Uppskattningsstrategier på lågstadiet

En fallstudie

Louisa Colliander

Institutionen för matematikämnets och naturvetenskapämnenas didaktik
Självständigt arbete på avancerad nivå, UM9022, 15 hp
Matematikämnets didaktik
Grundlärarprogrammet med inriktning mot arbete i förskoleklass och grundskolans år 1-3, 240 hp
Vårterminen 2017
Handledare: Judy Sayers
Examinator: Astrid Pettersson
English title: Estimation strategies in primary school: A case study

Uppskattningsstrategier på lågstadiet

En fallstudie

Louisa Colliander

Sammanfattning

Studiens syfte var att synliggöra vilka uppskattningsstrategier som används på lågstadiet, utifrån de fyra uppskattningskategorierna mängder, tallinje, överslagsberäkning och storheter. Detta eftersom uppskattning enligt forskning inte uppmärksammas tillräckligt, vilket ofta härleds till det skrala innehållet i läroböckerna, samt lärares syn på uppskattning. Dessutom ingår uppskattning i taluppfattning och är avhängig för elevers kommande matematikinlärning, främst inom aritmetik och problemlösning. Studiens centrala frågor var (1) *Vilka strategier använder elever i årskurs 3 vid uppskattningsuppgifter?* (2) *Hur ser lågstadielärarnas inställning till uppskattning ut?* samt (3) *Hur uppmärksammas uppskattning och dess strategier i matematikböckerna enligt lågstadielärare?* Metoderna för datainsamling var fokusgrupper med elva elever och semistrukturerade intervjuer med tre lågstadielärare. Resultaten visade två grunddrag (1) att eleverna använde uppskattningsstrategier, dock var dessa något begränsade i förhållande till undersökningens uppgifter samt (2) att lärarna inte medvetet beaktade uppskattningsstrategier i sin undervisning, de ansåg dock att uppskattning var en kunskap för livet. Det vill säga att mer sofistikerade uppskattningsstrategier, såsom del/helhet, spann och referenspunktsjämförelse, kan behöva uppmärksammas mer på lågstadiet, för att ge eleverna en bred repertoar och därmed utveckla deras taluppfattning. Utifrån det skulle studien kunna vägleda lärarna om vilka uppskattningsuppgifter och strategier de kan undervisa tydligare. Studien är därtill signifikant för lärares professionella uppdrag, då de enligt Lgr11 ska undervisa elever om uppskattning och tillika lämpliga strategier. Den skulle även kunna ha betydelse för vidare forskning på området, exempelvis vad gäller granskning av lärarhandledningars innehåll avseende uppskattningsuppgifter och uppskattningsstrategier.

Nyckelord

Uppskattning, strategier, uppskattningsstrategier, matematik, lågstadiet.

Innehållsförteckning

Inledning

Uppskattningar gör vi människor nästintill dagligen (Booth & Siegler, 2006; Reys, Reys & Emanuelsson, 1996). Exempelvis uppskattar vi hur mycket varorna i korgen kommer att kosta eller om mjölken räcker till två glas. Det är en användbar och nödvändig förmåga som ingår i taluppfattning och anses vara avhängig för elevers kommande matematikinlärning, framförallt inom aritmetiken (Andrews & Sayers, 2015; Dorneles, Duro, Rios, Nogues & Pereira, 2017), men också inom problemlösningen (Hildreth, 1983). Däremot har forskning pekat på att den har fått för lite uppmärksamhet i matematikundervisningen (Booth & Siegler, 2006; Reys et al., 1996).

Redan under 1970- och 80-talen diskuterades det internationellt (t.ex. NACOME[1], NCTM[2] etc.) att mer utrymme för uppskattning i både läroplanerna och matematikböckerna behövde införas (Crites, 1992). Vilket en nyare studie fortfarande visar är aktuellt, då uppskattningsuppgifter är blygsamt representerade i matematikböcker (Löwenhielm, Marschall, Sayers & Andrews, 2017), vilket Reys med flera (1996) anser är orsaken till att lärare inte berör uppskattning i lika stor utsträckning som andra matematikområden. I amerikanska undersökningar som NAEP[3] visades det att elevers prestationer inom uppskattning var av lägre kvalitet (Carpenter, Coburn, Reys & Wilson, 1976). Ett sådant resultat kan enligt Kouba, Carpenter och Swafford (1989) bero på att eleverna antingen saknar en känsla för tal större än 100 eller att de saknar uppskattningsstrategier.

Därtill har det uppmärksammats att elever och lärare, inte riktigt uppfattar uppskattning som en del av matematiken (Reys et al., 1996). Mycket har troligtvis att göra med att uppskattningar inte resulterar i exakta svar, vilket är det som traditionellt sett har efterfrågats i skolan (ibid.). Uppskattning ses istället ofta som en typ av gissning, vilket för eleverna indikerar att det inte finns någon bakomliggande teknik som behöver läras in (Ainley, 1991). Enligt Reys med flera (1996) måste lärare ”ta död på fixeringen ’det finns bara ***ett*** riktigt svar’.” (s. 24) och istället fokusera på att hjälpa eleverna att få en känsla för uppskattningar. Läraren måste dessutom visa sitt intresse för elevernas uppskattningar (ibid.) och diskutera valda strategier, eftersom det utvecklar elevernas förmåga att bland annat uppskatta och lösa problem (Ainley, 1991; Hildreth, 1983; McIntosh, 2008).

