

Induktiv och deduktiv konkretisering i praktiken

En studie i årskurs 1-3 om hur induktiv och deduktiv konkretisering som didaktisk metod i matematikundervisning kan främja ett utvecklande av kunskap och lärande



Av: Bobil Koc

Handledare: Natalia Karlsson

Södertörns högskola

Självständigt arbete 2, 15 hp

Ämne: Matematik | Höstterminen 2017

Programmet för Grundläroartutbildning med interkulturell profil med inriktning mot förskoleklass och årskurs 1-3, 240 hp



English abstract

Titel: Inductive and deductive concretization in practice - A study in grades 1-3 on how inductive and deductive concretization in mathematics teaching can promote the development of mathematical knowledge.

Author: Bobil Koc, autumn term 2017

Supervisor: Natalia Karlsson

The aim of this study is to examine how inductive and deductive concretization as a didactic method in mathematics teaching can promote the development of knowledge and learning among students. It is also of interest to hear a number of interviewed teachers perceptions about inductive and deductive concretization as a method in mathematics teaching. The examination is for grades 1-3. Theories dealt with in the study are learning promoting theories such as concretization, proximal development zone, conceptualization and creative reasoning.

The study's questions will therefore examine:

- How can inductive and deductive concretization as a didactic method in mathematics teaching promote the development of knowledge and learning to students?
- What perceptions do teachers in grades 1-3 have regarding inductive and deductive concretization as a method of mathematics teaching?

In order to answer the study's questions, qualitative methods have been used through interviews with teachers and observations in classrooms. The conclusions of the analysis of material shows that concretization through inductive and deductive methods helps students to participate in situations where different mathematical didactic consequences arise in the teaching based on the theories.

Keywords: Concretizing, inductive and deductive concretization **Nyckelord:** Induktiv och deduktiv konkretisering.

Innehållsförteckning

1. Inledning -----	1
2. Bakgrund-----	2
3. Syfte och frågeställningar-----	4
3.1 Frågeställningar:	4
4. Teoretiska utgångspunkter och begrepp-----	5
4.1 Konkretisering	5
4.1.1 Induktiva metoden	6
4.1.2 Deduktiva metoden	7
4.2 Sociokulturella perspektivet.....	8
4.2.1 Proximala utvecklingszonen	8
4.2.2 Begreppsutveckling.....	9
4.3 Kreativa resonemang.....	11
5. Tidigare forskning-----	12
6. Metod -----	15
6.1 Undersökningsmetod och metoddiskussion.....	15
6.2 Urval	16
6.3 Datainsamling	16
6.4 Etiska överväganden	17
6.5 Genomförande.....	18
6.6 Bearbetning och analysmetod	18
6.7 Validitet och reliabilitet.....	19
7. Resultat och analys-----	20
7.1 Resultat från observationer	20
7.2 Analys av observationer	23
7.3 Resultat från intervjuer	31
7.4 Analys av intervjuer	34
8. Diskussion och slutsatser-----	37
9. Vidare forskning-----	40
10. Käll- och litteraturlista -----	41
11. Bilagor-----	44

1. Inledning

Matematik är ett ämne som berör. En del kan tycka att det är spännande och intressant medan andra kan ha en helt motsatt uppfattning om ämnet. Flera elever som jag tidigare mött vittnar om att de har svårt att använda sig av matematiska begrepp och känner en olust till ämnet. Som lärarstudent och framtida lärare tror jag att en viktig del för att kunna förebygga sådant handlar om att man väcker ett intresse och känsla av nyfikenhet till ämnet hos eleverna.

Under min utbildning till grundskolelärare har jag vid mina matematikdidaktiska kurser fått lära mig att man ska utveckla elevernas förståelse för matematiska begrepp och utgå från deras erfarenheter i undervisningen. Jag blev därför intresserad av på vilka sätt man kan främja det till eleverna. En didaktisk metod som kan vara användbar för detta syfte och som studien kommer handla om är induktiv och deduktiv konkretisering i matematikundervisning. Induktiv och deduktiv konkretisering är enligt Natalia Karlsson och Wiggo Kilborn, lektor respektive före detta lektor i matematikdidaktik relativt nya begrepp. Det handlar om något annat än endast ett laborativt material som konkretisering traditionellt har kopplats ihop med (Karlsson & Kilborn, 2015).

Metoderna samspelar med varandra då man i den induktiva metoden ger eleverna tillfällen att möta det undervisade begreppet på ett konkret sätt. Därigenom får de chans att utveckla kunskap och kännedom om ett antal relevanta begrepp som är av viktig innebörd för att ta nästa steg inom det matematiska området. Denna kunskap kan man sedan generalisera i den deduktiva metoden genom att använda sin befintliga kunskap för att exempelvis resonera kring andra aspekter av begreppet. En mer genomgående förklaring kommer att tas upp i teoridelen.

Jag vill därför undersöka hur induktiv och deduktiv konkretisering som didaktisk metod i matematikundervisning inom årskurs 1-3 kan främja ett utvecklande av kunskap och lärande hos elever. Det är också av intresse att intervjua tre lärare som undervisar inom årskurs 1-3 för att få höra deras uppfattningar om induktiv och deduktiv konkretisering som metod i undervisningen.

2. Bakgrund

Skolverket (2011) konstaterar att elever i den svenska skolan uppvisar sjunkande kunskaper inom matematik och hänvisar till rapporter samt undersökningar från bland annat TIMSS och PISA.

Rapporter från TIMSS (2007) gör gällande att svenska elever i årskurs 4 i jämförelse med andra länder visar svårigheter med att kunna använda och tillämpa matematiska begrepp (Skolverket 2008, s. 129-130). Enligt Skolinspektionen (2009) kännetecknas dagens matematikundervisning av ett individuellt och isolerat arbete i läroböcker där sällan större möjligheter ges till begreppsutveckling och matematiska resonemang (Skolinspektionen 2009, s. 9).

Madeleine Löwing, doktor i matematikdidaktik menar att en förståelse för att kunna tillämpa matematiska begrepp är viktigt för att eleverna ska ha möjlighet att begripa och hantera olika matematiska problem. Elever som inte utvecklat en förståelse för begrepp som de möter i undervisningen får svårigheter i matematikinläringen. Vardagsspråket räcker inte alltid till, eleverna behöver utveckla sitt matematiska språk då matematiken blir allt mer abstrakt med tiden.

Begreppen som eleverna möter ska därför utvecklas till att bli mer generella och abstrakta. Utvecklingsprocessen av elevernas förmåga till att kunna förstå och använda matematiska begrepp har sin utgångspunkt i vardagliga och mindre komplicerade matematiska problem för att sedan gradvis förändras till en mer abstrakt karaktär. (Löwing 2017, s. 25-26).

Camilla Björklund, professor i pedagogik anser att språk och kommunikation bör ha ett centralt inslag i undervisningen samt att eleverna ska ingå i matematiska aktiviteter för att främja deras utvecklande av matematiska begrepp. Eleverna ska få medverka i sammanhang där de får samtala, resonera och diskutera kring olika lärande situationer och uppgifter som de möter (Björklund, 2014). Även Löwing (2004) menar att språk och begreppsutvecklingen främjas då eleverna får möta och själva använda det matematiska språket i praktiska situationer (Löwing 2004, s. 115).

Ett sätt att arbeta för att främja elevernas förmåga till att abstrahera begrepp är genom konkretisering. Enligt Karlsson och Kilborn (2015) är konkretisering en didaktisk metod som strävar efter att abstraktion av begrepp ska utvecklas hos eleverna genom att förtydliga, förklara och åskådliggöra begreppet. Abstraktion betyder att man har en förståelse och förmåga av att kunna tillämpa olika begrepp, strukturer och metoder. Genom det kan man därmed komma vidare i sin utveckling och bygga upp en mer komplex matematik (Karlsson & Kilborn 2015, s. 139).

Utifrån verkliga situationer får eleverna också testa på att lösa uppgifter genom att bland annat analysera och resonera på ett matematiskt sätt med syftet att utveckla abstraktion av begrepp. Fördelen med konkretisering är att eleverna får använda sig av tidigare erfarenheter. Tanken är att begrepp som barnen kan ha svårt att förstå ska kopplas samman med något som eleverna sedan tidigare är bekanta med. Man bygger därmed en bro mellan barnens vardag och matematikens komplexa innehåll (Karlsson & Kilborn, 2015).

Ann Ahlberg (2000), professor i specialpedagogik talar just om betydelsen av att man som lärare kopplar in eleverna erfarenheter i matematikundervisningen så att de kan relatera sig själva med det innehåll de möter vilket i sin tur underlättar deras lärande (Ahlberg 2000, s. 9-10).

I Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet (2011) kan man läsa att ”Kunskap är inget entydigt begrepp. Kunskap kommer till uttryck i olika former – såsom fakta, förståelse, färdighet och förtrogenhet – som förutsätter och samspelar med varandra (Lgr 11, s. 10)”. Läroplanen bekräftar också att pedagogen har en del ansvar genom att:

” - Ta hänsyn till varje enskild individs behov och förutsättningar, erfarenheter och tänkande

- Stärka elevernas förmåga att vilja lära och elevens tillit till den egna förmågan

- Stimulera, handleda och ge särskilt stöd till elever som har svårigheter” (...) (Lgr 11, s.14).

3. Syfte och frågeställningar

Syftet med studien är att undersöka hur ett antal lärare i årskurs 1-3 använder sig av och förhåller sig till induktiv och deduktiv konkretisering som didaktisk metod.

3.1 Frågeställningar:

- *Hur kan induktiv och deduktiv konkretisering som didaktisk metod i matematikundervisning främja ett utvecklande av kunskap och lärande hos elever?*
- *Vilka uppfattningar har lärare i årskurs 1-3 om induktiv och deduktiv konkretisering som metod i matematikundervisningen?*

4. Teoretiska utgångspunkter och begrepp

Avsnittet kommer behandla teorin om konkretisering genom induktiv och deduktiv metod samt teorier som proximala utvecklingszonen, begreppsutveckling och kreativa resonemang. Syftet är att undersöka om det finns någon koppling i praktiken mellan dessa kunskapsfrämjande teorier och induktiv samt deduktiv konkretisering som metod.

4.1 Konkretisering

Att eleverna ska utveckla sitt abstrakta tänkande är något som undervisningen i matematik strävar efter. Konkretisering är en didaktisk verksamhet som främjar detta syfte då målet är att eleverna ska utveckla en abstraktion av det begrepp som undersöks. Tanken med konkretisering är att begrepp samt olika matematiska metoder och modeller som barnen kan ha svårt att förstå ska kopplas samman med något som eleverna sedan tidigare är bekanta med (Karlsson & Kilborn 2015, s. 140).

Karlsson och Kilborn (2015) menar att konkretisering handlar om ”att man försöker skapa förståelse kring ett begrepp som eleverna sedan tidigare är bekant med genom att förklara, förtydliga och åskådliggöra” (Karlsson & Kilborn 2015, s. 139).

Konkretisering kan således vara en metod för att utveckla elevernas matematiska kunskaper och förmågor. Att ha något konkret som grund är viktigt för att eleverna med tiden ska utveckla abstraktion kring detta. Abstraktion är en process där man kan bortse från icke väsentliga egenskaper hos ett visst begrepp. Eleven har istället kunskap och kännedom om egenskaper som definierar begreppet. När man abstraherat ett matematiskt begrepp kan man sedan koncentrera sig på idén vid begreppet och göra sig fri från det aktuella exemplet, materialet eller metaforen (Karlsson & Kilborn 2015, s. 139).

Metoden ska ha en grund i en didaktisk teori samt koppling till kursplanens mål och elevernas erfarenheter. Eleverna ska vara bekanta med det begrepp som undersöks för att sedan ha en grund till att utveckla en vidare kunskap om begreppet. Konkretisering kan därför vara ett verktyg in i matematikens abstrakta värld. Som lärare bör man tydliggöra vad tanken med konkretiseringen är och vad som ska abstraheras. Det är lärarens egna didaktiska kunskaper som kan bringa liv i det presenterade materialet och möjliggöra att abstraktion sker hos elever (Karlsson & Kilborn, 2015).

Grue-Sörensen talar om den språkliga framställningens betydelse vid konkretisering. Hon anser att eleverna bör ha en kännedom om de verbala formuleringar, jämförelser samt metaforer som läraren ger för att kunna bearbeta det som har konkretiserats. Ett alltför komplext språk med svårförståeliga begrepp kan leda till att konkretiseringen inte blir effektiv (Karlsson & Kilborn 2015, s. 136-138).

