliggjorde att 31 procent av övningarna visade en minskningssituation, 6 procent visade en jämförelsesituation och 63 procent av övningarna inte visade någon subtraktionssituation. I sex av läroboksserierna förekom inte subtraktion som jämförelse alls.

Resultatet visade också att i tryckta matematikläroböcker används bild, matematiska symboler och skrift och i de digitala matematikläroböckerna till-

kommer rörliga bilder och skrift. Alla dessa teckensystem är vanligt förekommande med undantag för rörliga bilder. För att besvara uppgifterna i övningarna används nästan uteslutande matematiska symboler som teckensystem. Skrift och bild är de vanligast förekommande teckensystemen att visa en subtraktionssituation. Det är stora skillnader mellan de olika läroboksserierna gällande antalet sidor som subtraktion behandlas på, användningen av olika teckensystem men även hur de två olika subtraktionssituationerna presenteras. Resultatet visade även skillnader när det kommer till hur subtraktionssituationerna presenteras, störst när det kommer till teckensystemet skrift. I minskningssituationer används skrift i 60 procent av övningarna och i jämförelsesituationer i 88 procent. Skillnaderna mellan tryckta och digitala matematikläroböcker är däremot små.

Slutsatserna är att det råder stora skillnader mellan olika läroboksserier i hur subtraktion presenteras. Olika läroboksserier kräver olika typer av läsning av eleverna. Somliga läroboksserier utgår mer från teckensystemet skrift och andra mer från bilder. Den tryckta läroboken dominerar fortfarande marknaden och den digitala läroboken erbjuder ofta likvärdiga lärsituationer som de trycka.

Diskussionen behandlade vikten av att elever får möta båda typer av subtraktionssituationer i sina matematikläroböcker för att få en heltäckande förståelse för subtraktionsbegreppet. Många av övningarna behandlar subtraktion utan att adressera en subtraktionssituation och detta kan försvåra för de elever som fortfarande upptäcker subtraktionsbegreppet. I en del av läroboksserierna krävs mer läsning av skrift och i andra av bild. Läsning av skrift kan innebära utmaningar i och med att alla elever ännu inte är goda läsare. Även läsande av bilder kan innebära utmaningar. Korakakis, Pavlatou, Palyvos, och Spyrellis (2009) framhåller risken i att förlita sig på att bilder alltid underlättar tolkandet. Det är således viktigt att beakta vilka teckensystem som används och hur, vid designandet av matematikläroböcker. Rörliga bilder lämpar sig väl för att visa matematiska händelseförlopp som exempelvis minskningssituationer. Användningen av detta teckensystem i matematikläroböcker kan utvecklas och då erbjuda elever mer varierade lärsituationer. Sammantaget visar studien att matematikläroboksserierna skiljer sig åt. Detta gör att valet av matematiklärobok blir viktigt i och med att läroboken styr undervisningens utformning (Johansson, 2006; Kling Sackerud, 2009).

6.2 Artikel II: Matematikläroboken med fokus på erbjuden mening

I dagens samhälle möter vi ständigt information i olika teckensystem genom t.ex. Internet, reklampelare och smarta telefoner. Läsning handlar inte enbart om att tolka skrift utan även exempelvis bilder och ljud (Kress, 2003). Dessutom har det skett ett skifte i förväntningar gällande läs- och skrivförmågan under de senaste sex decennierna mot mer visuellt och multimodalt läsande (Kress, 2003). Matematik är multimodalt till sin natur (O'Halloran, 2005). För att lära, förstå och använda matematik måste mening kunna skapas genom olika teckensystem såsom bilder, matematiska symboler och skrift.

Syftet med studien var att beskriva och analysera hur subtraktion i svenska matematikläroböcker för årskurs 1 kan förstås utifrån ett multimodalt perspektiv, såväl tryckta som digitala matematikläroböcker. Detta öppnade för en möjlighet att studera enskilda teckensystem men framför allt alla teckensystem i kombination.

Urvalet utgick från den kartläggning i form av en totalundersökning som beskrevs i den föregående artikeln. Utifrån det urvalet valdes två till fyra uppslag från varje läroboksserie ut vilket gav ett drygt fyrtiotal uppslag att analysera. Kriterierna för att inkluderas var att övningarna skulle visa på en bredd i hur övningar i subtraktion designas både gällande subtraktionssituation som hur de olika teckensystemen användes. Analysen genomfördes med hjälp av Danielssons och Selanders *Modell för ämnesdidaktiskt arbete med multimodala texter* (2014). Av den förhållandevis omfattade modellen användes del 1 *Textens övergripande struktur och iscensättning* och del 2 *Samspel mellan textens olika delar*. (1) Denna del av analysen kan ses som en övergripande analys och handlar om hur texten inbjuder till läsning, vilket innehåll som erbjuds och hur den uppmanar till vissa typer av aktiviteter, medan (2) fokuserar på textens olika delar och hur de fungerar tillsammans. För att operationalisera analysmodellen formulerades fem olika frågor som ställdes till materialet (se s. 54).

Resultatet visade att de olika teckensystemen används på olika sätt i de olika övningarna, både mellan olika matematikläroböcker och inom samma lärobok. För att arbeta med de analyserade övningarna krävs tre olika förhållningssätt. Att se övningen: (1) som en episod som ska tolkas, (2) som en resurs för att göra en beräkning och (3) som en faktaruta. Ibland finns mer information i övningen än vad som behövs, till exempel mat till de djur som ska räknas i bilden. Resultatet visade också att det ibland finns motstridig information i de olika teckensystemen i en övning (exempelvis i form av olika information

i skrift och ljud), att det ibland krävs en viss läsordning för att kunna lösa uppgifterna i övningen, att det ibland är möjligt att lösa uppgifterna utan att meningsskapandet riktas mot den matematik som övningen är designad att erbjuda (exempelvis genom att lösa övningen enbart med matematiska symboler, när informationen om det matematiska innehållet finns i bilden) samt att de digitala övningarna i många fall erbjuder samma lärsituation som den tryckta lärobokens övningar.

Utifrån resultatet som visade på den komplexitet som krävs för att tolka matematikläroboken fördes i diskussionen ett resonemang om att detta kan innebära svårigheter för eleven i hennes arbete med matematikläroboken. Eleven behöver stöd i detta arbete och särskild uppmärksamhet bör riktas mot lärobokssidor som innehåller flera olika delar däribland faktarutor, annars kan det finnas en risk att dessa kan komma att bli förbisedda av eleven i och med att inga beräkningar ska göras i dessa delar. Eleven kan också behöva stöd i att identifiera vilket eller vilka teckensystem som erbjuder information för att lösa övningen samt vilket eller vilka teckensystem som innehåller information om övningens matematiska innehåll. Sammantaget konstaterades att dessa utmaningar kan försvåra iscensättningen av goda lärsituationer för eleverna, om inte lärare, läroboksförlag och läroboksförfattare blir mer medvetna om hur olika teckensystem bidrar till vad eleverna möter i sin matematikundervisning. En pedagogisk implikation utgörs av förslaget att lärare kan initiera diskussioner med eleverna där matematikläroboken positioneras som en multimodal text, vilket stöttar elevernas meningsskapande och i förlängningen deras lärande.

6.3 Artikel III: Elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker

Matematikläroboken är designad att erbjuda ett visst matematikinnehåll och att arbeta med matematikläroböcker innebär att tolka detta innehåll. Läroboksstudier om lärares användning av matematiklärobok finns (se exempelvis Haggarty & Pepin, 2002; Remillard, 2005) men studier som fokuserar elevers användning av matematiklärobok är begränsad (Fan Zhu & Miao, 2013; Rezat, 2008) särskilt gällande yngre elever.

Syftet med studien var att förstå hur elever i årskurs 1 skapar mening i arbetet med matematiklärobok. För att förstå detta jämfördes lärobokens erbjudna mening med elevernas meningsskapande.

Datamaterialet bestod av 7 utvalda lärobokssidor som behandlar subtraktion, videomaterial av 18 elevers arbete med dessa lärobokssidor samt elevernas representationer (lösningarna på övningarna). Videomaterialet bestod av 450 minuter film, med filmer på 19 – 44 minuter/ elev. Min roll växlade mellan att vara observerande och aktivt deltagande genom att ställa frågor till eleverna för att få inblick i hur de tolkat övningens design. Lärobokssidorna analyserades på samma sätt som i artikel II, med hjälp av Danielsson och Selanders (2014) modell samt subtraktionssituation (Fuson, 1992). Videomaterialet analyserades multimodalt utifrån sådant som sades, ritades och visades med kroppen. Elevernas representationer användes som komplement i analysarbetet. Transkripten kodades med utgångspunkt i studiens syfte och kondenserade meningar summerades i en matris.

Resultatet visade för det första att lärobokens designade erbjudanden är komplexa, både vad gäller hur olika teckensystem används men också gällande vilka tillvägagångssätt som krävs för att lösa övningarna enligt design. Resultatet visade för det andra att eleverna har olika tillvägagångssätt när de arbetar med matematikläroboken, både mellan olika övningar men även inom en och samma övning. Tillvägagångssätten kan sammanfattas i fyra olika kategorier där meningsskapandet kan utgå från:

1. *Bilden*. Endera använder eleven bilden för att göra beräkningen som exempelvis i övningen Haren och hermelinen (se figur 5 s. 57) där eleven räknar prickarna, kryssar över och räknar återstoden, eller så ritar eleven en egen bild och använder den för beräkning.
2. *Matematiska symboler*. I denna kategori finns tre underkategorier. Endera använder eleven enbart de matematiska symbolerna för att lösa övningen, eller så använder eleven först de matematiska symbolerna men sedan även bilden och den tredje påminner om den andra underkategorin med den skillnaden att bilden används till synes godtyckligt.
3. *Skrift*. Några elever beskriver att de läser den skrivna instruktionen när de inte vet hur de ska arbeta med övningen: "Jag läser (instruktionen) om jag inte förstår, annars gör jag inte det".
4. *Det lösta exemplet i övningen*. En del elever börjar sitt meningsskapande med det lösta exempel som finns i några av övningarna, men inte alla: "Nej, jag brukar inte titta så mycket på dem (fnissar)".

Resultatet visade för det tredje att eleverna ibland tar fasta på andra meningspotentialer än den erbjudna meningen och tränar därmed annat matematikinnehåll än det som designats in i övningen. Tre områden ringades in:

1. *Ordval*. Exempel på detta är i skriften "dra streck" som används i bemärkningen "stryk över" av en elev. Eleven tolkar detta som att streck ska dras mellan två olika tal som ger samma differens, vilket kan liknas vid parbildningsövningar där streck dras mellan exempelvis olika djur och deras boplatser. Den erbjudna meningen var dock att föremål i bilden skulle strykas över och således illustrera subtraktionssituationen.
2. *Användningen av bilder*. Detta gäller när bilder tolkas på annat sätt än designat och därmed uteblir ett meningsskapande av den erbjudna meningen. Ett exempel på detta är i övningen Äpplen och äppelskruttar (se figur 3 s. 56) där eleven istället för att göra en minskningsberäkning gör en jämförelseberäkning där de hela äpplena utgör ena termen och äppelskruttarna den andra.
3. *Användningen av rutor och andra element som ska guida eleverna*. Ett exempel är en röststreckad ruta runt ett talpar som " $4 - 3 = \underline{\quad}$ " och " $4 - 1 = \underline{\quad}$ " (se t.ex. Äpplen och äppelskruttar, figur 3, s. 56) där den erbjudna meningen utgörs av att signalera talpar, vilket få elever uttrycker i sitt meningsskapande.

I diskussionen konstaterades att den erbjudna meningen i läroboken inte är detsamma som det eleverna faktiskt arbetar med och att elevers olika tillvägagångssätt i arbetet med matematikläroböcker påverkar deras meningsskapande och i förlängningen lärande. En diskussion om vikten av lärarens medvetenhet om detta fördes då vissa tillvägagångssätt kan innebära att eleven inte tränar det matematikinnehåll övningen designats till att erbjuda. Diskussionen behandlade även hur elever verkligen engagerar sig för att förstå lärobokens erbjudna mening, men vars meningsskapande ibland utgår från andra meningspotentialer än de designade.

En slutsats var att matematikläroböcker kan utvecklas som lärreresurs och att läroboksförfattare bör bli mer uppmärksamma på sina användningar av olika teckensystem i läroböckerna. I diskussionen fördes även ett resonemang om att lärare som är medvetna om lärobokens komplexitet bättre kan planera och iscensätta goda lärsituationer för eleverna. Slutligen konstaterades att det inte räcker att läroboksförfattaren föreställer sig en mental föreställning av användaren (jfr. model reader, Eco, 1984) eftersom alla elever som arbetar med matematikläroboken inte passar in i denna föreställning. Alla elever har rätt till goda lärsituationer och matematikläroböcker behöver utvecklas för att bättre passa detta syfte.

6.4 Artikel IV: Elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroboksbilder

Vi möts av bilder överallt i dag och behovet av att kunna tolka bilder ökar därmed (Kress & van Leeuwen, 2006). Den här artikeln fokuserade på arbete med bilder i matematikläroböcker och har sin utgångspunkt i artikel III ovan som intresserade sig för elevers arbete med matematikläroboken i allmänhet. Artikel IV kan ses som en fördjupning av artikel III där teckensystemet bild har lyfts fram och studerats enskilt, en följd av att bilden som teckensystem framträdde som särskilt intressant i artikel III.

Syftet med artikeln var att förstå hur elever skapar mening i arbetet med bilder i matematikläroböcker för årskurs 1, där bilder inbegriper lärobokens bilder men även i förekommande fall egenritade bilder som skapats i arbetet med matematikbokens övningar.

Datamaterialet och analysmetoden utgick från samma design som i artikel III: videomaterial av 18 elevers arbete med övningar från 7 lärobokssidor ur deras matematikläroböcker, 7 utvalda övningar som behandlar subtraktion, samt elevernas representationer (lösningarna på övningarna), totalt 126 stycken.