Detta kan utläsas i Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011, då uppskattning uppmärksammas i kursplanen för matematik (Skolverket, 2016). I centralt innehåll för årskurs 1-3 står under *taluppfattning och tals användning*: ”Rimlighetsbedömning vid enkla beräkningar och uppskattningar” (Skolverket, 2016, s.56) samt under *geometri* ”Jämförelser och uppskattningar av matematiska storheter.” (Skolverket, 2016, s. 57). Vidare ses undervisning av olika strategier som en viktig komponent, då det berörs i både syftestext och förmågor. Kontentan av detta är att eleverna ska

---

[1] *NACOME står för National Advisory Committe on Mathematical Education. En kommitté som bl.a. utrönar hur tidigare amerikanska läroplaner har satt spår i matematikundervisningen. (http://www.mathcurriculumcenter.org)*

[2] *NCTM står för National Council of Teachers of Mathematics. Det är världens största organisation för matematikutbildning. Dess mål är att bidra till att bl.a. elever får tillgång till en kvalitativ utbildning. (http://www.nctm.org)*

[3] *NAEP står för National Assessment of Educational Progress. Det är ett amerikanskt test, likställt med de svenska nationella provens funktion, för att se elevers rådande kunskaper i exempelvis matematik. (http://nces.ed.gov)*

ges utrymme för att diskutera, jämföra, välja och värdera lämpliga strategier inom uppskattning samt utifrån det erhållas kunskaper som hjälper dem att lösa problem. (Skolverket, 2016)

Generellt tas däremot uppskattningsuppgifter sällan upp i undervisningen och eleverna missar därmed tillfällen att få erfarenhet av den kunskapen (Paulos, 1988). Den typ som dock anses vara den vanligaste formen av uppskattning som undervisas i skolorna är överslagsberäkning (ibid.) och därtill anses avrundning vara den vanligaste strategin som lärs ut (McIntosh, 2008). Denna typ av uppskattningsuppgift brukar däremot inte beröras förrän eleverna har börjat räkna med hundratal, fastän McIntosh anser att det bör läras ut redan vid introduceringen av talet fem. Därtill belyser både McIntosh (2008) och Carpenter med flera (1976) att uppskattning inte ska behandlas isolerat i undervisningen, utan att det kan beröras så fort det passar in i ett sammanhang. Studier har även visat att elever behöver erhållas olika typer av uppskattningsuppgifter, eftersom de berör olika kunskaper och förmågor. (Carpenter et al., 1976; Dorneles et al., 2017; Wong, Ho & Tang; 2016)

Precis som nämnt, finns det olika matematikuppgifter som passar in under begreppet uppskattning, därav förekommer det indelningar av begreppet i litteraturen (Forrester & Pike, 1998; Booth & Siegler, 2006). Forrester och Pike (1998) lyfter fram att begreppet uppskattning brukar delas in i tre kategorier: computation, judgment of numerosity och measurment. McIntosh (2008) hävdar att uppskattning består av uppskattning av: antal, mätetal och rimligheten i beräkningssvar. Wong, Ho och Tang (2016) redogör för *numerical estimation*, vilket de anser är indelat i två kategorier: numerosity estimation och number line estimation. Det Booth och Siegler (2006) betonar och som de anser behövs för att kunna skilja på uppskattningsuppgifter är att det krävs två olika typer av kunnande. En del uppgifter kräver omvärldskunskap eller vedertagna mått medan andra uppgifter endast kräver kunskap om tal. De framhäver begreppet *pure numerical estimation*, vilket inbegriper uppskattning av: beräkningar, tals placering på talraden och antal. Det är uppgifter som de anser endast kräver kunskap om tal.

Utifrån denna litteratur har fyra uppskattningskategorier gått att urskilja (obs. samtliga översättningar vad gäller uppskattningskategorier och uppskattningsstrategier är i fortsättningen mina egna).

1. **Mängder** (numerosity judgment): uppskattning av en kvantitet/antal, i en mängd. T.ex. uppskatta hur många kulor det får plats i en glasburk. (Booth & Siegler, 2006; Luwel, Lemaire & Verschaffel, 2005)
2. **Tallinje** (number line): uppskattningsuppgifter som innefattar uppskattning av ett tals magnitud (relativ storleksordning) och markera det på en passande plats på en tom tallinje. T.ex. placera ut talet 78 mellan 0-100. (Siegler & Booth, 2004, refererade i Booth & Siegler, 2006).
3. **Överslagsberäkning** (computation): berör uppskattningsuppgifter som involverar beräkningar av olika slag. Hitta ett ungefärligt svar på ett aritmetiskt problem, utan att (eller dessförinnan) beräkna det exakta svaret. T.ex. 256 + 37 + 19 = 300. (Lemaire & Lecacheur, 2002)
4. **Storheter** (measurement): uppskattning av att ett mätetal för en storhet. Storheter, som längd, vikt etc. Mätetal, som standardiserade måttenheter, t.ex. centimeter, tum, etc. samt inofficiella måttenheter, t.ex. som en persons hand etc. (McIntosh, 2008)