Karlsson och Kilborn (2015) lyfter fram olika former inom konkretisering och talar om den induktiva samt deduktiva metoden. Nedan görs en genomgång av respektive metod.

4.1.1 Induktiva metoden

Karlsson och Kilborn (2015, s. 140) menar att denna metod kännetecknas av att man använder och utgår ifrån olika material, jämförelser samt metaforer vid konkretiseringen. Därmed använder man sig av ett exempel som utgångspunkt i det som man planerar att konkretisera och göra åskådligt.

Den induktiva metoden används oftast inom de tidigare åren i grundskolan. Anledningen är att elevernas förmåga att resonera med hjälp av matematiska begrepp ännu inte är fullt utvecklad i det stadiet. Med hjälp av konkretisering genom den induktiva metoden kan man exempelvis använda sig av ett konkret material, metafor eller jämförelse för att skapa en liknelse till exempelvis ett begrepp eller en matematisk metod. Ett exempel på det är att man kan använda sig av pengar som en algoritm för en räknemetod där syftet är att eleverna får en förståelse och kunskap om hur strukturen och mönstret av algoritmen fungerar. Detta kallas för en analogi, liknelse. Målet är att abstraktion ska utvecklas ur analogin hos eleverna. Analogin bör vara något som eleverna sedan tidigare är bekanta med då man genom sådana erfarenhetsbaserade liknelser ökar chansen till att en abstraktion utvecklas (Karlsson & Kilborn 2015, s. 141).

Sammantaget kännetecknas den induktiva metoden av att man börjar och har utgångspunkt i det konkreta för att sedan dra sig till det abstrakta. Syftet är att skapa sig en kunskap kring det konkreta för att därefter utveckla och generalisera sin befintliga kunskap så att den också kan tillämpas och appliceras i andra situationer (Karlsson & Kilborn, 2015).

4.1.2 Deduktiva metoden

En annan form av konkretisering är den deduktiva metoden. I jämförelse med den induktiva metoden används denna metod vanligtvis i ett lite senare skede. Anledningen till detta är att elevernas förmåga att resonera och kunna använda matematiska begrepp utvecklas ju äldre eleverna blir (Karlsson & Kilborn, 2015). Det abstrakta tänkandet måste sedan kunna kommuniceras. Därför kallas den deduktiva metoden för ”andra ordningens konkretisering”.

Karlsson och Kilborn (2015, s. 142) förespråkar en övergång från den induktiva till den deduktiva metoden och menar att det är ett nödvändigt steg som eleverna måste ta när de får möta ett alltmer komplext och avancerat innehåll längre fram i sin skolgång.

Jämfört med den induktiva metoden kännetecknas denna metod av att man går från det abstrakta till det konkreta. Istället för att direkt åskådliggöra det innehåll som ska undervisas presenterar man först innehållet genom att läraren exempelvis definierar ett begrepp för att sedan göra det åskådligt. Metoden strävar således efter att eleverna ska utveckla abstraktion genom att få möta och bekanta sig med det aktuella begreppet samt diverse egenskaper som utmärker detta begrepp. Genom det byggs den abstrakta förståelsen upp deduktivt (Karlsson & Kilborn 2015, s. 145).

I den deduktiva metoden är resonemang och kommunikationsförmåga om det innehåll som ska undersökas i centrum. Tidigare abstraherade begrepp används när man försöker resonera sig fram med fokus på elevers tillämpning av språk, termer och motiveringar (Karlsson & Kilborn 2015, s. 146). Den deduktiva metoden hjälper eleverna att utveckla sin resonemang, problem samt kommunikationsförmåga och har därmed en koppling till läroplanens avsnitt om de mentala förmågor som eleverna ska utveckla.

En förmåga att resonera om det undersökande innehållet med stöd av begrepp kräver dock att eleven har tillräckliga förkunskaper och kännedom om det begrepp som ska undersökas. I annat fall kan det uppstå komplikationer och konkretiseringen riskerar att ge omvänd effekt. Eleven ska vara bekant med begreppet så att dess betydelse blir mer konkret (Karlsson & Kilborn, 2015).

4.2 Sociokulturella perspektivet

Lev Vygotskijs sociokulturella perspektiv kännetecknas av att lärande sker genom interaktion med vår omgivning och att vi utifrån detta skapar och tillägnar oss kunskap. Lärande sker därmed alltid i en kontext och är beroende av situationer. Vad är då vår omgivning? Ett exempel på detta är klassrummet där vi hamnar i interaktion och samspel med exempelvis pedagog och klasskamrater. Med hjälp av bland annat samtal och resonemang i denna kontext kan interaktioner mellan olika parter leda till ett utvecklande av lärande och kunskap. Språket är därmed en viktig komponent i detta sammanhang. Pedagogens uppgift är att låta eleverna få medverka i olika sociala sammanhang där bland annat interaktion, samtal och resonemang ingår (Roger Säljö 2014, s. 137).

4.2.1 Proximala utvecklingszonen

En förklaring till hur interaktionen med vår omgivning har en påverkan i individers kunskapsinhämtning finns i begreppet ”proximala utvecklingszonen” som är ett nyckelbegrepp inom det sociokulturella perspektivet (Säljö, 2014).

Vygotskij beskriver den proximala utvecklingszonen som ett avstånd mellan vad en individ, exempelvis en elev kan klara av på egen hand till vad eleven kan prestera med hjälp av någon som är mer kompetent, till exempel en pedagog eller klasskamrat. Det är därmed en zon där man med stöd av en mer kapabel individ i ett socialt samspel får hjälp att utveckla en förståelse och kunskap. Genom stöttning från andra där också tankar och kunskap utbyts kan man oftast lösa problem som man i ett tidigare skede skulle ha svårigheter att klara av på egen hand. Det gör att man utvecklar kunskap och erfarenheter. Ett exempel på detta kan vara i interaktionen mellan elever när man resonerar i en problemlösningssituation (Säljö 2014, s. 120).

James Kinard och Alex Kozulin (2012) sätter in Vygotskijs teorier i moderna sammanhang. De menar att pedagogen förväntas fungera som en stödjande vägledare för eleverna och bör därför anpassa undervisningen efter deras kunskapsnivå för att främja en kognitiv och kunskapsmässig utveckling. Utifrån elevernas erfarenheter ska pedagogen stötta elevernas lärande genom att förklara och förtydliga deras omvärld. Genom dialog skapar man tillfällen där kommunikation och reflektion ingår (Kinard & Kozulin 2012, s. 179).

Teorin har valts med anledning till att den likt teorin om konkretisering lyfter fram vikten av att eleverna får stöttande hjälp i undervisningen för att utveckla kunskap. När eleven hamnar i interaktion, samspel och dialog med pedagogen och klasskamrater i den proximala zonen kan utvecklingen av bland annat matematisk förståelse, kunskap samt begrepp främjas. Säljö (2014) menar att det sker genom att eleverna drabbas samman med andra individers tankesätt och kunskaper (Säljö 2014, s. 120).

Läraren bör ha kännedom om elevernas nivåer av mognad för att anpassa sitt val av konkretiseringsmetod. Utifrån detta kan elevernas kunskapsutveckling och möjlighet till att de hamnar i den proximala zonen främjas. Konkretisering som metod belyser också vikten av att utgå från elevernas erfarenheter när man anpassar och bedriver sin undervisning vilket har en koppling till den proximala zonen för att främja elevernas lärande. Teorin kommer att användas i analysdelen för att observera i vilka uppkommande sammanhang som induktiv och deduktiv konkretisering i undervisningen bidrar till att eleverna kan tyckas hamna i den proximala utvecklingszonen.

4.2.2 Begreppsutveckling

Lev Vygotskij (2001) menar att begreppsutvecklingen äger rum genom de mentala processer som ingår i bland annat samtal och kommunikation. Även situationer inom exempelvis problemlösning som en följd av aktiviteter och processer i barnens tänkande när de försöker lösa uppgifter främjar begreppsutvecklingen. Genom att eleverna får medverka i teoretiska och praktiska sammanhang kan därmed begreppsutvecklingen stimuleras. Interaktion är därför en viktig del för att främja utvecklingen av begrepp (Vygotskij, 2001).

Vygotskij (2001) talar även om vardagliga och vetenskapliga begrepp. De vardagliga begreppen utvecklar vi som individer genom vårt vardagliga liv och de erfarenheter som vi möter i vardagen. Dessa begrepp är i regel omedvetna och innehåller inte heller någon systematik. Utvecklingen av vardagliga begrepp har sin utgångspunkt i det konkreta för att sedan övergå till det generella (Vygotskij 2001, s. 339). De vetenskapliga begreppen är tillskillnad från de vardagliga begreppen laddade med en helt annan medvetenhet och systematik. Vetenskapliga begrepp kan eleverna exempelvis möta i skolan genom undervisningen. Eleverna måste dock först ha utvecklat en förståelse för vardagliga begrepp för att kunna förstå de vetenskapliga begreppen. I undervisningen bör det därför finnas en balans mellan de olika begreppen genom att läraren kopplar samman vetenskapliga begrepp som är generella med elevernas vardag, de konkreta.

Genom att man går från det generella till det konkreta uppstår sedan en medvetenhet och kunskap om begrepp. Det finns därmed ett samband mellan vardagliga och vetenskapliga begrepp genom deras samverkan och påverkan i utvecklingen (Vygotskij 2001, s. 348-349). Ivar Bråten, professor i pedagogisk psykologi talar också om betydelsen av att pedagogen låter eleverna få möta vetenskapliga begrepp i undervisningen för att eleven ska utveckla ett konsekvent och medvetet sätt att tänka (Bråten 1998, s. 132-133).

Marit Johnsen Høines, matematikdidaktiker betonar vikten av att barnet försöker använda sitt språk och uttrycka sig för att stimulera begreppsutvecklingen. Genom att eleven använder språket ökar hen förmågan att kunna uttrycka begreppet på en språklig nivå och får en förståelse av andra begrepp som eleven får möta. När eleven sedan använder begreppet i språkliga sammanhang utvecklas en innehållsmässigt och språklig kunskap om begreppet. Johnsen Høines (2002) menar vidare att de begrepp som eleverna möter bör ha koppling till deras erfarenhet då svårigheter och komplikationer med att förstå innehållet minskar (Johnsen Høines, 2002).

Anledningen till teorivalet om begreppsutveckling handlar om att konkretisering som metod sägs främja utvecklingen av begrepp. Detta då syftet med konkretisering är att utveckla förståelse och abstraktion kring ett begrepp som eleverna sedan tidigare är bekant med genom att förklara, förtydliga och åskådliggöra (Karlsson & Kilborn 2015, s. 139). Teorin menar att eleverna utvecklar sin begreppsförmåga när man ingår i intellektuella processer som kommunikation samt situationer inom problemlösning genom aktiviteter i barnens tänkande när de försöker lösa uppgifter. Det har en särskild koppling till den deduktiva metoden då resonemang och kommunikationsförmåga om det undersökande innehållet är i centrum. Syftet är att använda begreppet i olika sammanhang för att utveckla en vidare kunskap om begreppet vilket sägs främja begreppsutvecklingen.

I analysdelen kommer det att undersökas på vilka sätt situationer som sägs främja begreppsutveckling uppkommer i ett sammanhang där induktiv och deduktiv konkretisering sker. Det kommer också att undersökas om läraren kopplar samman vardagliga och vetenskapliga begrepp i sammanhanget vilket enligt teorin främjar utvecklingen.

4.3 Kreativa resonemang

Johan Lithner, professor i matematisk didaktik vid Umeå universitet anser att elevernas resonemangskedjor är ett resultat av deras tänkande. I sina försök till att lösa matematikuppgifter inom olika problemlösningssituationer använder eleverna sig vid sitt resonerande av olika antaganden, tankar och slutsatser. Dessa kognitiva och intellektuella processer har en positiv verkan genom att eleverna utvecklar sin förmåga att resonera och är av viktig innebörd för att kunna orientera i matematikens abstrakta värld (Lithner 2008, s. 255).