Resultatet visade att bilderna i de utvalda övningarna är designade att erbjuda olika innehåll: visa ett händelseförlopp, som verktyg för beräkning eller som faktaruta. Dessutom förekommer bilder som inte är kopplade till de beräkningar som ska göras i övningen samt andra bildliknande inslag. För exempel på dessa se artikel IV. Resultatet visade också att eleverna ibland använder den erbjudna meningen i bilden och ibland inte. Detta utmynnade i fem kategorier:

1. *Eleven är medveten om den erbjudna meningen men använder inte bilden.* En elev uttryckte "Ja, du kan använda bilden. Då drar du ett streck här, mellan de här två (drar ett streck på rätt ställe i bilden). (se figur 4 Bowlingkäg-lorna, s. 56)
2. *Eleven är medveten om den erbjudna meningen och använder bilden för beräkning.* Exempelvis i övningen Haren och hermelinen (se figur 5, s. 57) kryssar en elev över det antal prickar som ska tas bort, räknar återstoden och skriver därefter siffran i den tomma rutan.
3. *Eleven blir medveten om den erbjudna meningen och använder bilden för beräkning efter stöd från mig.* Ett exempel på detta är när jag frågar en elev vad hon tror att bilderna är till för. Eleven svarar: "Åh, varför tänkte jag inte på det! (slår ut med händerna i luften) Ah, du kan använda den som tallinje,

här (pekar på raden med hamstrar i andra uppgiften) Ett till tolv för att det är tolv möss." (se uppgift b Djuraffären, figur 7, s, 57).

4. *Eleven blir medveten om delar av den erbjudna meningen och använder bilden för beräkning efter stöd från mig.* Exempelvis i övningen Pennor (se figur 8, s 57) då en elev provar att använda bilden genom att räkna pennorna några gånger. Därefter rynkar hon pannan och tittar upp och övergår därefter till att istället använda sina fingrar som stöd för beräkningen. Efteråt frågar jag henne: "Går det att använda pennorna istället för fingrarna för att räkna ut?" och hon svarar: "Ja, men jag kom inte på hur."
5. *Eleven är inte medveten om den erbjudna meningen.* Detta görs på tre olika sätt i det studerade materialet: (a) eleven tar fasta på ett annat erbjudande i bilden än det designade, (b) eleven ser inget stöd i bilden men letar efter det (c) eleven ser inget stöd i bilden utan ritar istället en egen bild som används för beräkning.

Några av eleverna ger även uttryck för sin inställning till matematikläroboksbilder. Några av eleverna uttryckte att använda bilder är för dem som tycker att matematik är svårt och att det önskvärda sättet att lösa övningarna på är att göra detta genom att använda de matematiska symbolerna. En av eleverna svarade så här på min fråga om bilderna går att använda för att lösa övningens uppgifter: "Ja, men det behövs inte om man är bra på matte". Detta visades även genom handling där elever använde bilden, men gjorde detta diskret och det var först när jag frågade specifikt om eleven använde bilden som det kommer fram.

I diskussionen lyftes att bilder bör få större uppmärksamhet i matematikundervisning med lärobok och att lärare i större utsträckning bör undervisa elever om hur bilderna ska användas. Eftersom bilderna kan vara komplexa att använda behöver eleverna stöd i det arbetet, vilket innebär att eleverna enbart bör arbeta individuellt med matematikläroboksbilder när de har kunskap om bildens erbjudna mening. Även förlags och lärobokstillustratörers ökade medvetenhet om bildernas komplexitet vid skapande och utvecklande av matematikläroböcker påtalades.

En problematisering av elevernas uttryck för att det är eftersträvansvärt att lösa uppgifterna utan att använda bilderna gjordes. Eleverna har alltså föreställningar om hur de bör lösa uppgifterna i läroboken. Att sträva efter att inte använda bilderna kan leda till att elevernas meningsskapande inte riktas mot den matematik som övningen designats att erbjuda. Det kan även innebära att elever stängs ute från att möta matematik genom andra teckensystem

än matematiska symboler. Denna utestängning kan ske om eleverna uppfattar en hierarki där de matematiska symbolerna är det teckensystem som är eftersträfvansvärt att använda, som *bör* användas, medan arbete med teckensystemet bild signalerar att "jag har svårt för matte". I förlängningen skulle detta kunna påverka elevernas identitetsskapande som matematiska individer eller inte, vilket vore negativt, inte bara för den enskilda eleven utan för samhället i stort. Genom att mestadels efterfråga svar i teckensystemet matematiska symboler signalerar matematikläroboken som lärresurs även den att detta teckensystem har en särställning. För att utmana teckensystemet matematiska symbolers särställning skulle en matematiklärobok som öppnar upp för ett mer multimodalt arbetssätt kunna erbjudas eleverna. Den skulle exempelvis kunna innehålla övningar där olika teckensystem används för att besvara uppgifter och där en mångfald av teckensystem efterfrågas, vilket skulle kunna bidra till att fler elever möter matematik på ett sätt som gör att de utvecklar identiteter som matematiska individer.

6.5 Sammanfattade resultat och slutsatser

Avhandlingsarbetet har fokuserat elevers arbete med matematikläroböcker med det övergripande syftet att bidra med kunskap om och förståelse för hur elever skapar mening i arbetet med matematikläroböcker.

De sammanfattande resultaten av studie 1 och frågeställning 1: *Hur är svenska matematikläroböcker för årskurs 1 designade med avseende på subtraktion och olika teckensystem?* visade att det är stora skillnader mellan matematikläroböcker för årskurs 1 på den svenska marknaden, både vad gäller hur olika teckensystem används och hur subtraktion presenteras

Matematikläroböcker innehåller motstridig information i de olika teckensystemen. I vissa fall ges mer information än vad som behövs och i vissa fall krävs en viss läsordning för att kunna lösa övningarna. Det krävs även olika tillvägagångssätt för olika övningar inom en läroboksserie och mellan olika läroboksserier.

De sammanfattande resultaten av studie 2 och frågeställning 2: *Vilken mening skapar elever i arbetet med matematikläroböcker med avseende på subtraktion och olika teckensystem?* visade att eleverna arbetar på olika sätt med matematikläroböcker. Ibland skapar eleverna mening utifrån den erbjudna meningen och ibland inte. När elevernas meningsskapande utgår från en annan meningspotential än den med fokus på erbjuden mening så leder det till att annat matematikinnehåll än det som designats in i uppgiften tränas. När det gäller bilder som teckensystem så visade resultatet att dessa kan vara särskilt

utmanande att tolka för eleverna och att flera elever uttryckte att det var eftersträvansvärt att lösa övningarna utan att använda bilderna.

De slutsatser som drogs var att arbetet med matematikläroboken är komplext och att detta kan leda till att eleven inte möter det matematikinnehåll som övningen designats till. Arbetet kan även innebära att elever stängs ute från att möta matematik genom andra teckensystem än matematiska symboler då elever gav uttryck för en föreställning om en hierarki där de matematiska symbolerna är det teckensystem som är eftersträvansvärt att använda. Detta kan i sin tur innebära att elever går miste om lärsituationer som kan bidra till att de ser sig själva som matematiska individer eller inte.

7 Elevers möjligheter till agens i arbetet med matematikläroböcker

Med målsättningen att fördjupa förståelsen för elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker ytterligare, följer nu en analys utifrån begreppet agens av den data som var underlag för den multimodala läroboksanalysen i studie 1 samt resultaten från studie 2. Därigenom besvaras avhandlingens tredje frågeställning: *Hur kan elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker förstås utifrån begreppet agens?* Agens förstås som elevens förmåga att aktivt delta, elevens självständiga deltagande (Bezemer & Kress, 2016, Selander & Kress, 2010). Uppmärksamhet riktas mot möjligheten till agens i elevens arbete med matematiklärobok i relation till matematiklärobokens erbjudna mening och elevens meningsskapande. Genom att återbesöka avhandlingens två studier och analysera dem utifrån agensbegreppet öppnas möjligheter att problematisera elevers meningsskapande i arbetet med matematikläroböcker ytterligare, vilket leder till en djupare förståelse för elevens arbete med matematikläroboken. Med utgångspunkt i data från studie 1 har jag ställt frågan: *Vilken potentiell möjlighet till agens medges eleven i arbetet med matematikläroboken?* och med utgångspunkt i resultat från studie 2 har jag ställt frågan: *Vilken möjlighet till agens medges eleven i arbetet med matematikläroboken?* Alla exempel är tagna från övningar som finns avbildade i denna text med anledningen att kunna användas som stöd för läsningen nedan.

7.1 Övningar som ger möjlighet till elevers agens

Analysen av data som var underlag för den multimodala läroboksanalysen från studie 1 visade att det förekommer övningar där matematikbokens design ger möjlighet till agens såväl som det motsatta. Övningar som är designade så att de möjliggör agens hos eleverna är utformade så att det är möjligt för eleven att välja arbetssätt. Detta kan ske genom att välja i vilken ordning teckensystemen används eller att välja vilka teckensystem som ska användas.

Ett exempel där övningen är designad så att det finns en möjlighet att välja i vilken ordning teckensystemen används är Haren och hermelingen (se figur 5 s. 57). Där kan eleven välja mellan att börja sitt meningsskapande genom teckensystemet bild eller genom teckensystemet matematiska symboler. Analysen av resultaten i studie 2 visade att de elever som valde att börja med bilderna började med att stryka över det antalet prickar som ska subtraheras och

räknade därefter återstoden och skrev slutligen matematiska symboler på raden. De elever som började sitt meningsskapande genom att utgå från de matematiska symbolerna gjorde en beräkning med hjälp av de matematiska symbolerna och strök därefter ett antal prickar, alternativt använde inte bilden alls. I det förstnämnda arbetssättet kan bilden utgöra ett stöd för beräkningen medan i det sistnämnda används bilden som en ytterligare representation för den subtraktionsberäkning som eleven gjort.

Ett exempel där den erbjudna meningen innebär en möjlighet att välja teckensystem för sitt meningsskapande ses exempelvis i övningen Pennor (se figur 8 s. 57). Här kan eleven välja mellan att använda bilden vid beräkningen eller att enbart utgå från de matematiska symbolerna. En del av eleverna använde enbart de matematiska symbolerna medan andra använde bilderna också.

I dessa typer av övningar kan eleverna alltså i högre grad själv bestämma hur de vill arbeta med övningen, elevernas agens möjliggörs. Här kan elevernas egna val forma villkor för vilken lärsituation de vill möta genom att eleverna själva väljer arbetsordning eller det eller de teckensystem de vill utgå ifrån i sitt meningsskapande.

7.2 Övningar som begränsar möjlighet till elevers agens

Analysen av data från studie 1 visar förekomst av övningar vars design begränsar elevers möjlighet till agens. Sådana övningar är designade så att det krävs ett specifikt sätt att arbeta med boken för att lösa övningen utifrån dess erbjudna mening. Det kan krävas att arbetet sker i en viss ordning, eller med utgångspunkt i ett visst teckensystem och att arbetet sedan görs med ett visst eller vissa teckensystem.

Ett exempel på en övning där arbetet behöver ske i en viss ordning är i övningen Äpplen och äppelskruttar (se figur 3 s. 56). Där är den erbjudna meningen att eleven först använder informationen i det lösta exemplet och att därefter lösa uppgifterna på samma sätt. Bilden ska tolkas som ett händelseförlopp och beräkningen skrivs i de tomma rutorna under bilden med hjälp av matematiska symboler. Resultaten i studie 2 visade att eleverna arbetade med den här övningen genom att de först använde exemplet. Därefter utgick de från bilden och tolkade den på olika sätt. En del av eleverna tolkade bilden som att det först var exempelvis tre äpplen sedan åts ett äpple upp. Andra tolkade äpplena som en term och äppelskruttarna som den andra. Slutligen skrev de ett matematiskt tecken i varje ruta för att göra beräkningen.

Ett exempel på en övning där elevens meningsskapande utgår från ett visst teckensystem är i övningen Prickar (se figur 9 s. 58). Där är övningen designad så att elevens meningsskapande ska göras med utgångspunkt i teckensystemet bild. Den erbjudna meningen är att elevens meningsskapande ska utgå från bilderna och därefter representeras svaren med hjälp av matematiska symboler i de tomma rutorna. När eleverna arbetade med den här övningen började de med att titta på bilden, räknade antalet prickar och antalet överstrukna prickar. Med hjälp av den information gjordes sedan subtraktionsberäkningarna som besvarades i form av matematiska symboler.

Ett annat exempel på en övning där det krävs ett meningsskapande med ett visst teckensystem är i nedre delen på sidan med övningen Äpplen och äppelskruttar (se figur 3 s. 56). Övningen är designad så att meningsskapandet utgår från de matematiska symbolerna, så när som på erbjudandet "Subtrahera" som ges i teckensystemet skrift, men som kan bortses ifrån i meningsskapandet i och med att den informationen inte är vägledande för utförandet av beräkningarna. När elever arbetade med övningen utgick de från de matematiska symbolerna och skrev svaren med hjälp av samma teckensystem.

I de här typerna av övningar ges eleverna i lägre grad möjlighet att själva bestämma hur de vill arbeta med övningen. Övningarna möjliggör inte för elevens agens. Lärsituationen formas av att arbetet sker i en viss ordning, eller med utgångspunkt i ett visst teckensystem och att arbetet sedan görs med ett visst eller vissa teckensystem.

7.3 Elevers möjlighet till agens och föreställningar om matematikämnet

Resultatet i studie 2 visade att några elever uttryckte en föreställning om att matematiska symboler är "bättre" att använda än de andra teckensystemen. Att i högre grad välja teckensystemet matematiska symboler framför andra teckensystem beskrevs av eleverna som något som visar att eleven är framgångsrik eller "bra" på matematik. Detta gjordes i såväl ord som handling. Utifrån begreppet agens synliggörs att elevens möjlighet till agens påverkas av föreställningen om att elever som är framgångsrika i matematik inte använder sig av bilderna utan utgår från de matematiska symbolerna. Detta ger flera av eleverna uttryck för, såväl elever som använder bilden som de som inte använder bilden för att lösa uppgifterna. Som svar på min fråga om det går att använda kägglorna att räkna med i övningen i figur 4 (Se Bowlingkäglor s. 56) svarar en av eleverna: "Ja, men man behöver inte om man är bra på matte". Det utrymme för agens som designen ibland medför som i exempelvis

övningen med käglorna krymper av den rådande föreställningen om att det är mer önskvärt att lösa uppgifterna utan att använda bilderna. Så, även om det är möjligt att välja att arbeta med bilderna så finns ett motstånd till detta då det inte är det eftersträvarvärda sättet att lösa uppgifterna på.