Tidigare forskning om uppskattningsstrategier

De flesta studierna inom uppskattningsstrategier berör kategorin *överslagsberäkning* (Sowder, 1992, refererad i Forrester & Pike, 1998). De strategier som Reys, Rybolt, Bestgen och Wyatt (1982) nämner delas in under tre olika processer, *omformulering* (reformulation), *kompensation* (compensation) och *översättning* (translation). Enligt Lemaire och Lecacheur (2002) är strategierna som faller in under processen *omformulering* av det slag som yngre barn främst ägnar sig åt, de menar att barn i 9-årsåldern kan använda strategier som involverar avrundning både uppåt och nedåt. De strategier som ingår i processen är alltså *avrunda* (rounding), *korta av* (truncation) och *medelvärde* (averaging) (Reys et al., 1982; Sowder & Wheeler, 1989). I Sowder och Wheelers studie (1989) som har hämtat strategier från Reys med fleras studie (1982), framkom det att majoriteten av lågstadieeleverna accepterade strategin avrunda vid beräkningar, dock visade det sig att tredjeklassarna var tveksamma till att använda både den strategin och *korta av*, då de föredrog exakta beräkningar. Sowder och Wheeler misstänker att det har att göra med elevernas bristande erfarenhet vad gäller strategin *avrunda*, i kombination med deras samlade erfarenhet av att matematiska problem bara kan ha ett korrekt svar. Uppgifterna i deras studie bestod av flersvarsalternativ samt öppna svarsalternativ. De uppgifterna med öppna svarsalternativ var betydligt svårare och tredjeklassarna misslyckades med att uppskatta dem. Sowder och Wheelers studie påvisade att överslagsberäkning är en avancerad uppskattningstyp, men att den ändå är relevant att ta upp i de lägre skolåldrarna. Vilket även Carpenter med flera (1976) framför, dock menar de att uppskattning av enkla subtraktions- och additionsuppgifter kan introduceras med en mindre sofistikerad strategi, som ringar in beräkningssvaret med ett spann, t.ex 15 + 8 = mer än 20 men mindre än 25.

Forskning inom *mängder* har visat att elever måste få utveckla en känsla för större tal innan de kan komma fram till acceptabla uppskattningar (Carpenter et al., 1976). Crites studie (1992) påvisar att elever i årskurs tre ofta har en mindre utvecklad känsla för större tal/mängder. Därtill använde tredjeklassarna i studien mindre sofistikerade strategier för att uppskatta antal i mängder, exempelvis rena gissningar eller strategin *ögna* (eyeball) - en känsla för en mängd. Detta medan äldre elever använde sofistikerade strategier såsom *referenspunktsjämförelse* (benchmark comparison) och *del/helhet* (decomposition/recomposition). Crites studie visade att tredjeklassarna inte hade utvecklat referenspunkt som strategi, troligtvis på grund av bristande praktisk erfarenhet av att uppskatta bland annat mängder. Crites anser att referenspunkt och del/helhet är två grundläggande strategier som behöver uppmärksammas i matematikundervisningen. I Crites studie (1992) berörs även strategin *spann* (range), då uppskattning sker via en inringning av en mängd. Luwel och Verschaffel (2008) redogör för ytterligare en strategi, *delvis räkning* (partial counting). Vilken består av att den mängd som ska uppskattas till en viss del räknas och därutöver uppskattas resterande del.

Tallinje är en uppskattningskategori som involverar mycket matematisk kunskap, för att kunna göra en ordentlig uppskattning. Forskning pekar på att personer som uppskattar tal på en tallinje ofta har en inre, mental tallinje som de utgår ifrån (van't Noordende, van Hoogmoed, Schot & Kroesbergen, 2016). Till det har de aritmetiska kunskaper samt en förståelse för referenspunkterna som erhålls och kan utifrån dem placera ut talet på tallinjen, det vill säga med strategin *referenspunkt* (reference point) (Link, Nuerk & Moeller, 2014, refererade i van't Noordende et al., 2016). Newman och Berger (1984) menar att yngre barn oftast tyr sig till referenspunkten i början av tallinjen och gör sina uppskattningar utifrån den, medan elever redan i årkurs tre använder olika referenspunkter på tallinjen och då på ett mer flexibelt sätt, än yngre barn. Lågstadieelever uppskattar ofta tal på tallinjen genom att räkna från referenspunkten (ibid.). Siegler och Opfer (2003) beskriver strategin *proportionell uppdelning* (landmark-based proportion) i sin studie. De noterade att äldre elever och vuxna var benägna att dela in tallinjen i lika stora delar (fjärdedelar, tredjedelar, tiondelar etcetera), just för att skapa osynliga referenspunkter att utgå ifrån vid uppskattningar. De ansåg också att det var en effektiv strategi för att uppskatta tal på tallinjen. Däremot hade yngre elever i årskurs 2 svårt att genomföra denna strategi, då de inte hade tallinjens linjära mönster klart för sig (ibid.).

Studier som berör *storheter* har indikerat att många elever inte väljer att använda *referenspunkt* (reference point) spontant som strategi (Hildreth, 1983; Joram, Gabriele, Bertheau, Gelman och Subrahmanyam, 2005). Ainley (1991) menar att barn inte har hunnit få den livserfarenheten, som vuxna har när det gäller referenspunkter. Däremot bör elever ges tillfällen att tillägna sig sådana. Majoriteten av tredjeklassarna i Joram med kollegors studie (2005) visade att de främst använde strategin *enhetsupprepning* (unit interation), vilket involverar standardmått som mentala referenspunkter. Dock visade det sig att eleverna inte hade korrekta uppfattningar av standardenheterna, vilket påverkade uppskattningens validitet, något som även Hildreth påvisar i sin studie (1983). Ainley (1991) poängterar dock att elever inte har erfarenheten eller behovet av att använda sådana enheter, som ofta vuxna har. Ytterligare tre strategier som Hildreth tar upp i sin studie (1983) är *uppdelning* (chunking), *jämförelse* (comparison) samt *spann* (squeezing). Han menar att dessa strategier är passande att undervisa i och även enkla att demonstrera i klassrum.