Lithner (2008) talar därför om betydelsen av att kunna använda sig av ”kreativt resonemang” i syftet om att nå en djupare förståelse kring uppgifter som eleverna får möta. Han menar att den djupare förståelsen genom det kreativa resonemanget krävs vid elevernas försök av att lösa uppgifter av olika slag och utveckla matematiska kunskaper. Utmärkande för resonemanget är att eleven kan hantera den aktuella situationen genom att bland annat göra ett strategival med varför just den valda strategin kan hjälpa till i försöket av att lösa uppgiften jämfört med lösa gissningar. Eleven kan också använda sig av argument och motiveringar för att göra en bedömning av varför deras aktuella slutsats i deras lösningsresonemang är logisk. Resonemanget har även en matematisk grund då man vid argumenten bygger på matematiska och relevanta egenskaper genom att uppmärksamma matematiska strukturer och mönster. Svaret behöver inte alltid vara rätt, det viktiga är att man kan motivera sitt resonemang (Lithner 2008, s. 257).

Lithners teori har valts med anledning till att konkretisering som didaktisk metod sägs främja användandet av kreativa resonemang. Framför allt i den deduktiva metoden då resonemang och kommunikationsförmåga gällande det innehåll som ska undersökas är i centrum vilket Lithner (2008) lyfte fram betydelsen av. En förmåga att resonera vad gäller det undersökande innehållet kräver dock att eleven är tillräckligt bekant med de begrepp som ska undersökas. Det är något som konkretisering främjar då läraren ska utgå från detta enligt Karlsson och Kilborn (2015). Den deduktiva metoden sägs främja möjligheter till att eleverna får medverka i situationer där de får använda sig av kognitiva och intellektuella processer genom resonemang med tidigare abstraherade begrepp. Enligt Lithner (2008) använder eleverna sig då av kreativa resonemang vilket utvecklar elevernas resonemangsförmåga och matematiska kunskaper (Lithner 2008, s. 255).

I analysdelen kommer det därför att undersökas vilka möjligheter eleverna får till att använda sig av kreativa resonemang som en följd av induktiv och deduktiv konkretisering i undervisningen.

5. Tidigare forskning

I detta avsnitt kommer tidigare forskning som anses vara relevant för studien att presenteras. Det har funnits svårigheter med att hitta forskning som riktat in sig på begreppen induktiv och deduktiv konkretisering då är nya begrepp enligt Karlsson och Kilborn (2015). Istället behandlas studier som ger en indikation och antydning på att konkretisering som metod kan främja ett lärande hos elever.

Språkets betydelse för matematiska kunskaper och begreppsutveckling

Camilla Björklund, professor i pedagogik har gjort en studie där resultatet visade ett samband mellan pedagogens betydelse och barns utvecklande av matematiska kunskaper. Pedagogens roll har ett uppdrag i sin roll genom att planera för att skapa tillfällen och situationer som kan främja lärande.

Resultatet från Björklunds (2007) studie visade att det kan ske genom att pedagogen är närvarande och deltar på ett aktivt sätt i undervisningen genom interaktion och dialog med eleverna. När pedagogen gör eleverna medvetna om deras eget lärande samt fokuserar på att belysa olika aspekter av det som ska undersökas främjas elevernas matematiska utveckling. För att utveckla elevernas matematiska tänkande anser Björklund (2007) att pedagogen även bör koppla matematiken till elevernas vardag så att den blir en naturlig del av denna (Björklund 2007, s. 60).

Likt Vygotskijs teorier om det sociala samspelets betydelse menar Björklund (2007) att eleverna stimuleras och utvecklar matematiska kunskaper när de försöker bilda sig en uppfattning och förståelse i olika matematiska situationer. I Björklunds (2007) studie uppstod situationer där interaktion och samspel mellan eleverna förekom i arbetet med att förstå innebörden av olika matematiska begrepp. Hon menar att det är just genom sådana situationer som elevernas matematiska kunskaper, tänkande och begreppsbyggnad kan utvecklas (Björklund, 2007).

Elisabeth Doverborg och Göran Emanuelsson instämmer med detta. Doverborg är lektor som forskat om barns matematiska lärande i förskolan och Emanuelsson är matematikdidaktiker. De anser att samtal och reflektion om det matematiska innehållet som eleverna möter i undervisningen är betydelsefullt för att utveckla matematiska kunskaper och förståelse kring matematikinnehållet (Doverborg & Emanuelsson 2006, s. 6).

Även Löwing (2004) anser att språket och kommunikationen i klassrummet är en viktig del för att utveckla matematiska kunskaper och begrepp. Resultatet från ett av hennes studier visade att det språk som pedagogen använder har en påverkan i hur stor omfattning som eleverna kan ta till sig det innehåll som pedagogen vill förmedla. Om abstrakta begrepp inte synliggörs kan eleverna få svårigheter med begreppsbildningen. Ett klassrumsklimat bör därför kännetecknas av att eleverna får medverka i situationer där kommunikation är inblandat samt möten med olika matematiska begrepp som pedagogen sätter ord på. Språket är därmed centralt i strävandet efter att utveckla matematiska begrepp (Löwing 2004, s. 72).

Erfarenheternas betydelse för matematiska kunskaper och begreppsutveckling

Björklund (2007) menar att barnens tidigare erfarenheter har en betydelsefull roll när de försöker tolka olika matematiska situationer och hänvisar till olika studier (Marita Lindahl 1996, Camilla Öhberg, 2004 med fler). Resultatet från studierna visar att det finns en koppling mellan barnens tidigare erfarenheter och utvecklingen av begrepp, förståelse och lärande i matematiken.

”I barns handlingar och verbala uttryck gestaltas deras förståelse av omvärlden. Småbarn har i flertalet studier konstaterats vara avsiktliga och meningssträvande individer som tolkar och agerar utgående från sina tidigare erfarenheter. Genom att tolka hur barn förstår sin omvärld framträder även de villkor som är nödvändiga för att lärande skall ske” (Björklund 2007, s. 165).

Ahlberg (2000) anser att det är viktigt att pedagogen anpassar sin undervisning till att låta eleverna få använda sig av begrepp med koppling till deras erfarenhet. Detta då den kunskap som eleverna har genom tidigare erfarenheter också är den som ska byggas upp i strävandet av att utveckla deras matematiska tänkande. Begreppsbildning bör därför alltid ingå i ett sammanhang (Ahlberg 2000, s. 18). Även Löwing och Kilborn (2002) betonar att våra tidigare erfarenheter och förkunskaper är betydelsefulla när vi gör olika tolkningar i matematikens värld.

Med hänvisning till ovannämnda studier kan konkretisering tyckas vara en god didaktisk metod i undervisningen då läraren ska utgå från elevernas tidigare erfarenheter och bekantskap av ett visst begrepp i strävandet efter abstraktion. Eleverna får också möta verkliga situationer och testa på att lösa uppgifter genom att analysera på ett matematiskt sätt. Begreppen får en därmed en koppling till elevernas verklighet. Genom detta menar Jo Boaler, professor i matematik att eleverna ingår i undervisningssituationer som är både realistiska och konkreta. Det är viktigt då flera elever känner att matematiken inte har någon koppling till deras vardag och erfarenheter (Boaler, 2011).

Pedagogers tankar och åsikter om konkretisering

Julianna Szendrei, professor i matematik har gjort en studie om ett antal pedagogers tankar och åsikter av att konkretisera i undervisningen. Resultatet visade bland annat att konkret material inte alltid användes på ett lämplig sätt. I sin vetenskapliga artikel *Concrete Materials in the Classroom* skriver Szendrei (1996) att en vanlig invändning bland pedagogerna var att de upplevde svårigheter med att bruka materialet på ett användbart sätt. Ett exempel var att de inte angav syftet med materialet till eleverna. Många pedagoger ansåg att det endast räcker med att åskådliggöra materialet för att det ska leda till att eleverna utvecklar matematiska kunskaper (Szendrei, 1996).

Szendrei (1996) anser därför att det är viktigt att man som pedagog har den frågan i åtanke innan man konkretiserar med hjälp av material. Materialet är endast en statisk artefakt och ger i sig själv inte någon förståelse och kunskap till eleverna.

“The same manipulative can be both a useful tool and a harmful enemy of mathematics learning” (Szendrei 1996, s. 424).

Szendrei (1996) menar att matematisk inläring inte sker per automatik genom att endast åskådliggöra ett material till eleverna. Som pedagog har man en betydelsefull roll i sammanhanget då man ska presentera och ange syftet med materialet till eleverna samt vad som ska abstraheras. Det är pedagogens didaktiska kunskaper som kan ge liv i det presenterade materialet för att underlätta lärande och förmåga att kunna abstrahera hos eleverna. Pedagogen måste därför planera så att materialet kan bidra till matematisk förståelse och kunskap (Szendrei, 1996).

6. Metod

Avsnittet kommer att innehålla en redogörelse av undersökningsmetod och diskussion av metodval. Det kommer också ingå en redogörelse kring urval, datainsamling, etiska överväganden samt genomförande av intervju och observation, bearbetning och analysmetod.

6.1 Undersökningsmetod och metoddiskussion

I denna studie har kvalitativa metoder används genom intervjuer och observationer för att få svar på studiens syfte och frågeställningar.

Val av intervjuer motiveras med att det var den metod som var mest lämplig för att kunna få information från lärarna med hänvisning till studiens syfte och andra frågeställning. Göran Ahrne och Peter Svensson (2015, s. 22-23) menar att man i egenskap av skribent bör utgå från de frågeställningar som studien har för att därefter välja den mest passande metoden som kan ge svar på dessa. Staffan Stukát (2011) anser att intervjuer är en bra och vanligt förekommande metod att använda när man vill undersöka individers uppfattningar av ett visst fenomen (Stukát 2011, s. 39). Med hänvisning till detta kan intervjuer ses som en passande metod då studiens andra frågeställning handlar om att undersöka lärarnas uppfattningar om induktiv och deduktiv konkretisering i undervisningen. Ann Kristin Larsen (2009) anser att en annan fördel med intervjuer är att man kan få en djupare förståelse för lärarnas uppfattningar genom att exempelvis ställa följdfrågor och få förtydligande svar (Larsen 2009, s. 27).

Observationer har använts för att besvara studiens första frågeställning om hur induktiv och deduktiv konkretisering som didaktisk metod i undervisningen kan främja ett utvecklande av kunskap och lärande hos elever. Larsen (2009) menar att man genom observation kan vistas på en plats som är relevant för studien samt göra adekvata och betydelsefulla upptäckter (Larsen 2009, s. 89). Det är en anledning till att observation har använts för att försöka besvara frågeställningen då jag velat undersöka hur studiens teorier involveras i undervisningen genom metoderna.

Att använda sig av både intervju och observation är enligt Ahrne och Svensson (2015, s. 25) fördelaktigt då man genom att kombinera två olika metoder använder sig av triangulering vilket stärker undersökningen och ökar studiens trovärdighet. Genom denna kombination av metoder anser Stukát (2011, s. 36-37) att man även kan få ett bredare resultat.

6.2 Urval

För att få svar på studiens syfte och frågeställningar har jag intervjuat tre lärare. Denna studie inriktar sig på att undersöka hur induktiv och deduktiv konkretisering sker inom matematikundervisning i grundskolan år 1-3. Lärarna som valdes skulle därför ha erfarenhet av att undervisa i matematik inom de aktuella årskurserna samt en kännedom om vad induktiv och deduktiv konkretisering är. Erfarenhet av det som ska undersökas såg jag som relevant för att ge ett så rättvist svar som möjligt utifrån studiens frågeställningar. Runa Patel och Bo Davidson (2003, s. 52) anser just att man bör välja deltagande individer efter det problem som utformats.

De lärare som medverkat i studien kände jag personligen då vi tidigare haft kontakt med varandra i samband med bland annat tidigare vikariat samt genom rekommendationer från vänner och bekanta. Jag kontaktade respektive lärare via telefon med en förfrågan om de ville medverka i studien. Samtalen innehöll en presentation om vad jag ville, studiens handling och vad jag ville undersöka. Det framfördes även att jag var intresserad av att intervjuva någon behörig lärare samt observera ett par matematiklektioner där induktiv och deduktiv konkretisering sker i undervisningen för att få svar på studiens frågeställningar. Då det kan vara svårt att veta om konkretisering genom dessa metoder äger rum i undervisningen kände jag att ett sådant krav var nödvändigt att ange med hänvisning till studiens syfte och frågeställningar. Jag ville jag försäkra mig om att de lektioner som jag observerar verkligen behandlar det område som jag vill studera och undersöka.