7.4 Sammanfattade resultat

Sammanfattningsvis visade analysen utifrån begreppet agens att elever ges möjlighet till agens om övningarna är utformade så att det är möjligt för eleven att välja arbetssätt. Det handlar då om att eleven kan välja i vilken ordning teckensystemen används eller att välja vilka teckensystem som ska användas. Analysen visade också att elevers möjlighet till agens begränsas av att arbetet sker i en viss ordning, eller med utgångspunkt i ett visst teckensystem och att arbetet sedan görs med ett visst eller vissa teckensystem. Dessutom visade analysen att elevers möjlighet till agens inte alltid realiserar även om potentialen för agens finns. Detta på grund av de föreställningar om ämnet som eleverna ger uttryck för, föreställningar om vad det innebär att vara framgångsrik i ämnet matematik.

8 Slutsatser och diskussion

Den här avhandlingen hade till syfte att bidra med kunskap om och förståelse för elevers arbete med matematikläroböcker. Intresse riktades således mot matematikläroboken men främst mot eleven. I avhandlingsarbetet har inte matematikundervisningen som helhet studerat utan den avgränsade aktivitet som utgörs av elevens egna arbete med matematikläroboken. Studie 1 bidrog med en kartläggning av hur subtraktion gestaltas i svenska matematikläroböcker för årskurs 1 generellt samt kunskap om hur relationen mellan de olika teckensystemen som erbjuds såg ut i ett urval av övningar. Studie 2 bidrog med kunskap om hur elever skapar mening i arbetet med matematikläroböcker. Dessutom har data från studie 1 och resultaten från studie 2 även analyserats utifrån begreppet agens för en fördjupad förståelse för elevers meningsskapande.

Sammantaget visar avhandlingen på tre slutsatser. För det första att matematikläroboken som läresurs kan utvecklas, såväl tryckta som digitala matematikläroböcker. Med en större medvetenhet på teckensystem, både gällande val av teckensystem men även hur dessa används i läroboken så kan matematikläroböcker bli tydligare, vilket kan leda till att elevens meningsskapande oftare utgår från den erbjudna meningen. Komplexiteter i form av exempelvis ordval, användningen av bilder samt användningen av rutor och andra element som ska guida eleverna kan undvikas.

För det andra uppmärksammades att den matematikundervisning som utgörs av elevens individuella arbete med matematikläroboken behöver synliggöras i matematikundervisningen. Elevens individuella arbete med matematikläroboken ska utgå från en grund där eleven förstår övningens design så att hennes meningsskapande kan riktas mot den erbjudna meningen. För att komma dit behöver eleven exempelvis stöd med att identifiera vilken information som respektive teckensystem bidrar med i övningen samt i tolkandet av övningarnas bilder.

För det tredje synliggjordes att för att fler elever ska se sig som matematiska individer räcker det inte att erbjuda elever övningar med möjlighet till agens. Det krävs också att föreställningen om att bilder är för dem som tycker matematik är svårt, luckras upp. Matematikundervisningen för de yngsta eleverna behöver ha som målsättning att alla elever ska se sig själva som matematiska individer. För att nå till detta behöver de matematiska symbolernas särställning i matematikundervisningen för yngre elever utmanas. Utmaningen behöver leda till en matematikundervisning för de yngsta eleverna i

grundskolan där de olika teckensystemen ges samma värde. Matematikundervisningen ska självfallet ha som långsiktigt mål att alla elever blir trygga i användandet av matematiska symboler och upptäcker de matematiska symbolernas särställning, men detta bör inte gälla för de yngsta elevernas matematikundervisning. Genom att erbjuda eleverna en multimodal matematik, där alla teckensystem erkänns som lika värda, kan fler elever se sig själva som matematiska.

Diskussionen kommer att fokusera matematikläroboken, eleven och agens som medel för att elever ska se sig som matematiska individer. Avslutningsvis ges implikationer för matematikläroböckers utformning samt pedagogiska implikationer i form av villkor för lärares förutsättningar att planera och iscensätta goda lärsituationer.

8.1 Matematikläroboken – en lärresurs med potential att utvecklas

Matematikläroboken utgjorde ett av avhandlingens studieobjekt. Kartläggningen visade att de svenska matematikläroböckerna i årskurs 1 skiljer sig åt och detta leder till att elever erbjuds skilda lärsituationer vid de tillfällen då arbete med matematiklärobok är i fokus. Detta leder i förlängningen till att undervisning med matematiklärobok kan skilja sig mycket åt beroende på vilken läroboksserie som används.

Matematikläroböcker är komplexa texter som kräver en hel del arbete av användaren (Bezemer & Kress, 2010; 2016; Dyrvold, 2016; Segerby, 2017), vilket i detta avhandlingsarbete utgörs av eleven. Detta är särskilt viktigt då det i matematikläroboken finns en erbjuden mening som syftar till att ge eleven erfarenheter och i förlängningen stötta lärande inom ett specifikt område, för denna studie utgörs detta av subtraktionsområdet. Resultaten av studie 2 pekar på tre utvecklingsområden för matematikläroböcker: ordval, användningen av bilder samt användningen av rutor och andra element som ska guida eleverna.

Studien visar att olyckliga ordval kan vilseleda elever, exempel på det är instruktionen: "Dra streck" som leder till att en elev tolkar detta som att han ska binda samman olika tal med streck. Ett bättre ordval hade varit "Stryk över" för att indikera att eleven förväntas stryka över föremål som stöd för den beräkning hen ska göra. Det här utgör ett exempel gällande utmaningen i skrivna instruktioner för yngre elever. I och med att elever i årskurs 1 inte förväntas vara goda läsare förekommer skrift i mycket liten omfattning. Kanske allt för liten omfattning. Att få ord skulle innebära att det därmed blir

tydligare kan vara vilseledande. En slutsats är att allt för få ord istället innebär att skriften kan bli svårare att tolka (vilket överensstämmer med Österholm och Bergqvist, 2013). Om författaren istället använder fler ord kan mer sammansatta meningar formuleras som ger tydligare instruktioner till eleven. Detta skulle i så fall kunna få kritik utifrån att elever som ännu inte knäckt läskoden kan få större svårigheter att läsa texten. Men att ett ökat antal ord i en text är liktydigt med att texten då blir svårare att läsa måste ses som en förenkling. Det handlar förstås också om vilka ord som används. Kanske kan detta ha ett samband med Österholms (2008) slutsats om att elever utvecklar icke önskvärda lässtrategier när de läser matematikuppgifter. Om matematikövningarna består av mycket lite skrift skulle det kunna medföra att läsning av skrift inte ses som en betydelsebärande del i arbetet med matematikläroboken och att läsning av skrift då inte förknippas med matematikämnet.

Även olyckliga bildval kan vilseleda eleverna. Även om bilden många gånger konkretiserar abstrakta fenomen i matematikboken som Nugroho (2010) beskriver, så kan bilden som teckensystem också innebära hinder för lärande. Olyckliga bildval kan dels utgöras av svårtolkade bilder, exempelvis bilder som innebär ett händelseförlopp exempelvis äpplen som ätits upp eller djur som rör sig. De kan dels utgöras av bilder som innehåller information som inte är relevant för övningens matematikinnehåll, exempelvis mat till djuren i bilden, eller figurer som utgör ett dekorativt inslag i övningen. Sådana här inslag kan vara vilseledande för eleven. Detta resultat stöds av Sutherland, Winter och Harries (2001) och Jellis (2008).

Rutor och andra element som är designade att signalera att exempelvis två tal hör ihop är det tredje utvecklingsområdet. Att talen hör ihop uttrycks inte explicit i läroboken, vilket kan innebära att detta går många av eleverna förbi. Detta innebär att inrutade tal och liknande då inte tolkas som meningsbärande av eleverna utan skulle behöva förtydligas för att synliggöras. Dessa rutor och andra element kan beskrivas som de byggstenar som bygger upp teckensystem, semiotiska resurser (van Leeuwen, 2005).

Kartläggningen i studie 1 visade att matematiska symboler var det teckensystem som nästan uteslutande användes för att besvara uppgifterna i övningarna. Här väcks en tanke om detta bidrar till att forma elevernas förståelse för vad som är av vikt i ämnet matematik: de matematiska symbolerna. Om det som efterfrågas är de matematiska symbolerna så är det också det som tolkas som det viktiga teckensystemet, vilket förstärks ytterligare om läraren dessutom fokuserar på antalet genomförda uppgifter och rätta svar (Björklund Boistrup, 2015). Även Amiripour, Dossey och Shahvarani (2017) fann att

eleverna förlitade sig på de matematiska symbolerna. Risken finns att matematikämnet härmed kan tappa i möjligheten att synliggöra matematiken genom många olika teckensystem och därmed kunna erbjuda mer varierande lärsituationer till eleverna. De matematiska symbolerna har givetvis en särställning inom matematikämnet, men för att alla elever ska inkluderas i matematikundervisningen bör undervisningen för de yngsta eleverna i grundskolan beakta vikten av att erbjuda matematiken som multimodal och i större utsträckning öppna upp för möjligheter att representera matematik genom olika teckensystem. Därför efterfrågas matematikläroböcker som efterfrågar svar i flertalet teckensystem. På det sättet skulle visade matematikkunskaper i andra teckensystem än matematiska symboler erkännas.

I och med att matematikläroboken kan ses som styrande av matematikundervisningen (Collopy, 2003; Johansson, 2006; Remillard, 1999; Taflin, 2007) så kan den även förstås som fostrande i att visa vad matematik är och vad som erkänns som kunskap. Matematikläroboken kan därmed ses som ett hinder för att elever ser sig som matematiska, vilket är olyckligt såväl på ett individ- som på ett samhällsplan då detta bland annat kan medföra att färre elever väljer matematikkrävande utbildningar på såväl gymnasie- som universitetsnivå. Matematik kan inte bli roligt om den inte är förståelig. Därför måste strävan vara att matematiken ska vara förståelig för varje elev. Ett utvecklingsområde är att låta matematikläroböckerna få en utformning med ett tydligare fokus på olika teckensystem, vilket skulle kunna öppna upp för ett arbetssätt med ett vidgat perspektiv på vilka teckensystem som anses matematiska att använda. Detta får stöd av Segerby och Chronaki (2018) som understryker att elever behöver stöttning i att kunna göra översättningar mellan olika teckensystem så elever känner trygghet i detta. Även Björklund Bostrup (2010) lyfter vikten av att synliggöra teckensystemen som erbjuds för att medvetandegöra eleverna om vilka teckensystem som erbjuds och varför. Om matematikläroböckerna bjöd in till att uttrycka matematik på flertalet teckensystem och lärare visar medvetenhet om vikten av att uttrycka matematik multimodalt skulle föreställningen om hur matematik kan uttryckas kunna förändras.

8.2 Eleven – och rätten att möta matematiken som förståelig

Elevers meningsskapande i arbetet med matematiklärobok utgjorde avhandlingens andra studieobjekt. Inom ett designorienterat perspektiv förstås elevens arbete med matematikläroboken som en aktivitet där meningsskapandet

alltid är nytt och alltid situerat (Bezemer & Kress, 2010). Studie 2 visade att eleverna ibland skapar mening utifrån den erbjudna meningen och ibland inte. När eleverna skapar mening av ett annat erbjudande än det designade så innebär det att annat matematikinnehåll än det som designats in i uppgiften tränas.

En slutsats som drogs av studie 2 var att arbetet med matematikläroboken är komplext vilket får stöd av Dyrvold (2016) och Segerby (2017). Detta kan leda till att eleven inte möter det matematikinnehåll som övningen designats till och i förlängningen att eleven inte lär om det innehåll som övningen designats till att erbjuda. Exempelvis gällande rutor och andra element där studie 2 visade att dessa ofta inte uppmärksammades av eleverna och därmed uteblev meningsskapande om att t.ex. talen i rutan hörde samman. Det är rimligt att anta att de elever som uppmärksammade att rutan runt talen visade på talpar, redan hade kunskaper om detta och därmed kunde läsa övningen så som den designats, medan elever som inte hade kunskaper om talpar inte heller uppmärksammade denna meningspotential. En slutsats av detta är att eleven således visar vad hon redan kan när hon arbetar individuellt med matematikläroboken. Detta visar att elever inte bör arbeta med matematikläroboken utan stöd av läraren om eleven inte redan behärskar dess matematiska innehåll. I alla fall inte om målsättningen är att elevens meningsskapande ska utgå från övningens hela design. Här kan en fundering gällande hur mycket av de övningar i matematikläroboken som eleverna arbetar med på egen hand som utgör just sådana övningar vara befogad. Och en vidare fundering kopplat till detta är i hur stor utsträckning detta kan kopplas till att matematik uppfattas som ett svårt ämne av många elever (Skolverket 2019a; 2019c).

De matematiska symbolerna har givetvis en särställning inom matematikämnet. O'Halloran (2005) beskriver det som att de matematiska symbolerna är mest kraftfulla gällande att representera ett matematikinnehåll. Resultatet visade att det redan hos de studerade 7–8 åringarna fanns en föreställning om att de matematiska symbolerna är det teckensystem som har högst status och som är det eftersträfvansvärda att använda. De elever som inte känner sig trygga med att använda matematiska symboler ännu, utan som vill representera matematik genom andra teckensystem, riskerar därmed att utestängas från att upptäcka matematik som ett ämne som är "för dem" och detta kan verka hindrande för elevernas matematiklärande.

När det gäller bild som teckensystem så visade resultatet att dessa kan vara särskilt utmanande att tolka för eleverna. Detta stöds av Dyrvold (2016) och

Jellis (2008). Resultatet synliggjorde en föreställning hos eleverna om att bilderna i matematikläroböckerna är till för "dem som tycker matte är svårt" och att det är bättre att lösa uppgifter utan att använda bilderna och istället enbart utgå från de matematiska symbolerna. Eleverna ger uttryck för att det är eftersträvansvärt att lösa uppgifterna utan att använda bilderna, i ord men även genom handling. Då eleven använder bilden, görs detta diskret och det är först när jag frågar specifikt om eleven använde bilden som det kommer fram. En följd kan bli att elever medvetet försöker undvika att använda bilder när de löser uppgifter. En slutsats av detta är, att förutom att eventuellt inte möta det matematikinnehåll som övningen designats till, kan detta leda till att eleverna möter matematiken i lägre grad av multimodal utformning. Detta kan i sin tur innebära att eleverna går miste om lärsituationer som kan bidra till att de ser sig själva som matematiska.

Att läsa bilder är således något eleverna kan behöva stöd i att lära sig samt att teckensystemet bild kopplat till användningen av matematikläroböcker behöver uppvärderas. Arizpe och Styles (2002) menar att elever kan utveckla sin visuella litteracitet avsevärt om de får undervisning i hur.