Behovet av att veta hur man kan uppskatta olika objekt, beräkningar etc. är en viktig förmåga både i en människans vardagliga liv, men också när det gäller att utveckla andra matematiska förmågor. Därav behöver strategier för uppskattning uppmärksammas i matematikundervisningen, då tidigare undersökningar har visat att elever inte lär sig strategier för uppskattning. (Threadgill-Sowder, 1984; Dorneles et al., 2017) Mycket anses bero på att matematikböcker innehåller få uppskattningsuppgifter och att det därmed inte berörs så ingående i undervisningen (Reys et al., 1996). Till det efterfrågas fler studier som berör lågstadiet, då det är ett relativt outforskat område (van't Noordende et al., 2016).

Syfte och frågeställningar

Syftet med studien är att synliggöra vilka uppskattningsstrategier som används på lågstadiet, utifrån de fyra uppskattningskategorierna: mängder, tallinje, överslagsberäkning och storheter.

Följande frågeställningar har utformats för att besvara studiens syfte:

- Vilka strategier använder elever i årskurs 3 vid uppskattningsuppgifter?
- Hur ser lågstadielärarnas inställning till uppskattning ut?
- Hur uppmärksammas uppskattning och dess strategier i matematikböckerna enligt lågstadielärare?

Metod

Studien är en fallstudie med ett naturalistiskt perspektiv. Fallet uppskattningsstrategier i matematik är av intresse och genomförs i en naturlig kontext, skolan. Den har utforskande karaktär och syftar till att ta reda på hur något är i ett visst sammanhang. (Stake, 2000; Yin, 2003) För att besvara studiens frågor är elevers och lärares perspektiv intressanta. De belyses via två kvalitativa intervjumetoder, fokusgrupper med eleverna och semistrukturerade intervjuer med lärarna. Resultatet blir rikare när två källor beaktas för att söka studiens svar, dvs. tillämpning av triangulering (Bryman, 2011). Fokusgrupper involverar minst fyra informanter och berör ett specifikt tema. De sparar in tid, då flera informanter intervjuas samtidigt. Intervjumetoden gör det även möjligt för synliggörande av elevernas tankar, när de utför uppgifter i en familjär miljö. Materialet kan dock vara komplicerat att transkribera, då det gäller att veta vem som har sagt vad och höra vad som har sagts. Syftet med semistrukturerade intervjuer är att få uttömmande svar från informanterna. De karaktäriseras av flexibilitet, då frågorna kan variera i följd samt ordformulering. Det bjuder in till spontana frågor, som möjliggör fördjupanden från informanten. (ibid.) Motsatsen är en strukturerad intervju, där frågorna har mer strikt karaktär, vilket kan riskera att informantens tankar inte kommer fram (Johansson & Svedner, 2010).

Urval

Urvalet till metoderna skedde via ett bekvämlighetsurval, på en skola söder om Stockholm. Eleverna i fokusgrupperna kom från samma klass i årskurs tre. Urval baserades på två restriktioner (Bryman, 2011) (1) tillstånd från föräldrar (2) elevens egen vilja att delta i studien. Det resulterade i ett urval av 18 elever, som via lottdragning gav 12 stycken deltagare. En elev avbröt studien och dennes svar raderades, för att få ett rättvisande resultat. Det resulterade i 11 slutliga deltagare. Urvalet till lärarnas intervjuer skedde utifrån målstyrning, vilket innebar att studiens frågor beaktades och endast lärare med behörighet inom matematik för lågstadiet deltog i studien, varav en var klasslärare för eleverna i fokusgrupperna. De tre lågstadielärarna har både varierad arbetslivserfarenhet och utbildning, vilket kan ge en nyanserad bild av lärares syn på uppskattning. (Bryman, 2011)

Forskningsetiska principer

Inför studiens datainsamling har de fyra forskningsetiska huvudkraven beaktats enligt Vetenskapsrådets föreskrifter (2002). Samtliga deltagare i studien har informerats om studiens syfte samt tillvägagångssätt, både muntligt och skriftligt via brev, (se bilaga 1 och 2). Elevernas vårdnadshavare har endast meddelats skriftligt. (Informationskravet) Alla berörda har blivit upplysta om att det är helt frivilligt att medverka i studien och har till det både skriftligt och muntligt samtyckt till deltagande i studien. (Samtyckeskravet) De har informerats om att de inte kommer att kunna identifieras i studien och ej heller den skola de arbetar på/går i, samt att allt insamlat material förvaras oåtkomligt från obehöriga. (Konfidentialitetskravet) Deltagarna samt vårdnadshavarna har informerats om att allt insamlat material endast avser att användas för den här studien och att materialet i sin helhet kommer att makuleras efter färdigställd samt godkänd studie. (Nyttjandekravet)