Efter ett antal diskussioner med lärarna där frågor rörande studien som exempelvis förtydligande av vad induktiv och deduktiv konkretisering innebär gav respektive lärare ett godkännande till sitt medverkande. För att anonymisera lärarna kommer namnen att fingeras till Johan, Cassandra och Rebecca. Samtliga lärare har flera års erfarenhet av att undervisa inom matematik i grundskolan.

6.3 Datainsamling

Kvalitativa metoder användes som nämnt för att samla in data. Sammanlagt använde jag mig av tre intervjuer, en per lärare samt fem öppna observationer för att få svar på studiens frågeställningar.

Genom intervjuer samlade jag data för att besvara frågan om lärarnas uppfattningar om induktiv och deduktiv konkretisering i undervisning. När jag intervjuade lärarna använde jag mig av ett anteckningsblock för att skriva ner väsentlig information med hjälp av stöd och nyckelord.

Jag använde mig av en egen utformad semistrukturerad intervjuguide vid intervjuandet av informanterna (bilaga 1). Stukát (2011) menar att man vid användandet av en semistrukturerad intervju har en frågeguide till förfogande som täcker det område man vill undersöka. Huvudfrågorna är bestämda men följdfrågorna kan varieras och ställas på olika sätt. Detta gör intervjun mer anpassbar och samspelet mellan informanten blir djupare (Stukát 2011, s. 44).

Den andra metoden för datainsamling var observation. Jag använde mig av en öppen observation vilket menas att de medverkande lärarna sedan tidigare fått information om vad syftet med studien har varit (Ahrne & Svensson, 2015). Dock hade jag inte berättat exakt vad jag skulle observera utan nämnde endast några allmänna förklaringar då jag inte ville påverka lärarna vilket även Larsen (2009, s. 92) rekommenderar. Under observationerna hade jag ett observationsschema (bilaga 2). Schemat var kopplat till uppsatsens teorier och studiens första frågeställning som skulle besvaras genom observation. Syftet var att studera på vilka sätt eleverna genom induktiv och deduktiv konkretisering hamnar i situationer som enligt studiens teorier sägs främja kunskap. Schemat hjälpte mig ha en stabil plattform att utgå ifrån i mitt observerande. Under varje observation förde jag också anteckningar. Syftet var att anteckna information som var relevant till studiens frågeställningar vilket enligt Ahrne och Svensson (2015 s. 22) är fördelaktigt.

6.4 Etiska överväganden

Innan mötet med respektive lärare skulle äga rum fick varje lärare information om de forskningsetiska principerna som gäller. Dessa delas in i fyra huvudprinciper:

- Informationskravet – innebär att deltagarna i undersökningen ska få information om studiens syfte och de villkor som gäller för deras deltagande. Deltagarna har också rätt att veta att medverkandet i undersökningen är frivilligt och att deltagaren har rätt att avbryta intervjun om så önskas.
- Samtyckeskravet – innebär att undersökningsdeltagaren ska få information om att deltagandet är helt frivilligt samt att deltagaren har en rättighet i att avbryta sin medverkan när deltagaren önskar.
- Konfidentialitetskravet - innebär att deltagarnas uppgifter kommer att behandlas konfidentiellt. Personernas uppgifter ska förvaras på ett säkert sätt så att inte obehöriga ska ha möjlighet att ta del av de. Det handlar också om att deltagarna inte kommer kunna identifieras av utomstående i intervjun.
- Nyttjandekravet – innebär att deltagarnas uppgifter endast ska användas för forskningsändamål och att endast behöriga ska ha tillgång till deltagarnas uppgifter. Användning av deltagarnas uppgifter i andra syften, till exempel kommersiella syften är icke tillåtet (Vetenskapsrådet 2002).

6.5 Genomförande

Efter att ha kommit överens med samtliga lärare om tid och plats efter deras önskemål träffade jag sedan respektive lärare i deras arbetsplats efter skoltid. Stukát (2011) anser att informaten bör helst få välja datum och plats för det planerade mötet och intervjun (Stukát 2011, s. 40). Inför intervjuerna med respektive lärare återgav jag syftet med mitt arbete och vad jag ville undersöka. Jag ville också försäkra mig om att lärarna hade en god kännedom om vad som menas med induktiv och deduktiv konkretisering för att minska risken till att de inte skulle ha en tillräcklig förståelse av dessa begrepp. I synnerhet då begreppen är relativt nya enligt Karlsson och Kilborn (2015).

Efter att jag framfört de etiska forskningsprinciperna gav sedan respektive lärare sitt godkännande till att medverka i intervjun. Som hjälp hade jag min utarbetade intervjuguide (bilaga 1).

Intervjuerna med varje lärare tog cirka 25-30 minuter att genomföra och framfördes i en lugn miljö utan några nämnvärda störningar som påverkade. Detta är något som Stukát (2011, s. 40) anser att en intervjumiljö bör kännetecknas av. Under intervjuerna antecknade jag väsentlig information som sedan skulle användas för att analysera och transkribera materialet.

Sammanlagt observerades fem lektioner fördelade på tre lärare då jag ville ha mer data att utgå ifrån i resultat och analysdelen jämfört med att observera tre lektioner, exempelvis en lektion per lärare. Observationerna ägde rum innan intervjuerna med anledning till att eventuellt ställa en fråga utifrån något som jag observerat. Då jag hade mellan en till två observationer per lärare fick jag återkomma vid nästkommande tillfälle när läraren hade matematikundervisning för att observera. Vid varje observation höll jag en icke deltagande position genom att endast betrakta. Till hjälp hade jag observationsschemat (bilaga 2) där jag utgick från uppsatsens teorier i mitt observerande med syftet av att finna en koppling mellan teorierna och det praktiska som sker i klassrummet.

6.6 Bearbetning och analysmetod

Efter att ha genomfört samtliga intervjuer transkriberades informanternas svar som sedan analyserades för att få en helhetsbild av materialet. Det insamlade materialet från intervjuerna analyserades sedan för att identifiera teman utifrån datamaterialet. Datamaterialet grupperades därefter in och kategoriserades i olika teman som gemensamt uppkommit utifrån informanternas svar.

Vid bearbetning och analys av intervjusvaren använde jag mig av mina anteckningar och gick igenom materialet för att transkribera det som kunde tyckas vara av betydelse och relevant för studien och dess frågeställningar. Genom att endast transkribera det som har en relevans till studien sparar man tid enligt Stukát (2011, s. 40).

När jag bearbetade det data som jag ordnat fram genom observation använde jag mig av mitt observationsschema. I observationsschemat fanns anteckningar som hade noterats under observationens gång med information som innehöll kopplingar mellan uppsatsens teorier och det praktiska som skedde i undervisningen. Datamaterialet grupperade och kategoriserade jag sedan in i olika teman likt tillvägagångssättet med intervjuerna utifrån den relevans som fanns vid studiens syfte och frågeställningar.

6.7 Validitet och reliabilitet

Begreppet validitet handlar om att undersöka om man verkligen mäter det som man avsett att mäta genom att studiens frågeställningar har en tydlig koppling till uppsatsens syfte (Patel & Davidson, 2003). Med hänvisning till detta anser jag att studiens validitet är relativt stark då studiens första frågeställning har koppling till studiens teorier samt att den andra frågeställningen var nära identisk med ett par av studiens intervjufrågor.

Det användes även ett observationsschema som kompletterat intervjuerna. Jag använde mig av både intervju och observation vilket enligt Stukát (2011, s. 36-37) är fördelaktigt då man genom att kombinera två olika metoder använder sig av triangulering vilket stärker undersökningen och ökar chansen till ett bredare resultat.

Termen reliabilitet syftar till att undersöka studiens tillförlitlighet (Patel & Davidson, 2003). En brist i studiens reliabilitet kan tänkas vara det relativt låga antalet på tre lärare som medverkade i intervjuerna samt antalet observationer. Detta kan ses som ett förhållandevis litet antal för att diskutera om studiens resultat verkligen går att generalisera.

En annan faktor kan tänkas vara om en del av de medverkande lärarna som sedan tidigare fått information gällande innebörden av begreppen induktiv och deduktiv konkretisering har låtit sig påverkas av detta i intervjusvaren. Det är dock relativt nya begrepp som inte heller finns skrivna i läroplanen vilket gjorde att en beskrivning kändes nödvändigt för en rättvis undersökning.

7. Resultat och analys

Frågeställning 1: *Hur kan induktiv och deduktiv konkretisering som didaktisk metod i matematikundervisningen främja ett utvecklande av kunskap och lärande hos elever?*

7.1 Resultat från observationer

Johan

De två observerade lektionerna ägde rum under samma skoldag. Eleverna gick i årskurs 1 och arbetade med addition och subtraktion inom talområdet 0-10. Samma klass medverkande under de båda lektionerna där läraren konkretiserade induktivt i undervisningen.

Lektion 1:

Läraren konkretiserade induktivt under lektionen genom att använda sig av laborativt material i egenskap av låtsaspengar vid en gemensam genomgång på skoltavlan i helklass. Pengarna användes för att konkretisera matematiska operationer för addition och subtraktion inom talområdet 0-10. Läraren placerade materialet, låtsas pengarna på whiteboard tavlan för att sedan förklara och konkretisera olika matematiska operationer samt föra samtal med eleverna angående detta. De matematiska beräkningar som observerades var bland annat $3+2$ samt $6+3$ inom addition samt $6-2$ och $10-7$ vid subtraktion. Läraren konkretiserade därigenom operationer för addition och subtraktion genom att använda låtsaspengar som en slags metafor för de matematiska operationerna.

Lektion 2:

Under den andra observerade lektionen fortsatte läraren med det aktuella temat. Den här gången använde läraren sig av en tallinje som visualiserades på en smartboard. Syftet var att konkretisera och lyfta upp sambandet mellan addition och subtraktion. En genomgång hölls sedan i helklass där läraren tydliggjorde olika egenskaper som kännetecknar addition och subtraktion genom att röra sig fram och tillbaka med fingret på tallinjen som eleverna fick se visuellt. Tallinjen användes för att konkretisera utmärkande drag vid addition och subtraktion genom att man vid addition rör sig framåt vid tallinjen utifrån ett visst tal jämfört med subtraktion där man istället rör sig bakåt. Läraren använde därmed tallinjen som en metafor och liknelse för att förklara, lyfta fram och förtydliga egenskaper om begreppen addition och subtraktion vilket har ett samband med den induktiva metoden av konkretisering.

Cassandra

Sammanlagt observerades två lektioner med läraren. Under den första lektionen konkretiserade läraren induktivt inom årskurs 2 medan deduktiv konkretisering förekom under den andra lektionen med elever i årskurs 3. Området som behandlades var bråktal.

Lektion 1:

I den första lektionen handlade undervisningen om att behandla bråkbegreppet med inriktning på begreppet en halv i bråkform. Till sin hjälp använde läraren sig av olika metaforer i form av en tårta och en pizza för att konkretisera begreppet en halvt i bråkform induktivt. Detta skedde genom att metaforerna delades i olika delar i hälften på en whiteboard tavla.

Ett par exempel från det som observerades om hur begreppet en halv i bråkform konkretiserades var att tårtan delades i mitten. Det ägde rum genom att läraren drog ett sträck mitt itu och skuggade ena delen. Därmed fanns det en cirkelformad figur delad på hälften med en skuggad del för eleverna att se visuellt. Läraren förklarade och förtydligade sedan att två lika stora delar uppkom genom att dela tårtan i mitten för att exempelvis ge halva biten till en vän. Det är då en bit av sammanlagt två och därmed kallar man biten för en halv. Ett annat exempel som läraren använde för att konkretisera begreppet en halv i bråkform var en pizza som först delades upp i både fyra och sedan åtta lika stora delar. Läraren skuggade två av fyra bitar på ena exemplet och fyra av åtta på det andra. Syftet var att förklara att det trots pizzans och bitarnas uppdelning in i olika stora delar som sedan skuggats i hälften ändå är en halv i bråkform då $2+2=4$ och $4/2=2$ samt $4+4=8$ och $8/2$ blir just 4.

Lektion 2:

Under den andra observerade lektionen fortsatte arbetet med bråk. Den här gången med elever i årskurs 3 med hjälp av deduktiv konkretisering där eleverna skulle resonera och ordna bråktal efter storleksordning. Läraren konkretiserade deduktivt genom att skriva upp olika bråktal på whiteboard tavlan. Syftet var att eleverna i helklass skulle arbeta med bråktalens storlek och gemensamt resonera samt föra diskussion gällande vilket av de uppskrivna bråktalen som är störst samt försöka ordna dem i storleksordning. Exempel på bråktal var bland annat $3/6$, $1/5$, $3/5$, $1/3$ samt $1/1$.