8.3 Agens – och eleven som matematisk individ

Agensbegreppet användes för fördjupad förståelse för elevers meningsskapande. Resultatet av analysen utifrån agensbegreppet visade exempel på övningar som inte möjliggör elevers agens. Övningarna kan bygga på en designad arbetsordning som anger i vilken följd de olika teckensystemen ska användas för att lösa övningen utifrån erbjuden mening. Om designen däremot medger olika arbetsordning möjliggörs elevers agens. Eleven kan då alltså i högre grad själv bestämma hur hon vill arbeta med övningen. Här skulle elevens egna val kunna forma villkor för vilken lärsituation eleven möter. Resultatet av studie 2 visade dock att det i sådana övningar fanns en tendens att eleverna väljer matematiska symboler för sitt meningsskapande framför andra teckensystem. I det följande diskuterar jag detta utifrån två olika aspekter.

För det första kan valet att utgå från matematiska symboler bidra till att eleven kan gå miste om en lärsituation som kan stötta den begreppsliga förståelsen för ett ämnesinnehåll. Exempelvis kan bilden visa en subtraktionssituation som inte fångas i matematiska symboler (se exempelvis figur 9 Prickar s. 58). Dock kan arbete med matematikläroboken utifrån matematiska symboler förstås även innebära att eleven redan besitter de kunskaper som efterfrågas. Detta gör situationen komplex och det är av vikt att inte förutsätta att en

elev som arbetar med matematikläroboken med utgångspunkt i de matematiska symbolerna automatiskt tillhör den sistnämnda gruppen elever.

För det andra kan elevers benägenhet att i högre utsträckning utgå från de matematiska symbolerna bidra till att elever redan i 7–8 års ålder inte ser sig som matematiska individer. Om eleven inte kan möta upp föreställningen om att välja matematiska symboler framför andra teckensystem, kan det bidra till att forma en identitet som "icke matematisk". Detta kan jämföras med det Palmer (2010) beskriver som matematisk subjektivitet med betydelsen att som individ *bli* matematisk snarare än att *vara* matematiska. Även de Freitas och Sinclair (2012) skriver om matematisk subjektivitet medan Yackel och Cobbs (1996) använder begreppet sociomatematiska normer. Sociomatematiska normer beskrivs som normativa aspekter av matematiska diskussioner som är specifika för elevers matematiska aktiviteter. Yackel och Cobb beskriver hur de under analysen från ett besök i ett klassrum för årskurs 2 (7–8 år) fann att lärarens frågor gällande om det gick att lösa uppgifter på olika sätt var av stor vikt för att utveckla sociomatematiska normer. Det var således centralt att eleverna upptäckte att matematik kan uttryckas på olika sätt. Deras slutsats var att läraren spelar en central roll för att som elev utveckla sociomatematiska normer. Kopplat till detta avhandlingsarbete kan deras slutsats förstås som att möjligheten att uttrycka matematik på många olika sätt bidrar till att utveckla en identitet som matematisk och att ansvaret för detta bland annat ligger på läraren.

Om lärsituationer där alla elever i 7–8 års åldern ser sig som matematiska individer kunde skapas, så ökar förutsättningar att elever skapar identiteter som matematiska individer. Vägen att nå dit är förstås komplex och arbetet med matematikläroboken utgör endast en del av detta identitetsskapande. Men, matematikläroboken används i stor utsträckning i matematikundervisningen och är i mångt och mycket uppbyggd som en fråga och svar-lärobok, och svaren efterfrågas i stort sett alltid i form av matematiska symboler. Då är det inte alls förvånande att eleverna utvecklar en föreställning om att de matematiska symbolerna är det viktigaste teckensystemet. Här väcks en undran om elevernas beskrivningar kopplat till att se sig som en matematisk individ eller inte skulle se annorlunda ut om matematikläroböckerna vore designade på ett sätt som i större utsträckning erkänner elevers visade kunskaper genom olika teckensystem. Detta kan jämföras med Björklund Boistrups (2010) slutsats om att begränsningar i vilka teckensystem som erbjuds elever kan begränsa elevers möjligheter till agens.

En fråga som väcks i relation till elevens agens i arbetet med matematiklärobok är vilka representerade kunskaper som erkänns i matematikläroböcker för årskurs 1. Resultaten visade att matematiska symboler har en särställning redan i årskurs 1. Om representationer genom andra teckensystem än matematiska symboler i större utsträckning erkänns skulle fler elever få möjlighet att se sig som matematiska individer. Detta stöttar elevernas vidare matematiklärande och möjligheten att eleven även fortsättningsvis ser sig som matematisk ökar. Undervisningens utformning avgör vilken agens som skapas för eleverna (Kress, 2010). Med en bra grund i den tidiga matematikundervisningen är det lättare att jobba vidare mot en skola där fler elever utvecklar identiteter som matematiska individer.

Utifrån det resonemang som förts i detta avsnitt skulle en tolkning kunna vara att möjlighet till agens vid elevens individuella arbete med matematikläroboken i kombination med matematikläroböcker som bättre tar vara på elevens visade kunskaper genom olika teckensystem skulle vara det odelat eftersträvansvärda. Detta då möjlighet till agens beskrivits som eftersträvansvärt i flertalet studier (Björklund Boistrup, 2010; Louie, 2019; Norén, 2011). Vid första tanken kan det förefalla så. Men detta vill jag problematisera. En matematiklärobok som öppnar upp för elevens agens skulle automatiskt tappa i tydlighet gällande den erbjudna meningen. Om eleven har stora möjligheter att välja arbetssätt kan detta innebära att delar av övningarnas design kan väljas bort och därmed indirekt att visst matematikinnehåll väljs bort. Detta då vissa teckensystem är bättre lämpade än andra för viss information, till exempel att en subtraktionssituation inte kan visas med hjälp av enbart matematiska symboler. Utifrån detta skulle en matematiklärobok med ökande möjligheter till agens innebära en lärobok som i lägre utsträckning lämpar sig för individuellt arbete.

En slutsats utifrån detta är att arbetet med matematikläroböcker för grundskolans yngsta elever skulle kunna bygga på läroböcker med en didaktisk design som efterfrågar representationer i olika teckensystem samt bygger på två olika typer av lärsituationer. En typ av lärsituation där elevens agens möjliggörs och där arbetssättet inte bygger på individuellt arbete, och en annan typ av lärsituation där eleven kan arbeta individuellt utifrån tydligt designade erbjudanden för att befästa innehåll eleven redan har kännedom om. Utifrån detta resonemang efterfrågas medvetenhet om en balans mellan lärsituationer av de olika typerna i matematikundervisningen. Detta utmanar den rådande matematikundervisningen där elevens individuella arbete ofta utgör

merparten av matematikundervisningen (Engvall, 2013; Kling Sackerud, 2009) och är något jag skulle vilja studera vidare.

8.4 Implikationer för matematikläroböckers utformning

Matematikläroboken ligger till grund för många av de lärsituationer som eleven möter i sin matematikundervisning. Resultatet visade att matematikläroboken som läresurs kan utvecklas på en rad olika sätt. Jag är medveten om att processen att göra matematikläroböcker är komplext och att jag studerat läroboken ur ett perspektiv bland många. Därmed gör jag på inga sätt anspråk på att ge ett fullständigt svar på hur matematikläroböcker kan utvecklas, men utifrån det jag sett under avhandlingsarbetet så kan en pusselbit läggas i detta pussel. I det här avsnittet sammanfattas på vilka sätt matematikläroboken kan utvecklas med utgångspunkt i avhandlingens resultat.

Resultatet visade stora skillnader mellan hur subtraktion presenteras. Merparten av övningarna adresserade ingen subtraktionssituation och om en subtraktionssituation presenterades gjordes den oftast i form av en minskningssituation medan jämförelsesituationer var mer sällsynt förekommande, inte alls i vissa läroboksserier. Genom en ökad medvetenhet om hur ämnesinnehållet presenteras i läroboksserien kan matematikläroboken utvecklas till det bättre. Frågor som läroboksförfattaren kan ställa sig är, kopplat till ämnesinnehållet subtraktion: *Hur presenteras innehållet subtraktion? Erbjuds subtraktion som både minskningssituation och jämförelsesituation?* Med en medvetenhet om hur det matematiska innehållet presenteras i läroboksserien kan läroboksförfattaren bedöma om de lärsituationer som eleven kommer att möta i arbetet med läroboken ger möjlighet till att utveckla god förståelse för ämnesinnehållet. En annan aspekt kopplat till matematikinnehållet handlar om att eleverna ibland löste övningar utan att ta fasta på den matematik som övningen designats till att erbjuda, vilket leder till frågan: *Går det att lösa uppgifterna utan att ta fasta på den matematik som övningen är designad att erbjuda och går det i så fall att åtgärda?*

Resultatet visade även att användningen av olika teckensystem har betydelse för vilka lärsituationer som skapas. Bilden som teckensystem visade sig särskilt komplex. Frågor lärobokstillustratör och författare kan ställa är: *Innehåller bilden information som kan vilseleda eleverna?* Om bilden är designad att erbjuda stöd för beräkning: *Är alla inslag i bilden kopplade till den matematik som övningen ska erbjuda?* I och med att bilderna visade på särskild komplexitet riktas nyfikenhet mot om och i så fall hur samarbete mellan läroboksförfattare och illustratör ser ut. Ett samarbete mellan läroboksförfattare och illustratör

skulle kunna ha positiv inverkan på vad som sedan erbjuds eleverna. Gällande rörliga bilder visade resultatet att detta teckensystem användes i förhållandevis låg utsträckning, trots att detta teckensystem lämpar sig väl till att visa förlopp som exempelvis minskningssituationer. Här finns en potential att utveckla digitala läroböcker. Gällande skrift visade resultatet att det ibland användes mycket få ord, vilket ger litet utrymme för information till eleverna, eller olyckliga ordval som vilseledde en del av eleverna. Även Ebbelind och Segerby (2015) lyfter potentiella svårigheter kopplat till skrift i form av begrepp som behandlades i övningen men inte förklarades för eleven. Frågor som kan ställas till skriften är: *Skulle skriften vara lättare att förstå om några fler ord användes?* och *Används ord som kan vara krångliga eller som kan ge andra associationer eller betydelser än vad som åsyftas?*

Resultatet visade vidare att svaren på uppgifterna mestadels efterfrågas i teckensystemet matematiska symboler samt att detta teckensystem har en särställning som skulle behöva utmanas. Matematikläroböcker skulle kunna utvecklas genom att erbjuda fler övningar där olika teckensystem används för att besvara uppgifterna. Detta skulle kunna beskrivas som läroböcker med större medvetenhet om matematikläroboken som multimodal text. En ökad förekomst av att använda olika teckensystem för att besvara uppgifterna skulle kunna bidra till att utmana de matematiska symbolernas särställning. Frågor som kan vara lämpliga att ställa är därför: *I hur stor utsträckning används andra teckensystem än matematiska symboler för att besvara uppgifter?* och *Går det att använda andra teckensystem än matematiska symboler för att besvara uppgifterna och hur kan de i så fall utformas?*

Resultatet visade även att interaktionen mellan olika teckensystem är av betydelse. Ibland innehöll olika teckensystemen information som var motstridiga andra teckensystem i övningen. Därmed kan följande fråga ställas med avseende på hur de olika teckensystemen interagerar: *Finns motstridig information mellan de olika teckensystemen och går det i så fall att åtgärda?* Ibland krävdes en specifik läsordning för att kunna lösa övningen: *Krävs en viss läsordning för att kunna lösa uppgifterna i övningen och går det i så fall att synliggöras läsordningen i övningens design?*

Ett annat utvecklingsområde rör rutor och andra element som ska guida eleverna. Dessa element kan förstås som semiotiska resurser, de byggstenar som bygger upp teckensystem (van Leeuwen, 2005). En fråga läroboksförfattare och illustratörer kan ställa sig är: *Finns rutor eller andra element i övningen som syftar till att guida eleven och synliggörs i så fall syftet med dessa?*

Resultatet av studie 2 visade på tre olika förhållningssätt: att se övningen som en episod som ska tolkas, som en resurs för att göra en beräkning och som en faktaruta, men när vart och ett av förhållningssätten ska användas lämnas till eleven att avgöra. Detta leder till att högre krav bör ställas på skapare av matematikläroböcker och förslagsvis behöver föreställningen om en model reader (Eco, 1984) breddas för att kunna omfatta fler av de elever som arbetar med matematikläroboken. Ett alternativ skulle kunna vara att tänka sig bredda idén om en model reader till att ha flertalet tänkta användare.

En slutsats i avhandlingens diskussion visade att matematikläroboken skulle kunna bygga på en didaktisk design där två olika typer av lärsituationer erbjuds: (1) En typ av övningar där elevens agens möjliggörs och där arbetssättet inte bygger på individuellt arbete, och (2) en typ av övningar där eleven arbetar individuellt utifrån en tydligt designad erbjuden mening för att befästa innehåll eleven redan har kännedom om. En sådan design skulle kunna medföra att fler elever ser sig som matematiska individer.

Som tidigare nämnts har de här implikationerna sin grund i det perspektiv som varit utgångspunkt i detta avhandlingsarbete och ger således ett bidrag kopplat till hur teckensystem och innehållet subtraktion kan utvecklas i matematikläroböcker, såväl digitala som tryckta. Sammantaget kan konstateras att matematikläroböcker kan utvecklas på en mängd olika sätt och ansvaret för detta ligger delvis på läroboksförfattare och illustratörer, men främst på förlagen som är de ansvariga utgivarna. Med ett större fokus på att granska och utveckla matematikläroböcker och de teckensystem som bygger upp dem kan förlagen som ger ut matematikläroböckerna i högre grad ta ansvar för att elever inte möter onödigt mycket svårigheter i sitt arbete med matematikläroböckerna. Granskning och utveckling av matematikläroböcker bör göras med en ständig strävan efter att utgå från barns perspektiv.

8.5 Förutsättningar för läraren – några pedagogiska implikationer

Så riktas intresset mot läraren. Läraren är, liksom matematikläroboken, del av de förutsättningar och den iscensättning som ligger till grund för lärsituationerna där eleven arbetar med matematikläroboken. Här förs en diskussion om hur läraren kan stödja eleven i detta.