Studiens genomförande

Hela studien ägde rum på en grundskola söder om Stockholm. Intervjuerna för fokusgrupperna och lågstadielärarna skedde i enskilda utrymmen på skolan, dessa genomfördes under totalt tre dagar under en vecka i april 2017. Två av dagarna ägnades åt de tre fokusgrupperna, som bestod av tre/fyra elever var. Intervjuerna pågick under cirka 40-60 minuter. Eleverna intervjuades tillsammans. Innan intervjuerna påbörjades gavs eleverna möjlighet till att muntligt tacka nej till att delta i undersökningen. Undersökningen bestod av totalt 12 stycken uppskattningsuppgifter (se bilaga 3), t.ex. ”En tom tallinje (0-100) på ett papper. Be eleven att markera ut talet (57) på tallinjen. Hur tänkte du när du gjorde det?”. Det var tre uppgifter för respektive uppskattningskategori. Samtliga uppgifter skulle besvaras både muntligt och skriftligt. Eleverna erhölls ett häfte, där svarsark för respektive uppgift gick att finna. Samtliga häften samlas in efter undersökningen och användes som stöd vid analysen. Eleverna uppmanades att tänka på hur de tänkte när de löste uppgifterna, för att försöka få dem att bli medvetna om vilken strategi de använde. De uppmanades också till att först tänka tyst för sig själva, innan de skrev ned sitt svar, för att undvika eventuell kopiering av svar mellan eleverna. Vid de uppgifter som berörde överslagsberäkning, lästes uppgiften upp högt och eleverna fick även fem sekunder på sig att läsa uppgiften och sedan 20 sekunder för att uppskatta den. Detta för att försöka undvika rena huvudräkningsstrategier. Eleverna fick en efter en, på uppmaning, redogöra muntligt för hur de tänkte och gjorde när de löste uppgifterna. Till det togs stödanteckningar.

De tre lågstadielärarnas intervjuer skedde under en dag i början av veckan, innan eleverna intervjuades. Intervjuerna hade bokats in på valfri tid av lärarna. Intervjuerna tog cirka 20-25 minuter. Enligt överenskommelse med lärarna spelades alla intervjuer in auditivt via appen *Voice Recorder*. Intervjuerna inleddes med uppvärmningsfrågor t.ex. *hur länge har du varit verksam som lärare?*, vilka övergick till frågorna i intervjumallen (se bilaga 4). Under tiden som intervjuerna fortlöpte togs stödanteckningar.

Det videoinspelade materialet från fokusgrupperna granskades i sin helhet två gånger, varvid för studien relevanta uttalanden från eleverna transkriberades, allt enligt Brymans (2011) råd, då han menar att information som inte bekommer studiens resultat kan uteslutas. Därefter analyserades det transkriberade materialet utifrån analysverktyget, se nedan. Resultatet av elevernas val av strategi för respektive uppgift har förts in i en tabell för varje uppskattningstyp, för att få en enklare överskådning av resultatet. Till varje tabell har elevers excerpt redovisats för att förtydliga valda strategier.

Lågstadielärarnas intervjuer har lyssnats igenom en gång och därefter transkriberats i sin helhet. Efter transkriberingen har lärarnas uttalanden granskats tre gånger och analyserats utifrån en tematisk analys (Bryman, 2011), vilken är den vanligaste inom kvalitativ forskning. I den här studien bygger den tematiska analysen på *Framework*, en metod för att ordna in data i en matris. Därmed går det att analysera data och få fram centrala teman och subteman (Bryman, 2011). Detta skedde genom numrerad kodning, där (1) involverade lärarnas uppfattningar av uppskattning och (2) lärarnas erfarenhet av matematikböckers innehåll. Därefter färgkodades de subteman som framkom vilka berörde både likheter och skillnader i uttalandena. Med denna metod kan en överskådlig helhetsbild av resultatet presenteras. (Johansson och Svedner, 2010).

Lärarna har i studien tillgivits pseudonym, dock är detta inte relevant vad gäller eleverna. Detta då resultatet endast redovisar antalet elever som använder vilken strategi och inte vem som gör det.

Analysverktyg för uppskattningsstrategier

Strategierna här nedan är hämtade från tidigare nämnda studier och anses vara relevanta för den här studiens uppskattningsuppgifter (se bilaga 3). Strategierna är presenterade under respektive uppskattningskategori som de tillhör.

1. Mängder

Ögna
En strategi där man har en känsla för en mängd och uppskattar utefter den känslan, likt en kvalificerad gissning (Crites, 1992; Luwel et al., 2005). T.ex. avgöra hur många kakor det finns i burken, genom att fort ögna igenom innehållet och uppskatta antalet till cirka 25 stycken kakor.

Spann
Uppskattningen ringas in genom en övre och nedre gräns, för att bestämma ett antal i en mängd. T.ex uppskatta antalet personer i ett rum. Det bör vara fler personer än 20 men färre än 50. Därefter få fram medelvärdet, cirka 35 personer. (Crites, 1992; McIntosh, 2008)

Referenspunktsjämförelse
En mängd jämförs med en annan redan känd mängd. T.ex. antalet äpplen som får plats i fruktskålen bör vara färre än antalet plommon, eftersom äpplen är större än plommon. (Crites, 1992)

Delvis räkning
Antalet föremål i en mängd påbörjas att räknas. Det räknade antalet kombineras med en uppskattning av den mängd som inte hann räknas (Luwel & Verschaffel, 2008) T.ex. jag såg fem stycken, men jag tror att det var dubbelt så många och lite till, så jag säger 13 stycken.

Del/helhet
En given mängd delas in i mindre delar och antalet föremål som uppskattas i delen sätts sedan ihop på nytt, för att få en fullständig uppskattning av hela mängden. (Crites, 1992; Luwel et al., 2005) T.ex. en bild med godisbitar delas in i ett rutnät, där godisbitarna i en ruta räknas och sedan multipliceras med antalet rutor.