Enligt läraren var tanken att eleverna skulle försöka använda tidigare kunskaper för att motivera deras svar samt hur de har tänkt i denna problemlösningsprocess. Eleverna arbetade först parvis under cirka 10 minuter för att sedan redogöra svaren i helklass.

Rebecca

På grund av tidsbrist från lärarens sida observerades endast en lektion där elever i årskurs 3 medverkade. Under lektionens gång konkretiserade läraren deduktivt i undervisningen.

Lektion 1:

Temat för undervisningen var geometri med fokus på parallelogram och figurens egenskaper. Läraren presenterade först begreppet genom att lyfta fram och definiera egenskaper hos detta begrepp. Ett exempel var bland annat att motstående sidor i ett parallelogram är av samma längd och att motstående vinklar är lika spetsiga.

Därefter använde läraren digitala verktyg via en smartboard och konkretiserade begreppet deduktivt. Det ägde rum genom att eleverna i helklass fick se ett antal parallelogram men också flera rektanglar och kvadrater som stod sida vid sida. Syftet med den deduktiva konkretiseringen var att samtal och resonemang skulle förekomma om begreppet parallelogram och dess egenskaper. Tanken var att eleverna skulle jämföra parallelogrammet med andra geometriska figurer för att se vilka skillnader och likheter som kan finnas. Utifrån den visuella bilden och lärarens presentation av begreppet skulle eleverna sedan bedöma och motivera vilka av formerna som var parallelogram jämfört med resterande geometriska figurer.

7.2 Analys av observationer

Proximala utvecklingszonen

Johan

Enligt läraren var klassen i behov av extra stöd och hade därför i rollen som en stöttande individ utformat undervisningen och anpassat sitt val av konkretiseringsmetod efter kännedom om elevernas nivåer av mognad. Kinard och Kozulin (2012) menar att det utifrån sådana handlingssätt uppstår situationer som kan främja kunskapsmässig utveckling.

Läraren utgick från elevernas erfarenheter och vardag då han använde sig av metaforer som eleverna tidigare var bekanta med i form av låtsaspengar och en tallinje. Syftet var att konkretisera induktivt genom att bygga en analogi till hur matematiska operationer inom addition och subtraktion kan se ut. Kinard och Kozulin (2012) anser just att läraren utifrån elevernas erfarenheter ska stötta deras lärande genom att förklara och tydliggöra deras omvärld vilket främjar möjligheter till att hamna i den proximala utvecklingszonen (Kinard & Kozulin 2012, s. 179).

Läraren förklarade och illustrerade gemensamt i helklass genom det laborativa materialet och metaforerna hur operationer inom räknemetoderna kan se ut samt förde samtal om det som illustrerats. Detta gjorde att eleverna hamnade i en språklig interaktion vilket enligt Vygotskij kan främja lärande. Syftet var att tydliggöra och exemplifiera hur matematiska operationer kan gå till inom dessa räknesätt samt olika egenskaper som kännetecknar addition och subtraktion genom att man antingen lägger till (addition) och tar bort (subtraktion) vid matematiska operationer.

Eleverna fick se detta på ett konkret och visuellt sätt genom att läraren placerade mynten på whiteboard tavlan och sitt finger på tallinjen. Ett exempel var att läraren vid uttrycket $3+2$ använde tallinjen som en liknelse och startade på talet 3 för att sedan röra sig två steg framåt vilket gjorde att man hamnade på talet 5. På ett liknande sätt användes låtsas pengarna i konkretiseringen genom att lägga till eller ta bort mynt vid beräkningar inom räknemetoderna. Vygotskij menar att interaktion med läraren i den proximala zonen främjar elevernas kunskapsmässiga utveckling då eleverna kommer i kontakt med lärarens tankar och kunskaper. Med stöttning från läraren i ett socialt samspel får eleverna hjälp att utveckla erfarenheter och kunskap. Genom dialog skapas även utrymme för reflektion hos eleverna (Säljö 2014, s. 120).

Cassandra

Under den första lektionen konkretiserade läraren induktivt. Eleverna fick möta metaforer i form av en cirkelformad tårta och pizza på skoltavlan som sedan delades in i olika delar och skuggades i hälften. Pizzan och tårtan användes för att konkretisera begreppet en halv i bråkform samt att koppla in elevernas erfarenheter och vardag genom dessa metaforer.

Flera elever hade svårigheter med att förstå hur bråktalet $\frac{2}{4}$ är en halv precis som $\frac{1}{2}$. En vanlig invändning var att både siffran 2 och 4 är dubbelt så stor än 1 och 2 vilket då innebar att båda bråktalen inte kunde vara en halv. Ett annat exempel gällde bråktalen $\frac{4}{8}$ som vissa elever antog var 40 procent och kunde därmed inte vara en halv eftersom en halv är 50 procent. Andra elever frågade läraren hur det kan vara en halv när läraren skuggat 1 av 2 delar på ena cirkeln och 4 av 8 på andra?

Läraren bidrog till att skapa situationer som sägs främja lärande genom att utgå från metaforen som eleverna fick se visuellt. Därmed började läraren i det konkreta och förklarade samt förtydligade egenskaper om begreppet en halv i bråkform. Ett exempel var att om man halverar tårtan i två lika stora delar och skuggar den ena delen som sedan ges bort till en vän får vi då $\frac{1}{2}$ kvar vilket är en halv. Samma sak gäller om tårtan delas i fyra lika stora delar där två av delarna blir skuggade och ges bort. Detta då två av sammanlagt fyra delar också blir en halv genom att $2+2=4$ samt $\frac{4}{2}=2$. Eleverna fick därmed på ett visuellt sätt se hur en halv i bråkform ser ut genom att utgå från metaforen med de skuggade delarna medan läraren illustrerade och förklarade andra exempel.

Läraren utgick på så sätt från elevernas erfarenheter genom att bland annat koppla in deras vardag där en tårta och pizza användes som metaforer för att underlätta förståelse av det begreppet som skulle undersökas. Kinard och Kozulin (2012) menar just att läraren utifrån elevernas erfarenheter ska stötta lärande genom att förklara och förtydliga deras omvärld (Kinard & Kozulin 2012, s. 179). Därmed fungerade läraren som en stöttande resurs genom att hon förklarade och förtydligade sammanhanget och begreppet med hjälp av metaforerna.

Läraren stöttade även eleverna i undervisningen genom att dela med sig av kunskap och svara på elevernas frågor. Det ägde bland annat rum då en gemensam genomgång hölls i helklass mellan lärare och elever där interaktion samt utbyte av tankar och kunskaper förekom. Sådana situationer bidrar enligt Vygotskij till att elevernas lärande kan främjas (Säljö 2014, s. 120).

I den andra lektionen som observerades konkretiserade läraren deduktivt då eleverna arbetade i par med att försöka storleksordna olika bråktal för att sedan gemensamt diskutera uppgiften i helklass. En del elever hade dock svårigheter med denna uppgift och trodde bland annat att $\frac{1}{3}$ var större än $\frac{1}{1}$ på grund av att talet 3 är större än 1. Andra exempel var att $\frac{1}{3}$ var mindre än $\frac{1}{5}$ eftersom talet 5 är större än 3. Som observant uppmärksammades en del av interaktionerna och samtalen i denna problemlösningsprocess. Vid ett flertal tillfällen tog eleverna hjälp och stöttade varandra vilket gjorde att eleverna hamnade i situationer som kan främja utveckling enligt Säljö (2014, s. 120).

Genom att läraren konkretiserade deduktivt fick eleverna försöka kommunicera det abstrakta tänkandet vilket ledde till att interaktion och samtal skapades. Det uppkom flera diskussioner både gruppvis och i helklass med utbyte av tankar och kunskaper från både lärare och elever. I helklass fick eleverna sedan redogöra sina lösningar samt motivera deras tankegångar. Syftet var att tillsammans försöka lösa uppgiften om att storleksordna bråktalen. Läraren kunde vid behov förklara och förtydliga elevernas formuleringar för att stötta dem i utvecklingen.

När eleven hamnar i interaktion, samspel och dialog med klasskamrater och lärare i den proximala zonen kommer de i kontakt med andras tankesätt och kunskaper vilket främjar ett utvecklande av kunskap och förståelse enligt Vygotskij. Interaktion mellan elever och lärare när man resonerar i en problemlösningssituation som i detta nämnda fall kan vara ett sådant exempel (Säljö 2014, s. 120).

Rebecca

Vid den observerade lektionen presenterade läraren den geometriska figuren parallelogram och definierade viktiga egenskaper hos begreppet. Läraren konkretiserade sedan deduktivt genom att eleverna sedan se flera parallelogram, rektanglar och kvadrater på en smartboard. Syftet var att eleverna skulle försöka uppmärksamma vilka av figurerna som var parallelogram jämfört med resterande figurer. Med anledning till parallelogrammets och rektangelns visuella likhet och form hade en del elever svårigheter med uppgiften. Utifrån dessa olika exempel av geometriska figurer uppkom interaktion och diskussioner i helklass där tankar och kunskaper utbyttes gällande parallelogrammets egenskaper. En del elever som inte hade korrekta svar på uppgiften fick sedan hjälp i både smågrupp och helklass att utveckla en vidare kunskap om figuren då läraren och klasskamraterna var en stödjande resurs. Genom denna interaktion uppkom tillfällen som sägs främja lärande då kunskaper och tankar utbyttes mellan lärare och elever i undervisningen.

Vygotskij menar att man med hjälp av stöttning samt utbyte av tankar och idéer från andra kan utveckla erfarenheter och kunskap. Interaktioner och resonemang i problemlösningssituationer som i det här fallet är ett sådant exempel (Säljö 2014, s. 120). Enligt Karlsson och Kilborn (2015) främjar den deduktiva metoden möjligheter till interaktion och kommunikation då elever ska kommunicera i en problemlösningssituation vilket då gör att sådana kontexter kan uppstå.

Kreativa resonemang

* 1

Cassandra

Läraren konkretiserade deduktivt genom att skriva upp olika bråktal på tavlan. Syftet var att eleverna skulle föra resonemang om vilka av de uppskrivna bråktalen som var störst genom att ordna dem efter storleksordning. Lektionen kännetecknades av olika interaktioner där kreativt resonemang användes i undervisningen. Då man vid deduktiv konkretisering ska kommunicera sitt abstrakta tänkande i en problemlösningssituation främjades möjligheter till att eleverna fick använda kreativt resonemang. Det skedde när eleverna arbetade i par och i helklass där de resonerade med varandra i denna problemlösningssituation genom att använda sig av tidigare abstraherade begrepp.

Vid resonemanget använde eleverna sig av olika tankar, idéer och slutsatser för att försöka lösa uppgiften vilket har koppling till Lithners teori. Detta kunde observeras i flera grupper där eleverna genom resonemang redogjorde för varandra om varför ett visst bråktal är större än ett annat. Alla grupper var dock inte överens om hur man löser uppgiften. Det ledde till att en del elever fick resonera och förklara för klasskamraten hur man har tänkt i sin problemlösningssituation samt kommit fram till en viss slutsats och anser att svaret är korrekt.

Enligt teorin om kreativt resonemang sägs sådant främja resonemangsförmågan och utvecklande av matematiska kunskaper då eleven kan använda sig av argument och motiveringar om varför den aktuella slutsatsen i sitt lösningsresonemang är logisk. Elevernas kreativa resonemang hade, likt Lithners teori en matematisk grund då eleverna lyfte fram matematiska strukturer och mönster i sina argument. Lithner (2008) menar att situationer som dessa stärker elevernas förmåga att resonera.

¹ * Under denna rubrik behandlas inte lärare Johans lektioner. Anledningen är att eleverna fick begränsade möjligheter till kreativt resonemang då läraren tog den större delen av talutrymmet.

Att ha ett rätt svar är inte det mest väsentliga utan det viktiga är att man kan hantera den aktuella situationen istället för att använda sig av lösa gissningar (Lithner 2008, s. 257).