Avhandlingen visade att matematikläroböcker är komplexa att arbeta med och elever behöver stöd i detta arbete. Detta fann även Dyrvold (2016) och Segerby (2017). Även med väl planerad undervisning och gedigna genomgångar kommer matematikundervisning med matematiklärobok till den

punkt att eleven jobbar själv med boken. Stöd i att arbeta med matematikläroboken får stöd av Segerby och Chronaki (2018) som drar slutsatsen att eleverna behöver undervisning i att läsa och skriva i matematik för att minimera risken att de lär sig mindre framgångsrika strategier, strategier som i värsta fall följer eleverna genom hela skolgången.

Resultaten av denna avhandling visade att informationen genom de olika teckensystemen bidrar till komplexitet och att framför allt bilderna var komplexa för eleverna att arbeta med. Detta pekar mot att en ökad medvetenhet om matematikläroboken som multimodal läresurs skulle gagna matematikundervisningen med lärobok. Detta resonemang ligger i linje med såväl Björklund Boistrup (2010) som Dyrvold (2016) och Grönlund, Wiklund, & Böö (2017). Lärare som har goda kunskaper om matematikläroboken som multimodal läresurs kan iscensätta mer ändamålsenliga lärsituationer och har därmed bättre förutsättningar att kunna möta upp eleverna i deras arbete. Segerby och Chronaki (2018) framhåller att denna typ av undervisning är särskilt viktig i de tidiga årskurserna och med utgångspunkt i detta avhandlingsarbets resultat bör teckensystemet bild särskilt fokuseras i arbetet.

Elevernas meningsskapande utgår från olika meningspotentialer i matematikläroboken vilket leder till att de möter olika matematikinnehåll. Utifrån detta drogs slutsatsen att även om klassens alla elever arbetar med samma innehåll så möter de olika matematikinnehåll i sitt individuella arbete med matematikläroboken. Detta utgör en stor komplexitet och utmaning för läraren då denne ska möta varje enskild elev i dennes meningsskapande. Detta indikerar en matematikundervisning där kommunikation mellan lärare och varje enskild elev är central.

Under nästan trettio år har den granskande funktionen av läromedel legat på redan högt arbetsbelastade lärare. En arbetsuppgift, som tagen på allvar, måste ses som omfattande. Studie 1 visade att svenska matematikläroböcker skiljer sig åt. Det innebär att val av matematiklärobok är en viktig uppgift för läraren, då matematikläroboken påverkar vilken lärsituation som iscensätts. En stor skillnad mellan matematikläroboksserierna avsåg antalet övningar som visar de olika subtraktionssituationerna. Om matematikläroboksserien exempelvis inte visar subtraktion som jämförelse kommer det att bli den enskilda lärarens ansvar att erbjuda lärsituationer som ger eleverna den erfarenheten, något som läraren i Pansell och Björklund Boistrup (2018) gör. Det kommer att innebära merarbete för läraren, vilket inte skulle behövas om läroboksserien erbjuder lärsituationer i båda subtraktionssituationerna. Dels ansvarar lärarna för att välja en matematiklärobok som går i linje med rådande

styrdokument. Dels ska de beakta hur matematikinnehåll, exempelvis subtraktion, erbjuds och hur olika teckensystem används. Dessa aspekter är förstås enbart en del av vad läraren behöver beakta i val av matematiklärobok. Andra områden att beakta är exempel: genus, etnicitet och andra aspekter av mångfald. Förutom detta undervisar de allra flesta lärare dessutom i flera olika ämnen, vilket ökar arbetsbelastningen ytterligare. Detta ger sammantaget läraren en mycket omfattande arbetsuppgift och därför borde läraren erbjudas stöd i detta arbete. Ansvar för val av läroböcker borde inte enbart ligga på de redan högt arbetsbelastade lärarna.

8.6 Fortsatt forskning

Arbetet med avhandlingen har väckt många frågor som kan utgöra grund för fortsatt forskning. Jag har samlat dem i tre områden, forskningsprojekt kopplat till: matematikläroboken, eleven och begreppet agens.

Under arbetet med studie 1, multimodal läroboksanalys, framkom flera olika områden som jag skulle vilja undersöka vidare. Först och främst skulle jag vilja studera lärobokens skapare i och med att dessa aktörer är centrala för de meningserbjudanden eleverna möter i sitt arbete med matematikläroboken. Lärobokens skapare utgörs främst av läroboksförfattare och illustratör, men även grafiska formgivare och när det gäller digitala matematikläroböcker också digitala formgivare. Det vore intressant att studera processen vid skapande av matematikläroböcker och hur samarbetet mellan lärobokens olika skapare ser ut. Ett sådant projekt skulle komplettera detta avhandlingsarbete i och med att fokus då flyttas från elev och lärare till en aktör som skapar förutsättningar för elev och lärare.

Analysen i studie 2, avseende elevers meningsskapande, visade att bilden som teckensystem kunde vara särskilt utmanande att tolka för eleverna. Några aspekter av vad detta kan bero på gav studien svar på men det behövs mer kunskap om bilden som teckensystem och om vilka aspekter som påverkar bildens komplexitet. Andra områden kopplat till matematikläroboken som vore av intresse att studera vidare är elevers arbete med digitala läroböcker och studier i form av interventioner där matematikläroböcker med mer multimodal utformning kan utformas och provas.

Den här avhandlingen har inte lyft genusperspektivet kopplat till elevers arbete med matematikläroböcker, men det vore givetvis relevant. Under analysarbetet av studie 2 kunde jag se vissa skillnader mellan flickors och pojkars arbete, där fler pojkar än flickor visade tilltro till sig själv i meningsskapandet med matematikläroboken. Detta vore intressant och viktigt att studera vidare.

Under arbetet med studie 2 fanns hela tiden begreppet agens med som ett möjligt analysbegrepp. Tankar om att utgå från agensbegreppet i analysarbetet fanns under arbetet med såväl artikel III som IV, men i och med att andra analyser framstod som mer relevanta i den fasen fick begreppet vänta till den avslutande analysen för avhandlingsarbetet. Elevens upplevelse av möjlighet att agera självständigt i relation till matematik känns därför som ett mycket relevant område att studera vidare. Under analysen utifrån agensbegreppet framstod relationen mellan agens och matematiskhet som såväl central som intressant. Mer kunskap om agens och matematiskhet kan ge kunskap som kan bidra till att ge förutsättningar för att erbjuda matematikundervisning där alla elever känner delaktighet och intresse.

8.7 Slutord

I inledningen beskrev jag hur diskussionen om matematikläroboken inte skulle komma att handla om dessa ska användas i undervisningen utan snarare *hur*. Detta vill jag nu knyta an till. Matematikläroboken kan utgöra en lärresurs som stöttar elevernas matematiklärande men också lärarnas planering. Pansell (2018) beskriver hur matematikläroboken möjliggjorde att läraren fick tid till att utveckla sin undervisning. Läroboken utgjorde således en möjlighet för läraren att kunna iscensätta annan undervisning än individuellt arbete i densamma. Detta belyser även Hagarty och Pepin (2017). De lyfter behovet av matematikläroböcker som inte bara ger stöd åt eleverna utan även lärarna. Detta är en viktig och intressant vinkel när det gäller utvecklingen av matematikläroböcker, att skapa läroböcker som ger såväl elever som lärare stöd. God matematikundervisning handlar inte om att använda lärobok eller inte utan om att använda läroboken på ett sätt som gagnar elevernas matematiklärande. Två områden som ringades in av Björklund Boistrup (2017a) var för det första att fokusera öppna, genuina frågor samt matematiska processer och för det andra att fokusera resonemang, undersökande och definierande i matematikundervisningen. När eleven möter nytt matematikinnehåll ska detta inte ske genom individuellt arbete med läroboken, men när eleven behärskar matematikinnehållet lämpar sig läroboken ypperligt för att träna och befästa. Dock ansluter jag mig här till Louies (2019) ståndpunkt att det nogå bör understrykas att diskussioner om att utveckla matematikundervisning ska göras utan att lägga skuld på den hårt arbetande lärarkåren. För att kunna utveckla matematikundervisningen krävs att lärarna får förutsättningar för detta.

Det är av största vikt att stödja elevers arbete med matematikläroböcker. Sammantaget kan konstateras att arbetet med matematikläroboken är en komplex aktivitet som kräver stort ansvar och djupgående kunskaper av såväl lärare som läroboksförfattare, illustratörer och förlag för att i slutändan skapa goda lärtillfällen där alla elever ser sig själva som matematiska individer.

9 English summary

Introduction and aim

This thesis examined students' work with mathematics textbooks in Year 1 of Swedish elementary school. Mathematics textbooks are common teaching resources (Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2012). According to the TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) and other comparative international studies, mathematics textbooks are more highly used in the Baltic and Nordic countries than the global average (Grevholm, 2017). More than 75 percent of primary school students worldwide use mathematics textbooks in their mathematics education; in Sweden, this applies to over 90 percent of students (Mullis, Martin, Foy, & Arora). Thus, students' mathematics learning largely involves work in mathematics textbooks. No matter how much the teacher plans and teaches, mathematics teaching often involves individual work with mathematics textbooks (Boesen et al., 2014; Skolverket, 2014). Therefore, students need to be able to work individually with their mathematics textbook. Thus, the teacher does not constitute the object of study for this thesis. From the theoretical perspective of this thesis, this is understood as the student's meaning-making when working with mathematics textbooks.

The aim of this thesis was to contribute knowledge and an understanding of how students make meaning in their work with mathematics textbooks. Central to the thesis is the textbook's designed meaning potentials, or the meaning potential needed to solve the exercise as designed, and the students' meaning-making when working with the textbooks. With regard to the students' meaning-making, interest is directed first, to the student's specific meaning-making in the work with the textbook and second, to the students' opportunities for agency in the work with the textbook. This means that it is the limited activities in which the student works individually with her mathematics textbook. The thesis was delimited to Year 1 (students aged 7–8 years) and the area of subtraction in both printed and digital mathematics textbooks. Interest is directed to the various resources for communication, or modes (e.g. Kress, 2010) in the mathematics textbook, such as images, mathematical symbols, moving images, writing and speech.

The aim is clarified in the following research questions:

- How are Swedish mathematics textbooks for Year 1 designed with respect to subtraction and different modes?

- What meaning do students make when working with mathematics textbooks with regard to subtraction and different modes?
- How can students' meaning making be understood with the concept of student agency?

The first two are answered in the articles written as part of this research, and the third research question is answered in the introductory part of the thesis.

Previous Research

Textbook research in general is relatively well explored (see, for example, Special Issues of ZDM—Mathematics Education, volume 45 (5), 2013 and volume 50 (5), 2018). However, textbook research that focuses on primary school textbooks and multimodal aspects is limited. Twenty-first century textbooks contain less writing and more images than older textbooks (Bezemer & Kress, 2010). Dyrvold (2016) analyzed Program for International Student Assessment (PISA) data and data from the national mathematics test and found no relation between the number of modes and how demanding the task was. However, she found that the combination of modes and the images was part of how demanding the task was. Studies show that images can put abstract phenomena into practice for students (Nugroho, 2010), while other studies show that images in primary school mathematics textbooks are hard to make meaning of (Sutherland, Winter & Harris, 2001; Jellis, 2008).

Student's meaning-making when working with mathematics textbooks

Textbook research focusing on younger students is a fairly unexplored area. Most studies focus on students between the ages of 8 and 11, starting from a relatively large number of students—about 80 students or more—and most are based on quantitative data. Amiripour, Dossey and Shahvarani (2017) studied writing as well as mathematical symbols in problem solving among four classes (aged 9–11 years), and they showed that the students relied heavily on the mathematical symbols.

In a study aimed at developing a framework for analyzing multimodal interaction, Alshwaikh (2011) studied students (aged 13–14 years) from the United Kingdom and Palestine who worked with diagrams from various mathematical texts, including mathematics textbooks, from a multimodal social-semiotic perspective. Alshwaikh noted that a multimodal perspective on communication provides a more detailed picture of how students make meaning in when working with mathematics textbooks.

Four Swedish theses have been written focusing on mathematics, multimodality and social semiotics. Björklund Boistrup (2010) conducted a case

study assessing students aged 10. Segerby (2017) studied Year 4 students' work with mathematics textbooks, with the help of Educational Design Research (Segerby, 2014). The results showed that the students needed to develop strategies and writing skills in order to work with the textbooks. Dyrvold (2016) studied Year 9 students' work with PISA assignments and national mathematics tests. The results showed that it was difficult for the students to read the tasks and that this was related to the combination of modes and that images were included in the difficulty. Dyrvold (2016) and Segerby (2017) concluded that mathematics textbooks are difficult to read and that modes are related to this difficulty. The fourth of the theses was carried out by Pansell (2018), who studied a teacher's mathematics teaching in Year 5. She described how the textbook had a prominent role in the teacher's teaching, both as a task bank and as a way to challenge high-performing students.

Student agency and students' mathematics learning

The concept of agency is used in cognitive and social perspectives on learning. Based on social semiotics and Halliday's functional linguistics, Morgan (2016) used discourse analysis in a method-development study on how mathematics education enables agency linked to mathematics learning. Björklund Boistrup (2010) used agency from a design-oriented perspective, similar to the present thesis. She studied assessment in mathematics education communication. The results showed that the students' agency increased if the teachers showed interest in what the students showed knowledge of, instead of teachers assuming an evaluative role. She also concluded that limitations in the modes offered to students might limit students' opportunities for agency.

Theoretical framework

The theoretical point of departure for this thesis is a design-oriented multimodal perspective (Selander & Kress, 2010). A design-oriented perspective is based on a social-semiotic perspective (see, for example, Hodge & Kress, 1988; Kress, 2010; van Leeuwen, 2005) and can be seen as a didactic application of social semiotics (Leijon & Lindstrand, 2012). The perspective provides tools for theoretically understanding students' meaning-making and, in the long run, being able to contribute knowledge regarding the textbook as a teaching resource, students' meaning-making thereof and the conditions for teacher work. Theoretically, the thesis approaches the subject from a design-oriented multimodal perspective, which focuses on the individual's meaning-making in a social and cultural context (Selander & Kress, 2010). From this perspective, meaning-making is always multimodal—it is made through different

modes. "Multimodal" refers to the perspective's assumption that all communication takes place through various modes, such as images, gestures, speech and writing (Kress & van Leeuwen, 2001).

Central to a design-oriented perspective is the individual's selection and configuration of modes through meaning-making activities. A design-oriented perspective provides tools for studying situated learning in the school as an institution, with the opportunity to study meaning-making as a multimodal activity (Kempe & Selander, 2008). This perspective enables studies of staged learning situations focusing on specific knowledge content (Selander & Kress, 2010).