2. Tallinje

Referenspunkt
Användning av referenspunkter som förekommer i början, mitten och slutet av en tom tallinje. (van’t Noordende et al., 2016) Utifrån referenspunkterna ”räknar” man sig fram, antingen uppåt eller nedåt på tallinjen, för att uppskatta det efterfrågade talets placering (Newman & Berger, 1984). T.ex. en tallinje mellan 0-100 delas på mitten för att få ut referenspunkten 50, och utifrån det räknas sex steg uppåt på tallinjen för att uppskatta talet 56.

Proportionell uppdelning
En uppdelning av tallinjen via division, för att få fram fler referenspunkter. En tallinje 0-1000 delas ofta in i fyra lika stora delar, talen 250, 500 och 750 markeras som referenspunkter. Det är också möjligt att göra fler indelningar. (Siegler & Opfer, 2003)

3. Överslagsberäkning

Avrunda
Tre olika varianter: (a) *mixad avrundning*, avrunda upp den ena operanden, medan den andra avrundas nedåt. (b) *avrundning uppåt*, operand eller operander avrundas uppåt. (c) *avrunda nedåt*, operand eller operander avrundas nedåt i uttrycket. (Lemaire & Lecacheur, 2002; Sowder & Wheeler, 1989)
Exempel:
a) 137 + 56 avrundas till **140** + **50**, 137 har avrundats uppåt medan 56 har avrundats nedåt.
b) 50 + 27 avrundas till **50** + **30**, den ena operanden, 27, har avrundats uppåt.
c) 202 + 13 avrundas till **200** + **10**, båda operander har avrundats nedåt.

Korta av
Den första eller de två första siffrorna till vänster i talet används vid beräkning (Reys et al., 1982; Sowder & Wheeler, 1989). Det kan ske på två sätt: (a) de vänstra siffrorna med de högra siffrorna som nollor eller (b) endast de vänstra siffrorna i talet beräknas (Reys et al., 1982).

Exempel:	a) 4792 --- 4 ---- **4000** eller	b) 4792 --- **4**
	4792 --- 47 --- **4700**	4792 --- **47**

Medelvärde
Beräkningens värden ändras. Alla addender i operationen är nära ett och samma värde, och byts ut till detta för en effektivare uppskattning av svaret. (Sowder & Wheeler, 1989)
Exempel: 298 + 312 + 282 **---** **300** + **300** + **300**

4. Storheter

Uppdelning
Objektet delas in i lika stora delar, därefter uppskattas måttet på en av delarna. Därefter multipliceras måttet med antal delar som objektet delades in i. (Hildreth, 1983) Exempel: staketet delas in i sju delar som uppskattas vara tre meter långa. 3 × 7 = 21.

Referenspunkt
Mentala riktmärken används med kända, ej standardiserade mått, för att uppskatta ett annat objekt. Exempel: Använder sängen som mentalt mått. Den är 2 meter och i rummet bör det få plats tre sängar efter varandra, så rummet är cirka 6 meter långt. (Joram et al., 2005)

Spann
Ringar in objektets storhet genom att göra uppskattningar som är lite mindre/kortare/lättare och lite större/längre/tyngre. (Hildreth, 1983) Exempelvis ett smörpakets vikt (500 gram), det väger mindre än ett kilogram, men mer än 250 gram.

Enhetsupprepning
Ett mentalt mått, som består av ett standardmått. Det jämförs sedan med det objekt som ska uppskattas, genom att repetera måttet tills hela objektet är måttat. (Crites, 1992; Hildreth, 1983; Joram et al., 2005) Exempelvis föreställa sig en decimeter och sedan upprepa det på repet som uppskattas.

Jämförelse
En jämförelse av ett objekt med ett annat visuellt synligt objekt. Exempelvis kan det vara att jämföra höjden på en bokhylla med en dörröppning. (Hildreth, 1983)

Resultat

Studiens resultat presenteras i två delar, som sedan avslutas med ett summerat resultat. Den första delen berör elevers användning av strategier under respektive uppgift, medan den andra delen redogör för lärarnas inställning till uppskattning och dess innehåll i matematikböcker.

Resultatdel 1

Resultaten presenteras i tabellform med förtydligande via excerpt från eleverna. En del av strategierna är inte anpassningsbara på alla uppgifterna och har strukits från den uppgift de inte berör.

1. Mängder

	Uppgifter		
Strategier	**1a**	**1b**	**1c**
Ögna	2 st	2 st	6 st
Spann	1 st	2 st	-
Referenspunktsjämförelse	-	2 st	-
Delvis räkning	7 st	5 st	-
Del/helhet*			5 st

*Tabell 1. Mängder. *Strategin är aktuell för uppgift 1c, där mängden är given.*

Uppgift 1a

I denna uppgift stod strategin delvis räkning ut, sju elever använde sig av den, medan två elever använde sig av ögna och en elev av spann. Referenspunktsjämförelse var det ingen elev som nyttjade. En elev uttryckte strategin delvis räkning på följande vis:

> Femton. Jag såg liksom att det var en hög med tre där, å sen såg jag en till. Å då tänkte jag att man kan ta trehopp, asså treans tabell. Ehm, och då så tänkte jag att det var ganska många sånna [högar om tre] så då tog jag femton.

Eleven börjar räkna antalet föremål, men hinner inte göra det till fullo, vilket resulterar i att hen gör en uppskattning utifrån den hen känner till. Eleven som använde strategin spann, sade så här:

> Det var tolv. Det ser ut som tio, men jag tror inte det, jag tror faktiskt att det är mer än tio. För tio ser ut som ganska lite. Å då tänker jag så här, kan det vara fjorton eller tolv. Men jag tror fjorton är lite för mycket och tolv kanske är lagom.