Rebecca

Under den observerade lektionen presenterade och definierade läraren begreppet parallelogram. Eleverna skulle sedan utifrån en visuell bild redogöra samt motivera vilka av figurerna som var parallelogram i jämförelse med rektanglar och kvadrater. Genom att den deduktiva metoden främjar möjligheter till att eleverna ska kommunicera det abstrakta tänkandet i exempelvis en problemlösningssituation som i detta exempel förekom diskussioner med kreativt resonemang.

Kreativt resonemang förekom då eleverna i helklass skulle redogöra på vilket sätt de tänkt när de försökt lösa den aktuella uppgiften. Utifrån bland annat matematiska strukturer samt mönster försökte eleverna motivera och ge resonemang om varför en del figurer har egenskaper som kännetecknar ett parallelogram till skillnad från en rektangel och kvadrat. Eleverna redogjorde för sina lösningar och byggde argumenten på matematiska egenskaper i sitt resonemang gällande det undersökande begreppet. Det skedde när de bland annat resonerade om skillnader mellan figurerna. Ett exempel var då ett antal elever gav förklaringar till varför en kvadrat inte är ett parallelogram. Eleverna motiverade detta genom bland annat dess liksidiga form och räta vinklar jämfört med parallelogrammet. Andra exempel var att ett parallelogram inte har räta vinklar på 90 grader i hörnen likt en rektangel samt att parallelogrammets motsvarande vinklar är lika spetsiga.

Enligt Lithner (2008) sägs sådana resonemang främja ett utvecklande av elevernas resonemangsförmåga och matematiska kunskaper (Lithner 2008, s. 255). I resonemanget använde eleverna sig av matematiska begrepp och kunde också argumentera och motivera för att göra en bedömning om varför deras aktuella slutsats i deras lösningsresonemang var logisk.

Som tidigare nämnt är inte ett korrekt svar det mest väsentliga. Det fanns en del elever som ansåg att ett antal parallelogram i själva verket var rektanglar på grund av att dess motsvarande sidor är lika långa. Svaret är inte helt korrekt men är ändå del av ett kreativt resonemang. Lithner (200) menar att det viktigaste är att resonemanget har en matematisk grund. Detta då man vid argumenten i resonemangen bygger på matematiska och relevanta egenskaper genom att bland annat uppmärksamma matematiska strukturer samt mönster. Man kan också använda sig av olika strategival för att försöka lösa uppgiften istället för lösa gissningar (Lithner 2008, s. 257).

Begreppsutveckling

Johan

Vygotskij (2001) betonar interaktionen och dialogens betydelse för att främja utvecklingen av matematiska begrepp (Vygotskij, 2001). Det var något som förekom under de observerade lektionerna då läraren genom att konkretisera induktivt definierade olika matematiska begrepp som eleverna fick möta i undervisningen. Kommunikation och dialog skapades då eleverna hamnade i interaktion med läraren vilket enligt teorin sägs främja begreppsutvecklingen (Vygotskij, 2001). Genom att läraren förklarade och förtydligade hur olika matematiska operationer inom addition och subtraktion ser ut kan en abstraktion av begreppen och de matematiska metoderna främjas hos eleverna enligt Karlsson och Kilborn (2015).

Vid interaktionen kopplade läraren även in vardagliga begrepp med vetenskapliga begrepp. Exempel på detta var att läraren förklarade innebörden av begreppen addition och subtraktion istället för de vardagliga benämningarna plus och minus. Vygotskij (2001) menar att läraren ska koppla samman vetenskapliga begrepp med elevernas vardagsbegrepp. Genom att man går från det generella till det konkreta uppstår sedan en medvetenhet kring begrepp (Vygotskij 2001, s. 348-349).

Läraren definierade också olika egenskaper som kännetecknar dessa begrepp. Ett exempel var att man i addition adderar, det vill säga lägger till samt att man vid subtraktion subtraherar, vilket menas att man tar bort och minskar. Andra matematiska begrepp som läraren tydliggjorde samt kopplade till elevernas vardagliga begrepp var bland annat summa, termer, och differens. Genom undervisningen fick därmed eleverna möta dessa begrepp som förklarades, förtydligades och exemplifierades i ett relevant sammanhang.

Enligt Vygotskij (2001) äger begreppsutveckling rum i en kontext där interaktion sker genom de mentala processer som ingår i samtal och kommunikation. När eleverna hamnar i interaktion med läraren som tydliggör det sammanhang som de ingår i samt förklarar innebörden av begrepp som eleverna får möta i undervisningen kan begreppsutvecklingen främjas.

Cassandra

Under den första lektionen använde sig läraren av något som enligt teorin sägs främja begreppsutvecklingen då läraren kopplade samman elevernas vardagliga begrepp (en halv) med det vetenskapliga begreppet en halv som är laddad med en annan medvetenhet och systematik. Genom interaktion som enligt Vygotskij (2001) främjar begreppsutveckling fick eleverna höra relevanta egenskaper om det begreppet som undersöktes. Läraren definierade begreppet en halv i bråkform både muntligt och visuellt på tavlan med hjälp av metaforerna.

I interaktionen lät läraren eleverna komma i kontakt med andra relevanta begrepp som sattes in i ett sammanhang. Exempel på detta var att eleverna fick möta vetenskapliga begrepp som täljare, nämnare, bråkstreck vars innebörd och betydelse förklarades av läraren. Vygotskij (2001) anser att sådana sammanhang där interaktion sker är en viktig del för att elever ska utveckla begrepp. Då eleverna får medverka i teoretiska och praktiska sammanhang stimuleras begreppsutvecklingen genom de mentala processer som ingår i samtal och kommunikation (Vygotskij, 2001). Bråten (1998) lyfte fram betydelsen av att läraren låter eleverna få möta vetenskapliga begrepp i undervisningen för att utveckla ett konsekvent och medvetet sätt att tänka (Bråten 1998, s. 132-133).

I den andra lektionen konkretiserade läraren deduktivt då eleverna genom kommunikation ingick i en problemlösningssituation där de skulle försöka storleksordna olika bråktalet. Interaktioner i sådana situationer sägs kunna främja begreppsutvecklingen. Detta då eleverna får höra olika begrepp som exempelvis en tredjedel, en hel, tre femtedelar som sätts in i ett sammanhang och förtydligas av både lärare och elever. Eleverna fick även uttrycka sig språkligt och använda sig av olika bråktalet i denna problemlösningssituation för att resonera i ett socialt och språkligt sammanhang. Johnsen Høines (2002) betonar betydelsen av att försöka använda språket och uttrycka sig för att stimulera utvecklingen av begrepp. När eleven använder begreppet i språkliga sammanhang utvecklas en innehållsmässigt och språklig kunskap om begreppet (Johnsen Høines, 2002).

Vygotskij (2001) anser att problemlösningssituationer genom aktiviteter i barnens tänkande främjar begreppsutveckling (Vygotskij, 2001). När eleverna samtalar och funderar om varför ett bråktalet är större än en ett annat utvecklas en större förståelse för begreppet språkligt och innehållsmässigt. Eleverna får även höra hur begreppen används och sätts in i ett sammanhang hos andra elever. Genom sådana situationer kan begreppsutvecklingen främjas enligt Vygotskij (2001).

Rebecca

Läraren konkretiserade deduktivt under lektionen. Det gav möjligheter till att eleverna fick testa på att använda språket och uttrycka sig i en problemlösningssituation då de skulle motivera sina svar gällande vilka av de olika geometriska figurerna som var parallelogram.

Enligt Vygotskij (2001) främjar sådana situationer begreppsutveckling då utvecklingen äger rum genom mentala processer i samtal och kommunikation. Även problemlösningssituationer genom aktiviteter i elevernas tänkande i deras försök att lösa uppgifter stimulerar detta. Eleverna fick därmed medverka i ett teoretiskt och praktiskt sammanhang som enligt Vygotskij (2001) främjar begreppsutvecklingen. Johnsen Høines (2002) talar om betydelsen av att använda språket och uttrycka sig för att stimulera utvecklingen av begrepp. När eleven använder begreppet i språkliga sammanhang utvecklas en innehållsmässigt och språklig kunskap om begreppet (Johnsen Høines, 2002).

Eleverna fick höra olika begrepp under dessa interaktioner från läraren och klasskamrater som definierade begrepp samt olika egenskaper om begreppen. Genom att läraren och eleverna i en interaktion förtydligar innebörden av olika begrepp som man möter i undervisningen kan man underlätta förståelsen av begrepp. Att interaktion har en viktig roll för elevernas begreppsutveckling var något som Vygotskij (2001) betonade.

Under lektionen kopplade läraren även samman elevernas vardagliga begrepp som exempelvis fyrkant, vinkel och sida till mer vetenskapliga begrepp som rektangel, kvadrat och parallellgram, sidor, vinkel. Dessa begrepp innehåller mer systematik och medvetande jämfört med de vardagliga begreppen. Vygotskij (2001) menar att denna koppling från vetenskapliga begrepp till elevernas vardagsbegrepp är viktigt då man går från det generella till det konkreta. Genom det uppstår en medvetenhet kring begrepp vilket främjar begreppsutvecklingen (Vygotskij 2001, s. 348-349).

7.3 Resultat från intervjuer

Frågeställning 2: *Vilka uppfattningar har lärare i årskurs 1-3 om induktiv och deduktiv konkretisering som metod i matematikundervisningen?*

Johan

Johan anser att konkretisering handlar om att man förtydligar det matematiska språket till eleverna. Induktiv och deduktiv konkretisering sätter ord på begreppen som eleverna får möta i undervisningen vilket gör att möjligheten till att förstå innehållet ökar. Enligt läraren är induktiv konkretisering en passande metod när man ska stötta elever som kan ha svårt att förstå och samtala om olika matematiska begrepp. Han utgår då från något verkligt och erfarenhetsmässigt genom att koppla matematiken till elevernas vardag istället för att "kasta på" eleverna med information som de inte känner igen.

Som lärare konkretiserar han induktivt och deduktivt för att lära ut och befästa kunskap till sina elever. Fördelar med konkretisering i undervisningen handlar bland annat om att det är verklighetsförankrat och skapar realistiska situationer för barnen. Konkretisering hjälper eleverna att förstå matematiska problem i sin vardag tack vare att man kan koppla det tillsammans vilket läraren menar kan leda till att eleverna utvecklar kunskaper i matematiken.

Johan anser att eleverna sedan måste utveckla sin kunskap för att ta nästa steg i utvecklingen. Eleverna kan inte vara beroende av att läraren konkretiserar induktivt om begrepp med exempelvis ett laborativt material hur länge som helst enligt honom. Han tycker då att deduktiv konkretisering är en utmärkt metod i undervisningen. Anledningen är att man kan stärka och bygga upp elevernas kunskap genom att undersöka begreppet på ett helt annat sätt. Det sker genom att eleverna får möta andra egenskaper och kännetecken hos begreppet. Han anser därför att denna övergång är nödvändig för att kunna lösa matematiska problem när matematiken blir svårare med tiden.

Genom den deduktiva metoden kan man som lärare även använda sig av formativ bedömning i undervisningen då eleverna får tillfällen att visa vad de kan. Detta hjälper honom att planera sin framtida undervisning.

Cassandra

Cassandra hänvisar till läroplanen som hon menar på ett tydligt sätt betonar att eleverna ska kunna resonera och formulera sig genom att använda ett matematiskt språk. Hon anser att man ska sträva efter att bygga förkunskaper hos eleverna för att kunna utmana dem i deras utveckling och stärka deras matematiska språk vilket man kan göra genom att konkretisera induktivt och deduktivt.

Syftet är att skapa en förförståelse med hjälp av dessa metoder för att eleverna ska ha det lättare att kunna resonera med det matematiska språket.

Cassandra nämner att hon stött på ett flertal elever som har ett svagt matematiskt språk och har därför svårt att resonera och uttrycka sig i olika sammanhang. Som exempel har hon mött elever som inte har någon aning om att term och summa är namn på matematiska begrepp när man använder sig av addition. Läraren anser därför att det är viktigt att arbeta med begrepp i undervisningen och att man genom konkretisering kan stärka elevernas matematiska ordförråd och utveckling av matematiska begrepp. På frågan om vad läraren tycker om den induktiva metoden svarar hon att det är en bra metod att starta med för att eleverna ska utöka sitt begreppsordförråd och kunskap om begrepp. Detta då man som lärare för vidare kunskap till eleverna och kan använda och utnyttja olika material för att underlätta förståelse av det man vill undervisa om.