A design-oriented multimodal perspective is well suited to the study's focus on mathematics because this subject is multimodal in nature (O'Halloran, 2000, 2005). In order to learn, understand and use mathematics, the individual must be able to make meaning in different modes, with the different modes making meaning in different ways and together creating an understanding of the subject. The specific theoretical concepts used in the thesis are design, communication, meaning-making, learning, modes, meaning potential and student agency.

Research design and methods

My interest in what is designed to be offered to the student and what the student's meaning making when working with the textbook led me throughout this work. The mathematics textbook's designed meaning potential and the students' meaning-making when working with the textbook have been central to understanding the mathematics textbook as a teaching resource and the students' work with the textbook. The former indicates the content that is designed into the textbook, and the latter is the learning situation that takes place. The ambition was to design studies that could make the focus of this visible, which led to two studies: Study 1, Multimodal textbook analysis and Study 2, Students' meaning-making.

Study 1: Multimodal textbook analysis

Study 1 focuses on mathematics textbooks and what the mathematics textbooks for Year 1 in the Swedish market offer in terms of subtraction. The purpose was to map out all Swedish Year 1 mathematics textbooks, focusing on exercise design, and to understand the meaning potential of the mathematics textbook. This study answers the first research question. The textbooks were analyzed in terms of multimodality and subtraction, in two ways. The first

analysis consisted of a descriptive textbook analysis of how subtraction is presented in Swedish mathematics textbooks for Year 1 in general (Article I). To gain an understanding of the relationship between the different modes, a selection of 2–4 textbook pages from each mathematics textbook series for Year 1 was then analyzed regarding how they offer different modes (Article II).

A descriptive textbook analysis mapping out modes and subtraction

The first analysis was a descriptive textbook analysis mapping out the exercise design in Swedish Year 1 mathematics textbooks, totally. It is linked to research question 1 and is described in its entirety in Article I. The results of this analysis can be generalized to how mathematics textbook series for Year 1 in the Swedish market offer subtraction. The analysis was carried out based on (1) the various modes found in the exercises and (2) Fuson's (1992) subtraction situations. The occurrences of these were quantified.

A multimodal qualitative textbook analysis focusing on subtraction

The second analysis was based on qualitative data of how mathematics textbook series for Year 1 are structured with respect to subtraction as well as multimodality in Swedish mathematics textbook series for Year 1. This analysis is also linked to research question 1 and is described in its entirety in Article II. The qualitative analysis focused on how the relationship between the different modes can be understood in a selection of textbook pages. Here, the meaning potential was studied in the form of the designed offer: the mathematical content that the exercise is designed to offer students. The first analysis gave an overall picture of what the textbook series offers in general, and the second offers an understanding of how the various modes together create this offer.

Study 2: Students' meaning-making

Study 2 focuses on students' meaning-making when working with mathematics textbooks. Here, research question 2 is answered. In this study, the aim was to carry out research based on children's perspectives. Study 2 specifically investigates students work with mathematics textbooks regarding subtraction. The focus here was the designed meaning potential and the students' meaning-making. The data that formed the basis for the analysis in Study 2 were the selected textbook pages, the teacher's guide to the used mathematics textbook series, video material of students' work with these pages and representations in the form of student responses. The analysis was directed to two questions: *What mathematical content is the exercise designed to offer?* and *What*

do the students discover when working with the mathematics textbook? Two articles were written based on this study (Articles III and IV).

With a multimodal approach, an effort is made to make all modes used in communication visible. In this study, the modes of speech, gesture and tone were made visible in the video material, while writing, mathematical symbols and illustrations were made visible in the students' written representations, in the form of student responses using paper and pen. Each mode composes an analytical unit.

Summary of the articles

Article I: Mapping out Swedish mathematics textbooks, focusing on modes and subtraction

The purpose of the first article was to map out Swedish mathematics textbooks for Year 1 with a focus on how the exercises were designed, according to their modes and subtraction content.

This descriptive textbook analysis included all printed and digital textbook series for Year 1 on the Swedish market published in 2011–2017, comprising 16 printed and four digital series. The data material comprised approximately 1,700 textbook pages and just over 2,200 different exercises. The exercises were categorized based on the occurrence of subtraction exercises, possible subtraction situations based on Fuson's (1992) categories and the occurrence of different modes, specifically images, moving images, mathematical symbols, speech and writing (e.g., Kress, 2014). The mode(s) that informed what subtraction situation was shown were also documented.

The results indicated that 31 percent of the exercises showed a take away situation, 6 percent showed a comparison situation and 63 percent showed no subtraction situation. In six of the textbook series, subtraction did not occur as a comparison at all. The results indicated that all modes were common except for moving images. To answer the questions in the exercises, mathematical symbols were used almost exclusively. There are major differences between the textbook series in terms of the number of pages that contain subtraction, the use of various modes, and how the two subtraction situations are presented. The differences between printed and digital textbooks, on the other hand, were small.

The conclusions are as follows: (1) there were major differences between the textbook series in terms of how subtraction is presented, (2) printed textbooks still dominate the market and (3) digital textbooks often offer learning situations similar to those in the printed textbooks.

The discussion dealt with the importance of exposing students to both types of subtraction situations in their mathematics textbooks to facilitate their comprehensive understanding of the concept of subtraction. In some textbook series, more reading of writing was required, whereas others required more reading of images. It is therefore important to consider which modes are used and how they are used when designing mathematics textbooks. The use of moving images can be developed to offer students more varied learning situations, as moving images are well suited for displaying mathematical events such as take away situations. Overall, the study shows that mathematics textbook series differ. This makes mathematics textbook selection important, as textbooks influence teaching design.

Article II: Meaning potential in mathematics textbooks

The purpose of the second article, (Norberg, 2019), was to describe and analyze how subtraction in printed and digital Swedish Year 1 mathematics textbooks can be understood from a multimodal perspective.

The selection was based on the descriptive textbook analysis included in Article I. From this sample, 40 pages (2 to 4 pages from each textbook series) were selected. The inclusion criteria were that the exercises showed breadth in the subtraction exercises' design in terms of the subtraction situation and how the various modes were used. The analysis was conducted using Danielsson's and Selander's (2014) *Model for working with multimodal texts in education*.

The results indicated that the modes were used in various ways in the exercises, both between mathematics textbooks and within the same textbook. Three approaches were needed to solve the exercises: (1) as an episode to be interpreted, (2) as a resource for making a calculation and (3) as a guide box. Sometimes, exercises included more information than necessary. The results also indicated that exercises sometimes included conflicting information in their various modes, and a certain reading order was sometimes required to solve the exercises' tasks. In addition, it was sometimes possible to solve the tasks without discovering the mathematics that the exercise was designed to teach, and, in many cases, the digital exercises offered the same learning situation as the printed textbook.

The complexity described above may present difficulties for students when working with the textbook. Students need support in such work, and special attention should be paid to exercises containing several parts, including guide boxes. Students may also need support in identifying which mode or modes offer the information needed to solve the exercise and which mode

or modes contain the information necessary to discover the exercise's mathematical content. All in all, these challenges can make staging good learning situations difficult unless teachers, textbook publishers and textbook writers become more aware of how different modes contribute to what students encounter in their mathematics education.

Article III: Students' meaning-making when working with mathematics textbooks

The purpose of the third article was to understand how Year 1 students make meaning when working with mathematics textbooks. To understand this, the textbook's designed meaning potential was studied and compared to what the students discovered when working with the textbooks. The designed meaning potential is understood as the affordance needed to solve an exercise as designed.

The data consisted of 7 selected textbook pages that dealt with subtraction, video material from 18 students' work with these textbook pages and the students' representations of their work. The video material consisted of 450 minutes of film, or 19–44 minutes per student. My role alternated between that of an observer and a participant as I asked the students questions. The textbook pages were analyzed in the same way as in Article II. The video material was analysed multimodally based on what was said, drawn and conveyed nonverbally. The transcripts were coded based on the article's aim, and condensed meanings were summarized in a matrix.

First, the results showed that the textbook's designed meaning potentials are complex in terms of how various modes are used and the procedures required to solve the exercises according to the design. Second, the results showed that students use various approaches when working with mathematics textbooks. The approaches can be summarized in four categories: meaning-making based on (1) the image, (2) mathematical symbols, (3) writing or (4) the solved example in the exercise. Finally, the results indicated that students sometimes discovered other meaning potentials than those designed and thus practiced other mathematical content.

The discussion addressed the fact that the designed meaning potential in the textbook is not the always what the students actually work with. The discussion also dealt with how students try to understand the textbook's designed offer but sometimes discover other meaning potentials. One conclusion derived from this was that mathematics textbooks can be developed as a teaching resource and that textbook writers should become more aware of their use of various modes. A statement was made about the fact that teachers

who are aware of textbooks' complexity can better plan and stage good learning situations for students.

Article IV: Students' meaning-making when working with images in mathematics textbooks

The aim of the fourth article was to understand how students make meaning when working with images in Year 1 mathematics textbooks. The studied images included the textbooks' images and, where applicable, students' self-drawn images.

The data material and the method of analysis were based on the same design as in Article III: video recordings of 18 students' work with exercises from 7 pages selected from their mathematics textbooks, 7 selected subtraction exercises and the students' representations.

The results indicated that the images in the selected exercises were designed to offer different content: they sometimes showed an episode that should be interpreted, a recourse for calculation or served as a guide box. In addition, some images were not linked to the calculations that should have been. The results also indicated that the students sometimes discovered the designed offer in the image but sometimes did not. This resulted in five categories: (1) the student discovered the designed offer but did not use the image, (2) the student discovered the designed offer and used the image for calculation, (3) the student discovered the designed offer and used the image for calculation after receiving support from me, (4) the student discovered parts of the designed offer and used the image for calculation after receiving support from me and (5) the student did not discover the designed offer. Some students also stated that it was desirable to solve the tasks without using the images. This was also shown through action when students used the images but did so discreetly. This only emerged when I specifically asked whether the student used the images.

The discussion emphasized that images should receive more attention in textbook based mathematics teaching and that teachers should teach students more extensively about how to use the images. Publishers and textbook illustrators' increased awareness of the complexity of images in the creation and development of mathematics textbooks was also discussed. The students' statement that it was desirable to solve the tasks without using the images was also problematized, as this could lead to the students' failure to discover the mathematics that the exercise was designed to offer. By extension, this could affect the students to develop identities as mathematical individuals,

which could be negative not only for the individual student, but also for society at large.

Mathematics textbooks and student agency

The thesis's results were analyzed in terms of agency to further deepen the understanding of students' meaning-making when working with mathematics textbooks. The analysis of the mathematics textbooks' designed offers showed examples of exercises that did not allow student agency but also examples in which the design of the mathematics textbook made it possible for the students to take agency. In those examples, the student could choose working methods by, for example, choosing the order in which the modes were used or choosing which modes to use.

The student's possibility for agency is also affected by the prevailing notion that successful mathematics students do not use images, but base their meaning-making on the mathematical symbols. The space for increased agency that the design sometimes entails shrinks from the prevailing notion that it is more desirable to solve the tasks without using the images. Therefore, although it is possible to choose to work with the images, there is resistance to this approach, as it is not the most desirable way to solve the tasks. Thus, although mathematics textbooks are being developed to offer more exercises in which possibility for student agency, this is insufficient to enable more students to discover themselves as mathematical individuals. To achieve this goal, the notion that images are for those who find mathematics difficult must be challenged and changed.

Conclusions and discussion

All in all, three conclusions were drawn. First, the mathematics textbook as a teaching resource could be developed, both printed and digital mathematics textbooks. With greater awareness of modes as various forms of expression for the textbooks' mathematics content, complexities can be detected more easily. Second, the complexity of the students' individual work with the mathematics textbook was highlighted. The students' individual work should start from a basis where the student understands the design of the exercise so that the student's meaning-making can be directed to the designed offer. To achieve this, the student needs support in identifying what information each mode contributes to the exercise. In this way, students' meaning-making will more often lead to learning in line with the textbook author's intentions. Third, it was made clear that for more young students to discover themselves

as mathematical individuals, it is necessary to question the notion that mathematical symbols are the most important mode for young learners and that images are for those who find mathematics difficult.

Based on these conclusions, a question can be raised concerning students' potential for discovering themselves as mathematical individuals. Mathematics textbooks are widely used in mathematics teaching and are, in many ways, textbooks filled with questions that should be answered. These answers are almost always in the form of mathematical symbols. It is therefore not surprising that students develop the notion that the use of mathematical symbols is the most important mode. Here, one wonders whether the students' self-discovery as mathematical individuals would be different if the mathematics textbooks more fully recognized students' meaning making using various modes. This can be compared with Björklund Boistrup's (2010) conclusion that limitations regarding which modes are offered to students can limit their opportunities for agency.

One question raised in relation to the students' possibilities to take agency when working with mathematics textbooks is as follows: What knowledge is recognized in Year 1 mathematics textbooks? The results indicated that mathematical symbols already in Year 1 occupy a special position. If modes other than mathematical symbols are more widely recognized as knowledge, more students will discover themselves as mathematical individuals. This supports students' further mathematics learning and the possibility that they will continue to view themselves as mathematical individuals. The design of the teaching determines the students' capacity for agency (Kress, 2010). With a good foundation, it is easier to work toward a school in which more students discover themselves as mathematical individuals.

Implications for designing mathematics textbooks

This section summarizes the ways in which mathematics textbooks can be developed based on the thesis's results. I am aware that textbook design is a complex task and that I have studied textbooks from one perspective of many. Thus, I do not in any way claim to provide a comprehensive answer. Questions that textbook writers and illustrators may ask include the following:

1. To what extent is subtraction presented as take from situations, as a comparison or as subtraction without connections to any subtraction situation?
2. Does the image contain information that might mislead students?
3. Are all elements of the illustration linked to the mathematics that the exercise offers?

4. To what extent are various modes used to answer the questions?
5. Are there boxes or other elements in the exercise that aim to guide the student, and, if so, are they visible?
6. Do the various modes present conflicting information, and can this be corrected?
7. Is it possible to solve the tasks without discovering the mathematics that the exercise is designed to offer, and, if so, can it be corrected?
8. Is a specific reading order required to solve the exercises, and, if so, can the reading order be made visible in the exercises' design?

Pedagogical implications

Like the mathematics textbook, the teacher is part of the prerequisites and the planning that underlie learning situations in which students work with mathematics textbooks. The results indicate that increased awareness of mathematics textbooks as multimodal teaching resources would benefit mathematics education that uses mathematics textbooks.