Eleven resonerar med sig själv genom att sätta upp ett rimligt spann på tänkbara föremål. En lägsta gräns på tio och en övre gräns på 14 och beslutar sig för att 12 är en trolig summa. En av eleverna som använde ögna som strategi sade följande:

> 27 [multilinkcubes], men det såg ut, det var liksom, det såg ut som väldigt många.

Tolkningen av uttrycket är att hen fick en känsla för mängden och fattade sin uppskattning utifrån den.

Uppgift 1b

Även i den här uppgiften var delvis räkning populär, dock var det en jämnare fördelning mellan de andra strategierna. En elev uttryckte sin uppskattning via delvis räkning på följande vis:

> 67 [kulor]. Om man lägger tio kulor i botten, å så gör man flera lager. Sex [lager]. Å sen sju [kulor] till.

På liknande sätt uttryckte de övriga fyra eleverna sig. De försökte uppskatta antalet kulor som skulle kunna få plats på botten av burken och sedan hur många kulor som kunde rymmas på höjden, utifrån det gjorde de en uppskattning.

En av eleverna som använde strategin referenspunktsjämförelse uttalade sig enligt följande:

> Asså en sån här [kula] dom e ju om man jämför med den här [burken], så är det ju ganska liten. Men om man tänker att man ska fylla hela så tror jag inte att det är mer än 70 [kulor].

Eleven jämför kulans storlek med burkens rymd och bestämmer sig för att uppskatta utifrån jämförelsen och ha kulan som referens.

Uppgift 1c

I denna uppgift var strategierna del/helhet samt ögna de strategier som eleverna använde. En av eleverna som använde strategin del/helhet uttryckte det så här:

> Jag tänkte så här, hälften av det här [visar genom att dela in bilden i två lika stora delar] såg ut som typ 1000. Å jag tänkte 1000 + 1000 det blir ju typ en miljon.

Eleven valde att dela in bilden i två delar och uppskattade den ena halvan. Därefter summerade eleven de båda halvorna för att få en uppskattning för helheten. Eleven använder strategin på korrekt sätt, däremot blir uträkningen felaktig, troligen p.g.a. bristande kunskap i beräkning av större tal.

Strategin ögna uttrycktes på det här sättet av en elev:

> Det känns som 2000 [tranbär]. Jag vet inte riktigt, det blev bara massor massor massor.

Elevens uppskattning utgick från en känsla för antalet tranbär på bilden, ”massor massor massor” och uppskattande därmed det upplevda antalet utefter den känslan.

2. Tallinje

	Uppgifter		
Strategier	**2a**	**2b**	**2c**
Referenspunkt	6 st	9 st	6 st
Proportionell uppdelning	5 st	2 st	5 st

Tabell 2. Tallinje

Uppgift 2a

Referenspunkt var snäppet vanligare att använda i denna uppgift. Fyra av de sex eleverna utgick från mitten av tallinjen (talet 15) och räknade upp till talet 23. En av de två kvarvarande eleverna utgick från början av tallinjen och gjorde trehopp. Den andra utgick från slutet av tallinjen och räknade bakåt. Ett uttalande från en av eleverna som utgick från mitten löd så här:

> Jag tänkte ungefär där är mitten, å jag tänkte att där är ju femton. 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23. Å där, det blev 23 för mig.

Medan den elev som utgick från början uttryckte sig enligt följande:

> Jag gjorde trehopp. Jag gjorde 3, 6, 9, 12, 15, 17, 20, 23, 26, 29, 30 eller vänta ah, den sista var tyvärr ett hopp. Jag tänkte att man gör trehopp, då är ju 23 med.

Eleven använder tallinjens början som referenspunkt och hoppar tre steg i taget upp till talet 23. Eleven har missat att hoppa tre steg efter talet 17. Den andra eleven som utgick från tallinjens slut räknade bakåt och uttryckte sin strategi på det här viset:

> Först gjorde jag tio streck baklänges då [från talet 30] å sen gjorde jag bara till några [gick tillbaka på tallinjen från talet 20]. Å så kom jag fram till ett tal [23].

De elever som däremot använde proportionell uppdelning valde att dela in tallinjen utefter tiotalen, i tre lika stora delar och därefter uppskatta talets placering. En elev uttrycker det på följande sätt:

> Jag delade upp liksom, att man tar 10 + 10 + 10, till 30, man vet ju ungefär hur långt tio på tallinjen, så då tog jag liksom två tiotal å sen tog jag liksom, så hoppade jag tre steg.

Uppgift 2b

I den här uppgiften använde majoriteten av eleverna strategin referenspunkt, med utgångspunkt från mitten (talet 50) och räknade upp till talet 57. Två av de elva eleverna använde dock strategin proportionell uppdelning. De valde att dela in tallinjen i tio delar och markera ut tiotalen. En elev som utgick från mitten i strategin referenspunkt uttalade sig på följande vis:

> Jag började från mitten och det är ju 50 då. Å sen så hoppade jag fram sju steg.

En av eleverna som använde proportionell uppdelning sade följande:

> Jag gjorde så här, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90. Jag gjorde tiohopp fast vid 50 blev det 7-hopp och sen åkte det tillbaka till trehopp å sen blev det tiohopp.