Lärarens åsikt är dock att induktiv konkretisering fungerar till en viss gräns. För att öka sitt begreppsordförråd och sina matematiska kunskaper måste eleverna våga testa på att samtala och diskutera. Man bör därför utmana eleverna i utvecklingen genom deduktiv konkretisering där de får pröva på att diskutera med hjälp av tidigare kunskaper för att försöka utveckla sin kunskap och begreppsordförråd. Läraren hänvisade till sin egen lektion där eleverna fick vara med och samtala om bråktalens olika storlek genom att använda språket.

Slutligen talar lärare Cassandra om att konkretisering är en lämplig metod för att involvera elever som av olika anledningar kan ha svårigheter med att fokusera på matematiken eller lär sig på olika sätt. Hon anser därför att induktivt och deduktiv konkretisering är goda metoder för att eleverna ska få möta en inkluderande och individualiserad undervisning.

Rebecca

Läraren anser att konkretisering handlar om att man stöttar eleverna till inläring.

En fördel med induktiv och deduktiv konkretisering är att metoderna kan anpassas efter individen och situationen. Genom att konkretisera får en del elever som kan ha det svårt att förstå den matematik som de möter i undervisningen stöd för att kunna gå framåt i inläringen.

Rebecca talar om att hon konkretiserar genom båda metoderna beroende på individens förkunskaper. Hon nämner att det är inom den deduktiva metoden som det finns möjligheter att verkligen ta sin kunskap till en annan nivå. Fördelen med deduktiv konkretisering är att eleverna hamnar i en omgivning som kan hjälpa dem att stärka deras kunskaper och språk genom att prata, resonera och lösa olika matematiska problem. Det såg man exempel på när eleverna resonerade om de geometriska figurerna. Språket är otroligt viktigt i matematik enligt läraren.

Hon betonar dock att man inte ska låta eleverna i ett för tidigt skede få delta i situationer där de inte kan utgå från erfarenheter, kunskap och stöd. Som lärare bör man istället avvakta med detta tills eleverna utvecklat matematiska kunskaper och ett matematiskt språk som är tillräckligt starkt för att kunna ingå i sådana sammanhang.

Elever som ännu inte har en tillräcklig stark matematisk kunskap och språk för att kunna samtala och resonera kring ett visst ämne ska man som lärare stötta. Rebecca anser att induktiv konkretisering kan stötta elever då risken minskas till att eleverna får svårigheter med att förstå det matematiska område som undervisningen handlar om. Det sker genom att läraren startar i det grundliga och vardagliga för att sedan sakta men säkert bygga upp nya kunskaper hos eleverna.

7.4 Analys av intervjuer

I detta avsnitt kommer analyser av informanternas intervjuer att göras. Datamaterialet kommer att analyseras genom en tematisk analys vilket betyder att det insamlade materialet grupperas in och kategoriseras i olika teman som uppkommit bland intervjuerna. Temana kommer att få en beteckning, sammanfattande definition samt kopplingar till teori och tidigare forskning.

Utveckla matematiskt kunskap och språk samt förtydliga innehållet

Ett gemensamt tema som uppkom var att induktiv och deduktiv konkretisering användes i undervisningen för att utveckla elevernas matematiska kunskaper och språk. Genom dessa metoder menade lärarna att eleverna medverkar i situationer som kan främja ett sådant utvecklande. Fördelen med konkretisering är att man förtydligar och förstärker det matematiska språket då man bland annat sätter ord på begrepp som eleverna möter i undervisningen utifrån verkliga situationer.

Detta har koppling till Karlsson och Kilborn (2015, s. 139) som menar just att konkretisering är en didaktisk metod som strävar efter att utveckla elevernas kunskaper genom att förklara, förtydliga och åskådliggöra begrepp. Det har också en koppling till Löwings (2004) studie som visar att språk och kommunikation i klassrummet är en viktig del för att utveckla matematiska kunskaper och begrepp. Ett klassrumsklimat bör kännetecknas av att eleverna får medverka i situationer där kommunikation är inblandat samt att eleverna får möta matematiska begrepp som pedagogen sätter ord på (Löwing 2004, s. 72). Enligt Vygotskij (2001) främjar samtal och kommunikation begreppsutvecklingen genom de mentala processer som äger rum i sådana kontexter.

Även Björklund (2007) betonade i sin studie att pedagogen kan främja elevernas matematiska utveckling genom att belysa olika aspekter av det som ska undersökas via interaktion och dialog (Björklund, 2007). Vygotskij är av samma åsikt och ansåg att interaktion mellan människor är en viktig del i utvecklandet av kunskap och begrepp (Vygotskij 2001, Säljö 2014, s. 120).

Lärarna talar om att man genom att tydliggöra ett visst innehåll med hjälp av konkretisering kan hjälpa en elev att komma vidare i sin matematiska utveckling. De anser att metoderna tar hänsyn till elevernas förkunskaper, stöttar eleverna i undervisningen samt att man kan arbeta inkluderande och individanpassat. Utifrån elevens förkunskaper väljer man konkretiseringsmetod med syftet att vägleda och stödja eleven framåt i utvecklingen. Lärarnas formuleringar har en koppling till Björklund (2007) som i sin studie menade att pedagogen ska planera för skapa tillfällen och situationer som kan främja barnens lärande (Björklund, 2007).

För att ge eleverna en bra grund till att utveckla matematiska kunskaper och begrepp var lärarna överens om att induktiv konkretisering är en metod som kan främja detta då man som lärare förser eleverna med kunskap, sätter ord på begrepp och tydliggör sammanhanget. Enligt Karlsson och Kilborn (2015) kännetecknas induktiv konkretisering av att man börjar i det konkreta samt att metoden kan stödja elever som är i behov av stöttning inom ett matematiskt område. Syftet är att skapa sig en kunskap om det konkreta för att därefter utveckla sin befintliga kunskap (Karlsson & Kilborn, 2015). Därmed förtydligar lärarna ett matematiskt innehåll med syftet att eleverna ska utveckla abstraktion kring det undersökande innehållet och komma vidare i lärandet. Det har en koppling till Karlsson och Kilborn (2015) som menar att målet med konkretisering är att utveckla förståelse av matematiska begrepp som barn kan ha svårt att förstå (Karlsson & Kilborn 2015, s. 140).

Samtliga lärare var dock överens om att en övergång till den deduktiva metoden är en nödvändighet för att utveckla sina kunskaper och ta nästa steg för att kunna lösa mer abstrakta och avancerade matematiska problem. Även Karlsson och Kilborn (2015) förespråkade en sådan övergång av dessa anledningar och menar att den deduktiva metoden hjälper eleverna att utveckla sin resonemang, problem samt kommunikationsförmåga. Likt lärarnas formuleringar anser Karlsson och Kilborn (2015) att man ska sträva efter att generalisera sin kunskap i den deduktiva metoden då eleverna får möta ett mer avancerat innehåll längre fram i sin skolgång (Karlsson & Kilborn 2015, s. 142).

Stödja och handleda elever

Lärarna anser att induktiv och deduktiv konkretisering tar hänsyn till elevernas förkunskaper och stöttar eleverna i undervisningen då man genom dessa metoder kan arbeta inkluderande och individanpassat. Utifrån elevens förkunskaper väljer man konkretiseringsmetod med syftet att vägleda och stödja eleven framåt i utvecklingen. För att stötta elever som har svårigheter att komma vidare i sitt lärande kan man i undervisningen konkretisera induktiv då man börjar från grunden och det visuellt konkreta för att därifrån stödja eleverna. Det har en koppling till Karlsson och Kilborn (2015) som menar just att induktiv konkretisering kan stödja elever som är i behov av stöttning inom ett matematiskt område (Karlsson & Kilborn 2015, s. 140). Att pedagogen ska planera för skapa tillfällen och situationer som kan främja elevernas lärande var även något som Björklund (2007, s. 60) lyfte fram i sin studie.

Lärarna nämner att man med konkretisering kan stötta eleverna genom att också koppla in deras vardag och erfarenheter i matematikundervisningen. Det är något som även Karlsson och Kilborn (2015) talar om då tanken med konkretisering är att begrepp som barnen kan ha svårt att förstå ska kopplas samman med något som eleverna sedan tidigare är bekant med (Karlsson & Kilborn 2015, s. 140). Det har också ett samband med Björklunds (2007) studie som betonade pedagogens roll om att på ett medvetet sätt koppla och relatera matematiken till elevernas vardag så att det blir en naturlig del av denna (Björklunds 2007, s. 60). Hon hänvisade även till andra studier som lyfte fram betydelsen av att utgå från elevernas erfarenheter i undervisningen samt att det finns ett samband mellan barnens tidigare erfarenheter och deras lärande inom matematiken. Det gäller bland annat när eleverna försöker tolka olika matematiska situationer (Björklund 2007, s. 165).

Att lärarna konkretiserar induktivt och deduktivt med syfte att stödja eleverna samt väljer metod utifrån elevens behov av stöttning och förkunskaper har koppling till Kinard och Kozulin (2012) som talar om att pedagogen ska vara en stödjande vägledare för eleven. Pedagogen bör även anpassa sin undervisning efter elevernas kunskapsnivå för att att främja en kognitiv och kunskapsmässig utveckling hos eleverna. Vidare menade Kinard och Kozulin (2012) att pedagogen just utifrån elevernas erfarenheter ska stötta elevernas lärande genom att förklara och förtydliga deras omvärld (Kinard & Kozulin 2012, s. 179).

8. Diskussion och slutsatser

Avsnittet kommer att innehålla tre delar. Först summeras resultatet från studien som sedan diskuteras i relation till tidigare forskning. Avslutningsvis diskuteras studiens didaktiska implikationer. Hur kan resultatet användas och vilka konsekvenser kan dras av studien när det gäller induktiv och deduktiv konkretisering i undervisningen?

Summering

Slutsatserna i analysen av materialet visar att den induktiva och deduktiva metoden bidrar till att eleverna får medverka i sammanhang och kontexter som utifrån studiens teorier sägs främja lärande och utveckling av kunskap.

Resultatet från studien visade att den induktiva metoden gav eleverna en god grund till att abstrahera olika matematiska begrepp och metoder. Det ägde rum genom att lärarna utgick från elevernas erfarenheter och vardag när man förtydligade, förklarade och åskådliggjorde ett matematiskt innehåll. Vid observationerna användes olika metaforer, material och jämförelser som eleverna sedan tidigare var bekanta med i syftet av att utveckla abstraktion av ett visst begrepp eller metod. Genom att utgå från det konkreta samt koppla det till elevernas vardag och erfarenheter kan elevernas lärande främjas vilket också var något som Karlsson och Kilborn (2015) poängterade.

Det uppkom dock inga större möjligheter för eleverna att använda sig av kreativt resonemang när lärarna konkretiserade induktivt. Anledningen var att läraren tog den större delen av talutrymmet i undervisningen vilket begränsade möjligheter för eleverna att använda språket och resonera. En anledning till detta handlade dock om att eleverna fortfarande inte utvecklat sin förmåga att resonera kring det undersökande begrepp som de fick möta. Karlsson och Kilborn (2015) menar att det är ett vanligt tillvägagångssätt hos lärare när eleverna befinner sig i ett sådant stadium.

Däremot främjade den induktiva metoden möjligheter till att eleverna kan hamna i den proximala zonen. Det uppkom ett flertal interaktioner under konkretiseringen då läraren stöttade eleverna och där kunskaper och tankar utbyttes mellan parterna gällande det undersökande innehållet. Genom att läraren förklarade och åskådliggjorde begrepp uppkom även situationer som enligt teorin om begreppsutveckling sägs främja ett utvecklade av begrepp. Det äger rum då elever hamnar i interaktion och får höra olika begrepp som sätts in i ett sammanhang med ett förtydligande innehåll.

Deduktiv konkretisering främjade möjligheter till att kommunikation uppstod i undervisningen då eleverna fick samtala och resonera kring ett visst undersökande innehåll genom att använda sig av tidigare abstraherade begrepp. Genom detta fick eleverna tillfällen att använda sig av kreativt resonemang vilket sägs främja deras resonemangsförmåga och matematiska kunskaper. Metoden bidrog även till att eleverna fick ingå i interaktioner och språkliga miljöer vilket gjorde att de fick medverka i sammanhang som sägs främja begreppsutvecklingen. Möjligheter till att kunna hamna i den proximala utvecklingszonen främjades också då det i helklass uppkom interaktioner mellan både lärare och elever där stöttning samt utbyte av tankar och kunskaper ägde rum.