Choosing a mathematics textbook is an important task for teachers, as the textbook influences which learning situation is offered. A considerable difference between the mathematics textbook series relates to the number of exercises that show the various subtraction situations. If the mathematics textbook series does not show subtraction as a comparison, it is the responsibility of the individual teacher to provide learning situations that give students that experience. This means more work for the teacher. In Sweden, teachers are responsible for choosing mathematics textbooks that align with their current curriculum. They should also consider how mathematical content such as subtraction is offered and how various modes are used, as this thesis shows. Of course, these aspects are only part of what teachers must consider when choosing mathematics textbooks. Other areas include aspects such as gender and ethnicity. In addition, the vast majority of teachers also teach several subjects, which further increases their workload. All in all, this makes teaching a demanding and time-consuming task. Support is therefore in order. The task should not completely depend on teachers, who already have heavy workloads.

10 Referenser

- Alshwaikh, J. (2011). *Geometrical diagrams as representation and communication: A functional analytic framework*. Diss. London: Institute of Education, University of London.
- Alshwaikh, J. & Morgan, C. (2014) *Analysing Palestinian mathematics textbooks*, *Research in Mathematics Education*, 16(1), 71–72. DOI: [10.1080/14794802.2013.849081](https://doi.org/10.1080/14794802.2013.849081)
- Alvesson, M. & Sköldberg, K. (2008). *Tolkning och reflektion: vetenskapsfilosofi och kvalitativ metod*. (2. uppl.) Lund: Studentlitteratur.
- Amiripour, P, Dossey, J.A., & Shahvarani, A. (2017). Using a new schema approach with primary at-risk students in word problem solving. *REDIMAT*, 6(3), 228–255. DOI: [10.1783/redimat.2017.2612](https://doi.org/10.1783/redimat.2017.2612)
- Arizpe, E. & Styles, M. (2002). *Children reading pictures: Interpreting visual texts*. London: Routledge Falmer.
- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a Multimodal Process. *Revista Latinoamericana De Investigación En Matemática Educativa*, 9(4) (especial), 267–299.
- Bartolini Bussi, M. G., Canalini, R., & Ferri, F. (2011). Towards cultural analysis of content: Problems with variation in primary school. I J. Novotna & H. Moraova (red.), *Proceedings of SEMT'11, international symposium elementary math teaching: The mathematical knowledge needed for teaching elementary school* (s. 9–20). Prague: Faculty of Education, Charles University.
- Beishuizen, M. (2001). Different approaches to mastering mental calculation strategies. I J. Anghileri (red.), *Principles and practices in arithmetic teaching*. (s. 119–130). Buckingham, U.K.: Open University Press.
- Berger, M. (2017). Reading mathematics text: A study of two empirical readings. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(2), 385–404. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9867-6>
- Berger, M. (2019). Different reading styles for mathematics text. *Educational Studies in Mathematics*, 100, 139–159. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9871-y>

- Bezemer, J. & Kress, G. R. (2010). Changing text: A social semiotic analysis of textbooks. *Designs for Learning*, 3(1–2), 10–29. DOI: <https://doi.org/10.16993/dfl.26>
- Bezemer, J. & Kress, G. R. (2016). *Multimodality, learning and communication: A social semiotic frame*. London: Routledge.
- Bezemer, J & Mavers, D. (2011). Multimodal transcription as academic practice: a social semiotic perspective, *International Journal of Social Research Methodology*, 14(3), 191–206. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/13645579.2011.563616>
- Björklund Boistrup, L. (2010). *Assessment discourses in mathematics classrooms: A multimodal social semiotic study*. Diss. Stockholm: Stockholm University.
- Björklund Boistrup, L. (2015). Governing through implicit and explicit assessment acts: Multimodality in mathematics classrooms. I M. Hamilton, R. Heydon, K. Hibbert & R. Stooke (red.), *Negotiating spaces for literacy learning: Multimodality and governmentality* (s. 131–148). London: Bloomsbury books.
- Björklund Boistrup, L. (2017a). Assessment in mathematics education: A gatekeeping dispositive. I H. Straehler-Pohl, N. Bohlmann & A. Pais (red.), *The disorder of mathematics education. Challenging the sociopolitical dimensions of research* (s. 209-230). Cham: Springer.
- Björklund Boistrup, L. (2017b). Multimodalitet och matematik. I E. Insulander, S. Kjällander, F., Lindstrand & A. Åkerfeldt (red.), *Didaktik i omvandlingens tid: Text, representation, design* (s. 114–123). Stockholm: Liber.
- Björkvall, A. (2009). *Den visuella texten: Multimodal analys i praktiken*. Stockholm: Hallgren & Fallgren.
- Björkvall, A. & Karlsson, A-M. (2011). The Materiality of Discourses and the Semiotics of Materials: A Social Perspective on the Meaning Potentials of Written Texts and Furniture. *Semiotica* 187(1-4), 141-65. DOI: 10.1515/semi.2011.068
- Boaler, J. (2002). The development of disciplinary relationships: Knowledge, practice and identity in mathematics classrooms. *For the Learning of Mathematics*, 22(1), 42–47.

- Boesen, J., Helenius, O., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Lithner, J., Palm T & Palmberg, B. (2014). Developing mathematical competence: from the intended to the enacted curriculum. *The Journal of Mathematical Behavior*, 33, 72–87. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.10.001>
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970–1990*. Dordrecht, Nederlanderna: Kluwer Academic.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts. I R. Lesh & M. Landau (red.), *Acquisition of mathematics: Concepts and processes* (s. 7–44). New York: Academic Press.
- Cayton-Hodges, G.A., Feng, G., & Pan, X. (2015). Tablet-Based Math Assessment: What Can We Learn from Math Apps? *Educational Technology & Society*, 18, 3–20.
- Collopy, R. (2003). Curriculum materials as a professional development tool: How a mathematics textbook affected two teachers' learning. *Elementary School Journal* 103, 287–311. DOI: <https://doi.org/10.1086/499727>
- Danielsson, K. & Selander, S. (2014). *Se texten! - Multimodala texter i ämnesdidaktiskt arbete*. Stockholm: Gleerups.
- Danielsson, K. & Selander, S. (2016). Reading multimodal texts for learning – A model for cultivating multimodal literacy. *Multimodal Literacy. Designs for Learning*, 8(1), 25–36. DOI: <https://doi.org/10.16993/dfl.72>
- de Freitas, E. & Sinclair, N. (2012) Diagram, gesture, agency: theorizing embodiment in the mathematics classroom *Educational Studies in Mathematics*, 80(133), 133–152. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9364-8>
- de Freitas, E. & Sinclair, N. (2013). New Materialist Ontologies in Mathematics Education: The Body In/of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics* (83)3, 453–470. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9465-z>
- Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics* (61)1, 103–131. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Dyrvold, A. (2016). The role of semiotic resources when reading and solving mathematics tasks. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 21(3), 51–72.

- Ebbelind, A., & Segerby, C. (2015). System functional linguistics as a methodological tool in mathematics education. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(1), 33–54.
- Eco, U. (1984). *The role of the reader. Explorations in the semiotics of text*. Bloomington: Indiana University Press.
- Egelström, M. (2019). *Samma lärare – olika praktiker? en studie av literacy och meningsskapande i grundskolans tidiga ämnesundervisning*. Diss. Umeå: Umeå universitet, 2019. Umeå.
- Emirbayer, M., & Mische, A. (1998). What is agency? *American Journal of Sociology*, 103(4), 962–1023.
- Englund, B. (1999). Lärobokskunskap, styrning och elevinflytande. *Pedagogisk forskning i Sverige*, 4(4), 327–348.
- Englund, B. (2006). *Vad har vi lärt oss om läromedel? - en översikt över nyare forskning: underlagsrapport till Läromedelsprojektet*. Stockholm: Skolverket.
- Engvall, M. (2013). *Handlingar i matematikklassrummet: en studie av undervisningsverksamheter på lågstadiet då räknemetoder för addition och subtraktion är i fokus*. Diss. Linköping: Linköpings universitet.
- Fan, L., Zhu, Y. & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM The International Journal of Mathematics Education*, 45(5), 633–646. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x>
- Flewitt, Hampel, Hauck & Lancaster. (2014). What are multimodal data and transcription?. I C. Jewitt (red.), *The Routledge handbook of multimodal analysis*. (2. uppl.). (s. 40–53). Abingdon, Australien: Routledge.
- Foxman, D., & Beishuizen, M. (2002). Mental calculation methods used by 11-year-olds in different attainment bands: A reanalysis of data from the 1987 APU survey in the UK. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1-2), 41–69.
- Fuson, K. C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. I D. A. Grouws (red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (s. 243–275). New York: Macmillan.
- Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Human, P. G., Olivier, A. I., Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1997). Children's conceptual structures for mulitdigit numbers and methods of multidigit addition

- and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(2), 130–162. DOI: <https://doi.org/10.2307/749759>
- Gibson, J. J. (1986). *The ecological approach to visual perception*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Grevholm, B. (red.). (2017). *Mathematics textbooks, their content, use and influences: Research in Nordic and Baltic countries*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Grönlund, Å., Wiklund, M. & Böö, R. (2017). No name, no game: Challenges to use of collaborative digital textbooks. *Education and Information Technologies*, 23(3), 1359–1375. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10639-017-9669-z>
- Guba, E. G., & Lincoln, Y. S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. I N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (red.), *Handbook of Qualitative Research* (s. 105–117). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Gueudet, G., Pepin, B., & Trouche, L. (2013). Textbooks' design and digital resources. I C. Margolinas (red.), *Task design in mathematics education* (s. 327–337). Oxford: ICMI Study 22.
- Haggarty, L. & Pepin, B. (2002). An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: Who gets an opportunity to learn what? *British Educational Research Journal*, 28(4), 567–590. DOI: <https://doi.org/10.1080/0141192022000005832>
- Haggarty, L. & Pepin, B. (2017) Learning opportunities offered to pupils in England: A cause for concern. I B. Grevholm (red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influences: Research in Nordic and Baltic countries* (s. 117–128). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
- Halliday, M. A. K. (1978). *Language as social semiotic: The social interpretation of language and meaning*. London: Edward Arnold.
- Harrison, T. R. & Lee, H. S. (2018). iPads in the mathematics classroom: Developing criteria for selecting appropriate learning apps. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology (IJEMST)*, 6(2), 155–172. DOI: 10.18404/ijemst.408939
- Hattie, J. (2009) *Visible Learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London: Routledge.

- Heirdsfield, A. M., & Cooper, T. J. (2004). Factors affecting the process of proficient mental addition and subtraction: Case studies of flexible and inflexible computers. *The Journal of Mathematical Behavior*, 23(4), 443–463. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.09.005>
- Hemmi, K., Krzywacki, H. & Liljekvist, Y. (2019). Challenging traditional classroom practices: Swedish teachers' interplay with Finnish curriculum materials. *Journal of Curriculum Studies*, 51(3), 342–361. DOI: [10.1080/00220272.2018.1479449](https://doi.org/10.1080/00220272.2018.1479449)
- Hodge, R., & Kress, G. (1988). *Social semiotics*. Ithaca, N.Y.: Cornell University Press.
- Insulander, E. (2010). *Tinget, rummet, besökaren: om meningsskapande på museum*. Diss. Stockholm: Stockholms universitet.
- Insulander, E., Kjällander, S., Lindstrand, F. & Åkerfeldt, A. (red.). (2017). *Didaktik i omvandlingens tid: Text, representation, design*. Stockholm: Liber.
- Jablonka, E & Johansson, M. (2010). Using texts and tasks. I B. Sriraman, C. Bergsten, S. Goodchild, B. Dahl & L. Haapasalo (red.), *The first sourcebook on Nordic research in mathematics education: Norway, Sweden, Iceland, Denmark, and contributions from Finland*. (s. 363–372). Charlotte: Information Age Pub.
- Jewitt, C. (red.). (2014a). *The Routledge handbook of multimodal analysis*. (2. uppl.). Abingdon, Australien: Routledge.
- Jewitt, C. (2014b). What next for multimodality? I C. Jewitt (red.), *The Routledge handbook of multimodal analysis* (2. uppl.), (s. 450–455). Abingdon, Australien: Routledge.
- Jewitt, C., Bezemer, J. J. & O'Halloran, K. L. (2016). *Introducing multimodality*. London: Routledge.
- Johansson, M. (2005). The mathematics textbook – From artefact to instrument. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 10(3-4). 43–63.
- Johansson, M. (2006). *Teaching mathematics with textbooks: a classroom and curricular perspective*. Diss. Luleå: Luleå tekniska universitet.
- Johansson, M. (2011). "Tänk så här": didaktiska perspektiv på läroböcker i matematik. I G. Brandell & A. Pettersson (red.), *Matematikundervisning: vetenskapliga perspektiv*. (s. 149–186). Stockholm: Stockholms universitetsförlag.

- Johnsson Harrie, A. (2009). *Staten och läromedlen: en studie av den svenska statliga förhandsgranskningen av läromedel 1938-1991*. Diss. Linköping: Linköpings universitet.
- Kavén, A. & Persson, H. (2011). *Uppdrag matte: Mattedetektiverna 1A*. Stockholm: Liber.
- Kempe, A. & Selander, S. (red.). (2008). *Design för lärande*. Stockholm: Norstedts Akademiska.
- Kling Sackerud, L. (2009). *Elevers möjligheter att ta ansvar för sitt lärande i matematik: en skolstudie i postmodern tid*. Diss. Umeå: Universitet.
- Korakakis, E. A. Pavlatou, J. A. Palyvos, N. Spyrellis, M. (2009). 3D visualization types in multimedia applications for science learning: A case study for 8th Year students in Greece. *Computers & Education*, 52(2), 390–401. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2008.09.011>
- Korsell, I. (2007). *Läromedel: det fria valet? - om lärares användning av läromedel*. Stockholm: Liber.
- Kress, G. R. (2003). *Literacy in the new media age*. London: Routledge.
- Kress, G. R. (2010). *Multimodality: A social semiotic approach to contemporary communication*. London: Routledge.
- Kress, G. R. (2014). What is mode? I C. Jewitt (red.), *The Routledge handbook of multimodal analysis* (2. uppl., s. 60–75). Abingdon: Routledge.
- Kress, G. R. (2017). Semiotic work: Design, transformation, transduction. I E. Insulander, S. Kjällander, F. Lindstrand & A. Åkerfeldt (red.), *Didaktik i omvandlingens tid: Text, representation, design* (s. 39–51). Stockholm: Liber.
- Kress, G., Jewitt, C., Ogborn, J. & Tsatsarelis, C. (2001). *Multimodal teaching and learning: the rhetorics of the science classroom*. London: Continuum.
- Kress, G. R. & van Leeuwen, T. (2001). *Multimodal discourse: The modes and media of contemporary communication*. London: Arnold.
- Kress, G. R. & van Leeuwen, T. (2006). *Reading images: The grammar of visual design*. (2. uppl.) London: Routledge.
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. (2. uppl.) Lund: Studentlitteratur.

- Larsson, S. (2005). Om kvalitet i kvalitativa studier. *Nordisk Pedagogik*, 25(1), 16–35.
- Leijon, M. & Lindstrand, F. (2012). Socialsemiotik och design för lärande. Två multimodala teorier om lärande, representation och teckenskapande. *Pedagogisk forskning i Sverige*, 17(3–4), 171–192.
- Lemaire, P., & Callies, S. (2009). Children's strategies in complex arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(1), 49–65.
- Lindstrand, F. (2006). *Att göra skillnad: Representation, identitet och lärande i ungdomars arbete och berättande med film*. Diss. Stockholm: Stockholms universitet.
- Lithner, J. (2003). Students' mathematical reasoning in university textbook exercises. *Educational Studies in Mathematics*, 52(1), 29–55.
- Louie, N. (2019). Agency Discourse and the Reproduction of Hierarchy in Mathematics Instruction. *Cognition and Instruction*, 37(4), 1–26. DOI: [10.1080/07370008.2019.1677664](https://doi.org/10.1080/07370008.2019.1677664)
- Lundahl, C. (2017). Perspektiv på Nationella prov. *Utbildning och Demokrati*, 26(2), 5–20.
- Morgan, C. (2001). The place the pupil writing in learning, teaching and assessing mathematics. I P. Gates. (red.), *Issues in mathematics teaching* (s. 232–244). London: Routledge Falmer.
- Morgan, C. (2006). What does social semiotics have to offer mathematics education research?. *Educational studies in mathematics*, 61(1–2), 219–245. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-006-5477-x>
- Morgan, C. (2016) Studying the role of human agency in school mathematics. *Research in Mathematics Education*, 18(2), 120–141. DOI: 10.1080/14794802.2016.1176595
- Morgan, C. (2018). Using Social Semiotics to Explore Institutional Assumptions About Mathematics Students and Teacher. I N. Presmeg, L. Radford, W. Roth, & G. Kadunz. (red.), *Signs of signification: Semiotics in mathematics education research*. Cham: Springer.
- Mullis, I. V., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 international results in mathematics*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Herengracht 487, Amsterdam, 1017 BT, The Netherlands.

- Norberg, M. (2019). Potential for Meaning Making in Mathematics Textbooks. *Designs for Learning*, 11(1), 52–62.
DOI: <http://doi.org/10.16993/dfl.123>
- Norén, E. (2011). 30 Grade-Eight Students: Discourse switch and bilingual students solving text problems in mathematics. I M. Setati., T. Kambule & L. Goosen. (red.), *Proceedings of the ICMI Study 21 Conference: Mathematics Education and Language Diversity*, (s. 292–300). São Paulo: Brasil.
- Nugroho, A. D. (2010). Mathematics textbooks of primary 1 used in Singapore: A multimodal analysis of its intersemiosis. *K@ta*. 12(1), 72–91.
DOI: <https://doi.org/10.9744/kata.12.1.72-91>
- O'Halloran, K. L. (2000). Classroom discourse in mathematics: A multisemiotic analysis. *Linguistics and Education*, 10(3), 359–388.
- O'Halloran, K. L. (2005). *Mathematical discourse: Language, symbolism and visual images*. London: Continuum.
- O'Halloran, K. L. (2014). Semiotic landscape in mathematics I C. Jewitt (red.), *The Routledge handbook of multimodal analysis* (2. uppl., s. 123–138). Abingdon: Routledge.
- O'Halloran, K. L. (2015). Mathematics as Multimodal Semiosis. I E. Davis and P. Davis. (red.), *Mathematics, Substance, and Surmise: Views on the Meaning and Ontology of Mathematics*. (s. 287–303). Berlin: Springer.
- O'Halloran, K. L., Beezer, R.A. & Farmer, D. W. (2018). A new generation of mathematics textbook research and development. *ZDM Mathematics Education* 50, 863–879. DOI: <https://doi-org.proxybib.miun.se/10.1007/s11858-018-0959-8>
- Palmer, A. (2010). *Att bli matematisk - matematisk subjektivitet och genus i lärarutbildningen för de yngre åldrarna*. Diss. Stockholm: Stockholms universitet, 2010. Stockholm.
- Pansell, A. (2018). *The Ecology of Mary's Mathematics Teaching - Tracing Co-determination within School Mathematics Practices*. Diss. Stockholm: Stockholms universitet, 2018. Stockholm.
- Pansell, A. & Andrews, P. (2017). The teaching of mathematical problem-solving in Swedish classrooms: A case study of one Year five teacher's practice. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 22(1), 65–84.

- Pansell, A. & Björklund Boistrup, L. (2018). Mathematics teachers' teaching practice in relation to textbooks: Exploring praxeologies. *The Mathematics Enthusiast*, 15(3), 540–562.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods*. (3 uppl.) London: SAGE.
- Pepin, B., Gueudet, G., Yerushalmy, M., Trouche, L., & Chazan, D. (2016). E-textbooks in/for teaching and learning mathematics: A potentially transformative educational technology. I L. English & D. Kirshner (red.), *Handbook of international research in mathematics education* (s. 636–661). New York: Taylor & Francis.
- Pettersson, A. (2013). Bedömning – varför, vad och varthän?. I L. Lindström, V. Lindberg & A. Pettersson (red.) *Pedagogisk bedömning: att dokumentera, bedöma och utveckla kunskap* (3. uppl.) (s. 31–41) Stockholm: Liber.
- Pettersson, A., Olofsson, G., Kjellström, K., Ingemansson, I., Hallén, S., Björklund Boistrup, L & Alm, L. (2010). *Bedömning av kunskap – för lärande och undervisning i matematik. Matematikdidaktiska texter del 4*. Stockholm: Institutionen för matematikämnet och naturvetenskapsämnenas didaktik.
- Pettersson, R. (2001). *Trovärdiga bilder*. Rapport 180. Solna: Styrelsen för psykologiskt försvar.
- Pickover, C. A. (2014). *250 milstolpar i matematikens historia: från Pythagoras till 57:e dimensionen*. Göteborg: Tukan.
- Powell S. R., Driver, M. K., Roberts, G. & Fall, A-M. (2017). An analysis of the mathematics vocabulary knowledge of third- and fifth Year students: Connections to general vocabulary and mathematics computation. *Learning and Individual Differences*, 57, 22–32. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.lindif.2017.05.011>
- Presmeg, N., Radford, L., Roth, W. & Kadunz, G. (red.). (2018). *Signs of signification: Semiotics in mathematics education research*. Cham: Springer.
- Radford, L. (2009). Why Do Gestures Matter? Sensuous Cognition and the Palpability of Mathematical Meanings. *Educational Studies in Mathematics* (70)2, 111–126. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9127-3>
- Remillard, J. T. (1999). Curriculum materials in mathematics education reform: A framework for examining teachers' curriculum development.

Curriculum Inquiry, 29, 315–342. DOI: <https://doi.org/10.1111/0362-6784.00130>

- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211–246. DOI: <https://doi.org/10.3102/00346543075002211>
- Rezat, S. (2008). Learning mathematics with textbooks. I O. Figueras, L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano, & A. Sepulveda (red.), *Proceedings of the 32nd conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and PME-NA XXX* (vol. 4, s. 177–184). Morelia: PME.
- Rezat, S. (2017). Students' utilizations of feedback by an interactive mathematics e-textbook for primary level. Presentation at CERME 10-10th Congress of European Research in Mathematics Education, February 2017.
- Rezat, S., & Straesser, R. (2014). Mathematics textbooks and how they are used. I P. Andrews & T. Rowland (red.), *MasterClass in mathematics education: International perspectives on teaching and learning* (s. 51–62). London & New York: Bloomsbury.
- Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. I H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (s. 153–196). New York: Academic Press.
- Ristola, K., Tapaninaho, T. & Tirronen, L. (2012). *Favorit matematik. 1A*. Lund: Studentlitteratur.
- Ristola, K., Tapaninaho, T. & Tirronen, L. (2012). *Favorit matematik. 1B*. Lund: Studentlitteratur.
- Ristola, K., Tapaninaho, T. & Tirronen, L. (2013). *Mera favorit matematik. 1A*. Lund: Studentlitteratur.
- Segeberby, C. (2014). Reading strategies in mathematics: A Swedish example. I S. Pope (red.), *Proceeding at BSLRM conference in Nottingham* (s. 311–318). Nottingham: British Society for Research into Learning Mathematics. DOI: <https://bsrlm.org.uk/BCME8/BCME8-Full.pdf>
- Segeberby, C. (2017). *Supporting mathematical reasoning through reading and writing in mathematics: making the implicit explicit*. Diss. Malmö: Malmö högskola.

- Segeberby, C. & Chronaki, A. (2018). Primary students' participation in mathematical reasoning: Coordinating reciprocal teaching and systemic functional linguistics to support reasoning in the Swedish context. *EDeR - Educational Design Research*, 2(1), 1-32. DOI: <http://dx.doi.org/10.15460/eder.2.1.1150>
- Selander, S. (2003). *Pedagogiska texter och andra artefakter för kunskap och kommunikation: En översikt över läromedel – perspektiv och forskning* (s. 181–256). Bilaga 2 i SOU 2003:15, Läromedel specifikt.
- Selander, S. (2008). Tecken för lärande – tecken på lärande. Ett designteoretiskt perspektiv. I A-L. Rostvall. & S. Selander (red.). *Design för lärande*. Stockholm: Norstedts akademiska förlag.
- Selander, S. (2009). Didaktisk design. I S. Selander & E. Svärdemo-Åberg (red.), *Didaktisk design i digital miljö – nya möjligheter för lärande*. Stockholm: Liber.
- Selander, S. (2017). *Didaktiken efter Vygotskij: Design för lärande*. Stockholm: Liber.
- Selander, S. & Kress, G. R. (2010). *Design för lärande: Ett multimodalt perspektiv*. Stockholm: Norstedt.
- Selander, S. & Svärdemo Åberg, E. (red.). (2009). *Didaktisk design i digital miljö: Nya möjligheter för lärande*. Stockholm: Liber.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.
- SFS 1971:235. *Skolförordningen*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Shepherd, M., Selden, A., & Selden, J. (2012). University students' reading of their first-year mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 14(3), 226–256. DOI: <https://doi.org/10.1080/10986065.2012.682959>
- Shumway, J. F., Moyer-Packenham, P. S., Baker, J. M., Westenskow, A., Anderson-Pence, K. L., Tucker, S. I., ... & Jordan, K. E. (2016). Using Open-Response Fraction Items to Explore the Relationship Between Instructional Modalities and Students' Solution Strategies, *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 4(2), 112–132. DOI: 10.18404/ijemst.20845
- Skolinspektionen. (2010). Framgång i undervisningen- En sammanställning av forskningsresultat som stöd för granskning på vetenskaplig grund i

skolan. Hämtad den 200116: <http://www.skolinspektionen.se/Documents/Om-oss/sammanfattningforskningsoversikten.pdf>

- Skolverket. (2006). *Läromedlens roll i undervisningen - Grundskollärares val, användning och bedömning av läromedel i bild, engelska och samhällskunskap*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2010). *Ämnesproven i grundskolans årskurs 5*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2014). *Grundskolan i internationella kunskapsmätningar: Kunskap, skolmiljö och attityder till lärande*. Rapport 407. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2019a). *Betyg i årskurs 6, vårterminen 2019*. PM. Dnr: 2019:360. 2019-10-24.
- Skolverket. (2019b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011. Reviderad 2019*. Stockholm: Norstedts Juridik AB.
- Skolverket. (2019c). *Slutbetyg i grundskolan våren 2019*. PM. Dnr: 5.1.1 - 2019:13421(19). 2019-09-26.
- Sutherland, R., Winter, J., & Harries, T. (2001). A transnational comparison of primary mathematics textbooks: The case of multiplication. *Research in Mathematics Education* 3(1), 155–167. DOI: <https://doi.org/10.1080/14794800008520090>
- Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken. Ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Prisma.
- Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan: för att skapa tillfällen till lärande*. Diss. Umeå: Umeå universitet.
- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H. & Houang, R. T. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- van Leeuwen, T. (2005). *Introducing social semiotics*. London: Routledge.
- Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. I National Council of Teachers of Mathematics. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the national council of teachers of mathematics* (vol. 2, s. 557–628). Charlotte, NC: Information Age.

- Vetenskapsrådet (2017). *God forskningssed*. Stockholm: Vetenskapsrådet.
- Wagner, D. (2007) Students' Critical Awareness of Voice and Agency in Mathematics Classroom Discourse. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(1), 31-50, DOI: 10.1080/10986060709336604
- West, T. (2011). Music and designed sound. I C. Jewitt, C (red.), *The Routledge Handbook of Multimodal Analysis*. London and New York: Routledge.
- White, T. (2019) Artifacts, Agency and Classroom Activity: Materialist. *Perspectives on Mathematics Education Technology, Cognition and Instruction*, 37(2), 169–200. DOI: 10.1080/07370008.2019.1578775
- Wikman, T. (2004). *På spaning efter den goda läroboken: om pedagogiska texters lärande potential*. Diss. Åbo: Åbo akademi, 2004. Åbo.
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458–477. DOI: 10.2307/749877
- Åberg-Bengtsson, L. (1998). *Entering a graphicate society: young children learning graphs and charts*. Diss. Göteborg: Univ. Göteborg.
- Österholm, M. (2006). Characterizing Reading Comprehension of Mathematical Texts. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 325–346. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-005-9016-y>
- Österholm, M. (2008). Do students need to learn how to use their mathematics textbooks? The case of reading comprehension. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 13(3), 53–73.
- Österholm, M. & Bergqvist, E. (2013). What is so special about mathematical texts? Analyses of common claims in research literature and of properties of textbooks. *ZDM* 45(5), 751–763. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0522-6>
- Österholm, M., Bergqvist, T., Liljekvist, Y. & van Bommel, J. (2016). *Utvärdering av Matematiklyftets resultat*. Slutrapport. Umeå: Umeå universitet.