Lärarnas intervju svar analyserades för att därefter kategoriseras i olika teman. Gemensamma teman som uppkom var att induktiv och deduktiv konkretisering användes som metod för att utveckla elevernas matematiska kunskaper och matematiska språk. Fördelen med konkretisering var enligt lärarna att man förtydligar och förstärker det matematiska språket då man bland annat sätter ord på begrepp som eleverna möter utifrån verkliga situationer. Lärarna menar att man genom att tydliggöra ett visst innehåll kan hjälpa en elev att komma vidare i sin matematiska utveckling. De anser att metoderna tar hänsyn till elevernas förkunskaper, stöttar eleverna i undervisningen samt att man kan arbeta inkluderande och individanpassat. Utifrån elevens förkunskaper väljer man konkretiseringsmetod i syfte av att vägleda och stödja eleven framåt i utvecklingen. Det har koppling till Björklund (2007) som i sin studie menade just att pedagogen ska planera för att skapa möjligheter och situationer som främjar lärande (Björklund, 2007).

För att ge elever en bra grund till att utveckla matematiska kunskaper och begrepp menar lärarna att induktiv konkretisering är en passande metod. De anser att eleverna stimuleras i sitt lärande och sin matematiska utveckling genom metoden då man som lärare förser dem med kunskap och tydliggör sammanhanget. Man kopplar även in elevernas vardag och erfarenheter i undervisningen för att stötta eleverna. Samtliga lärare var dock sedan överens om att en övergång till den deduktiva metoden är en nödvändighet för att vidareutveckla sina matematiska kunskaper och kunna lösa mer abstrakta och avancerade matematiska problem. Även Karlsson och Kilborn (2015) förespråkade en sådan övergång av dessa anledningar (Karlsson & Kilborn, s. 142).

Diskussion utifrån tidigare forskning

Resultatet från studien visade likheter med tidigare forskning som bland annat lyfte fram pedagogens betydelsefulla roll genom att planera för att skapa möjligheter och situationer som kan främja lärande. Det har ett samband med denna studie då samtliga lärare menade att konkretisering är en metod som tillämpas för att anpassa och koppla undervisningen efter elevernas förkunskaper, erfarenheter och vardag med syftet att kunna främja ett utvecklande av kunskap.

Tidigare forskning betonade även att interaktion mellan lärare och elever främjar ett utvecklande av kunskap. Den induktiva och deduktiva metoden främjade möjligheter till att interaktioner och samtal uppkom i undervisningen. Lärare och elever användes som stöttade resurser genom att utbyta tankar och kunskaper med varandra.

Björklunds (2007) studie lyfte bland annat fram att pedagogen ska belysa olika aspekter av det som ska undersökas för att främja elevernas matematiska utveckling samt att eleverna utvecklar kunskaper när de försöker bilda sig en uppfattning i matematiska situationer. Det såg vi återkommande exempel på i denna studie under lektionernas gång då lärarna konkretiserade induktivt och deduktivt för att förklara, förtydliga och åskådliggöra ett matematisk innehåll. Lärarna satte även ord på det innehåll och begrepp som eleverna fick möta i undervisningen vilket har en koppling till Löwings (2004) studie som menar att ett klassrumsklimat bör kännetecknas av kommunikation (Löwing 2004, s. 72).

Enligt Björklund (2007) har barnens tidigare erfarenheter en betydelsefull roll när de försöker tolka olika matematiska situationer. Hon hänvisade till olika studier som visar en koppling mellan barnens tidigare erfarenheter och utvecklingen av begrepp, förståelse och lärande i matematiken (Björklund 2007, s. 165). Det har ett samband med denna studie då lärarna, dels utifrån intervjuvarn samt under de tillfällen som observerades menade sig utgå från elevernas erfarenheter för att utveckla matematiska kunskaper. I den induktiva metoden utgick man från metaforer och liknelser som eleverna sedan tidigare var bekanta med. Ett liknande upplägg ägde rum vid den deduktiva metoden då eleverna skulle resonera i en språklig interaktion om ett bekant begrepp med hjälp av tidigare abstraherade begrepp för att utveckla sin kunskap.

Diskussion kring didaktiska implikationer av studien

I frågan om vilka konsekvenser som kan dras av denna studie när det gäller undervisning samt hur resultatet kan användas anser jag att möjligheten till att generalisera resultatet är relativt små. Anledningen till det handlar bland annat om man kan diskutera på vilket sätt konkretisering genom den induktiva och deduktiva metoden verkligen gör att en del av de teorier som användes i studien faktiskt involveras och har effekt i praktiken. Ett exempel på detta är teorin om den proximala utvecklingszonen där det kan finnas svårigheter med att faktiskt veta om eleverna hamnar i den zonen genom interaktion med andra parter. I denna studie fick man som observant ett flertal indikationer genom bland annat kommunikation mellan eleverna om att så var fallet. Dock kan man nog inte dra några allmänna slutsatser till andra sammanhang i frågan om hur studiens teorier involveras i undervisningen genom dessa metoder. Det är möjligt att det kan uppkomma andra resultat om studien exempelvis innehöll fler observationer och intervjuer.

Resultatet från studien kan dock ge en indikation på vilka sätt induktiv och deduktiv konkretisering gör att eleverna hamnar i sammanhang som utifrån uppsatsens teorier sägs främja lärande. Observera att uttrycket *sägs* främja användes. Detta då man vid konkretisering utgår från elevernas erfarenheter, förkunskaper och vardag för att underlätta abstraktion av ett begrepp. Som lärare är man också närvarande som en stödjande resurs och försöker förklara, förtydliga och åskådliggöra olika begrepp som undersöks. Den deduktiva metoden skapar tillfällen till kommunikation vilket gör att elever bland annat hamnar i interaktion, får använda språket, resonera och höra olika begrepp som förklaras och förtydligas i ett relevant sammanhang. Metoderna främjar därför möjligheter till att eleverna får medverka i sammanhang som utifrån teorierna kan leda till att lärande och kunskap utvecklas.

9. Vidare forskning

Resultatet från studiens lärarintervjuer gav i överlag positiv respons om induktiv och deduktiv konkretisering i undervisningen. Lärarna ansåg det vara goda metoder som främjar elevernas matematiska utveckling och kunskaper. Det skulle därför vara av intresse att undersöka ett antal elevers egna uppfattningar om induktiv och deduktiv konkretisering som metod.

Kan det möjligtvis finnas några andra synpunkter från elever i den här frågan som både lärarna och tidigare forskning anser vara goda metoder i undervisningen och vad kan anledningen i så fall vara?

10. Käll- och litteraturlista

Ahlberg, Ann (2000). *Att se utvecklingsmöjligheter i barns lärande*. I: Wallby, Karin; Emanuelsson, Göran; Johansson, Bengt; Ryding, Ronnie & Wallby, Anders (red.): *Matematik från början*. Göteborg: Nämnaren, NCM, Göteborgs universitet.

Ahrne, Göran & Svensson, Peter (red.) (2015). *Handbok i kvalitativa metoder*. Johanneshov: MTM

Björklund, Camilla (2007). *Hållpunkter för lärande: småbarns möten med matematik*. Diss. Åbo : Univ., 2007. Tillgänglig på: <https://www.doria.fi/bitstream/handle/10024/5323/BjorklundCamilla.pdf?sequence=2>

Björklund, Camilla & Grevholm, Barbro (2014). *Lära och undervisa matematik: från förskoleklass till åk 6. 2. uppl.* Lund: Studentlitteratur

Boaler, Jo (2011). *Elefanten i klassrummet: att hjälpa elever till ett lustfyllt lärande i matematik*. 1. uppl. Stockholm: Liber

Bråten, I. (1998). *Om Vygotskijs liv och lära. I I. Bråten (Red.), Vygotskij och pedagogiken*. Lund: Studentlitteratur.

Doverborg, Elisabet, Doverborg, Elisabet & Emanuelsson, Göran (2006). *Små barns matematik: erfarenheter från ett pilotprojekt med barn 1 - 5 år och deras lärare*. 1. uppl. Göteborg: NCM, Göteborgs universitet. Tillgänglig på: http://ncm.gu.se/media/downloads/ntema7_ma_i_forskolan.pdf

Johnsen HØines, Marit (2002). *Matematik som språk. Verksamhets- teoretiska perspektiv*. Malmö: Liber AB.

Karlsson, Natalia & Kilborn, Wiggo (2015). *Konkretisering och undervisning i matematik. Matematikdidaktik för lärare*. Lund: Studentlitteratur AB

Kinard, James T. & Kozulin, Alex (2012). *Undervisning för fördjupat matematiskt tänkande*. 1. uppl. Lund: Studentlitteratur

Larsen, Ann Kristin (2009). *Metod helt enkelt: en introduktion till samhällsvetenskaplig metod*. 1. uppl. Malmö: Gleerup

Lithner, J. (2008). *A research framework for creative and imitative reasoning*. *Educational Studies in Mathematics*. 67(3), 255-276.

Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2014. 2. uppl. (2014). Stockholm: Skolverket

Löwing, Madeleine & Kilborn, Wiggo (2002). *Baskunskaper i matematik: för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur

Löwing, Madeleine (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning. En studie av kommunikation lärare – elev och matematik- lektionens didaktiska ramar*. Doktorsavhandling. Göteborg. Tillgänglig på: https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/16143/3/gupea_2077_16143_3.pdf

Löwing, Madeleine (2017). *Grundläggande aritmetik: matematikdidaktik för lärare*. Andra upplagan Lund: Studentlitteratur

Patel, Runa. Davidsson, Bo (1991), *Forskningsmetodikens grunder*. Lund: Studentlitteratur.

Skolinspektionen (2009). *Undervisningen i matematik – utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Tillgänglig på: <https://www.skolinspektionen.se/globalassets/publikationssok/granskningsrapporter/kvalitetsgranskningar/2009/matematik/granskningsrapport-matematik.pdf>

Skolverket (2008). *Svenska elevers matematikkunskaper i TIMSS 2007*. Tillgänglig på: <https://www.skolverket.se/publikationer?id=2126>

Skolverket.(2011b). *Läroplan för förskolan Lpfö 98, reviderad 2010, 2:a upplagan*. Stockholm: Fritzes.

Stukát, Staffan (2011). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. 2. uppl. Lund: Studentlitteratur

Szendrei J. (1996) *Concrete Materials in the Classroom. International Handbook of Mathematics Education*, vol 4. Springer, Dordrecht

Säljö, Roger (2014). *Lärande i praktiken: ett sociokulturellt perspektiv. 3. uppl.* Lund: Studentlitteratur

Vetenskapsrådet. *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning.* (2002). Stockholm. Tillgänglig på: http://www.gu.se/digitalAssets/1268/1268494_forskningsetiska_principer_2002.pdf

Vygotskij, L. S. (2001) *Tänkande och språk.* Göteborg. Daidalos

Otryckta källor

Intervju med Johan: 3/11–2017

Intervju med Cassandra: 1/11–2017

Intervju med Rebecca: 4/11–2017

Observation 1 med Johan: 3/11–2017, ca 45 minuter

Observation 2 med Johan: 3/11-2017, ca 40 minuter

Observation 1 med Cassandra: 1/11–2017, ca 60 minuter

Observation 2 med Cassandra: 2/11-2017, ca 45 minuter

Observation 1 med Rebecca: 4/11–2017, ca 60 minuter

11. Bilagor

Bilaga 1 - Intervjuguide

1. Hur mår du?
2. Hur har arbetsdagen varit?
3. Innan vi börjar undrar jag om du har några frågor som du vill ställa till mig?
4. Vad jag har förstått undervisar du inom matematik?
5. Känner du till begreppet konkretisering genom den induktiva och deduktiva metoden? (Vid nej svar kommer jag med ett förtydligande och förklarande)
6. Vad innebär begreppen för dig?
7. Är det något som du själv använder dig av i din matematikundervisning?
8. (Vid JA svar:) Okej, vad är anledningen till detta? Vilka fördelar kan det ge i undervisningen anser du?
9. (Vid NEJ svar:) Okej, finns det någon speciell anledning till detta?

Bilaga 2 - observationsschema

Observationsschema

Lärarens namn:

Datum:

Årskurs(er):

Total lektionstid:

Induktiv / deduktiv konkretisering. Hur?	Proximala utvecklingszonen	Begreppsbildning	Kreativa resonemang