Uppgift 2c

I den här uppgiften var det en relativ jämn fördelning mellan strategierna. De sex elever som hade valt referenspunkt som strategi, hade tre stycken utgått från början av tallinjen och räknat uppåt, medan tre stycken hade utgått från mitten av den och räknat nedåt. Ett exempel där eleven utgick från början lyder så här:

> Jag gissade var tio var. Å sen så bara hoppade jag sju steg.

Ett annat uttalande där eleven utgår från mitten är uttryckt på följande vis:

> Jag tänkte typ hälften av 70 är 35, sen så hoppade jag bak fem steg till 30 och sen tio steg till 20. Å sen tre steg bak till 17.

De fem elever som använde sig av proportionell uppdelning, hade fyra stycken delat in tallinjen i tio delar, medan en hade delat in den i två fjärdedelar och en halva. En elev som delade in tallinjen i tio delar sade följande:

> Först drog jag ett streck där jag trodde att varje tiotal var. Och sen tog jag från det första tiotalet och hoppade sju steg.

Den elev som hade gjort en indelning med fjärdedelar sa så här:

> Jag tänkte hälften av 70, å det är väl 35, å sen tänkte jag hälften av 35, är det 17? Nej men, det går liksom inte, så då tänkte jag hälften av 34, därför att det går inte med 35.

3. Överslagsberäkning

	Uppgifter		
Strategier	**3a**	**3b**	**3c**
Avrunda	2 st	1 st	-
Korta av	-	-	1 st
Medelvärde	-	-	-

Tabell 3. Överslagsberäkning

Under samtliga tre uppgifter förekom det knappt några uppskattningar. Det präglades istället av huvudräkningsmetoden talsortsvisa beräkningar, alternativt delvisa avrundningar och sedan gissningar. Kommentarer som ”jag vet absolut inte om jag har rätt nu”, ”jag tänkte lite fel”, ”då gjorde jag ju fel, attans”, ”jag var inte så bra på den här uppgiften faktiskt”, ”jag glömde bort talen” var väldigt vanligt vid den här typen av uppgift, eleverna ville helst göra exakta beräkningar. De elever som använde uppskattningsstrategier berörde endast avrunda och korta av.

Uppgift 3a

I den här uppgiften var det endast två av elva elever som gjorde en typ av uppskattning, genom att avrunda tiotalen. Åtta av elva elever gjorde talsortsvisa beräkningar. En elev gjorde en delvis gissning av sin uppskattning. En av eleverna som avrundade, avrundade båda talen nedåt och uttryckte det på följande vis:

> Jag räknade 30 + 20. Jag räknade bara tiotalen.

Den eleven som lade till en gissning på entalen, gjorde det bara för att denne visste att talen var större än det den hade avrundat till. Den eleven sade så här:

> Först räknade jag ihop 30 + 20 och det blir ju 50. Men sen så gissade jag att det var 56.

Uppgift 3b

I den här uppgiften var det endast en elev som uppskattade via avrundning. Precis som i förra uppgiften så var det rena huvudräkningsstrategier med talsortsvisa beräkningar som representerade lösningarna. Eleven som avrundade i den här uppgiften uttryckte sig på följande vis:

> Jag började med tiotalen, sen så såg jag att det var nio på 19, så då la jag till den som ett tiotal.

Uppgift 3c

Åtta av eleverna använde talsortsvisa beräkningar, vilket ledde till exakta svar. Två elever gissade sig till ett svar, utan att kunna förklara hur. Den elev som uppskattade uppgiften via strategin korta av, sa på följande vis:

> Jag räknade hundratalen. Å det va 2 + 2 som är 4, så 400.

4. Storheter

	Uppgifter		
Strategier	**4a**	**4b**	**4c**
Uppdelning*	-		-
Referenspunkt	3 st	8 st	2 st
Spann	-	3 st	-
Enhetsupprepning	5 st	-	-
Jämförelse	-	-	8 st

*Tabell 4. Storheter. *Strategin är endast aktuell för uppgifterna 4a och 4c.*

Uppgift 4a

I den här uppgiften var det tre elever som använde referenspunkt och fem elever som använde enhetsupprepning. Utöver det var det tre elever som inte kunde förklara sina strategier, utan hänvisade till rena gissningar. Flest elever, fem stycken, använde alltså strategin enhetsupprepning. Nedanstående excerpt förtydligar denna strategi:

> Jag delade upp den [snöret] typ i så hära tio centimeter, å sen så räknade jag ungefär hur många sånna det kunde va [tio centimeters delar]. Å sen la jag till lite mer.

Tre elever använde referenspunkt som strategi, vilket en av eleverna uttryckte på följande vis:

> Först så tänkte jag 90 centimeter, men så kom jag på att mitt syskon precis har blivit en meter, å det är inte tio centimeter kortare än hen. Å då så tog jag bort ganska mycket. Å då tänkte jag 60, 70 centimeter kanske.

Uppgift 4b

Den strategi som flest elever använde i den här uppgiften var referenspunkt, hela åtta stycken använde den och fem av dessa elever använde ett enliters mjölkpaket som referens. Medan resterande tre elever använde spann som strategi. Följande excerpt belyser referenspunkt:

> Jag tänkte att den [kokboken] väger ungefär som en liter, som ett mjölkpaket.

Följande elevs uttalande belyser spann som strategi:

> Tre kilo. Jag tycker två kilo är lite för lite och fyra kilo, det är lite för mycket, Så jag tog lite lagom. Asså den där boken var ju ganska tung.

Uppgift 4c

I den här uppgiften skulle eleverna uppskatta vilken behållare som rymde mest. De flesta använde en typ av jämförelse som strategi, det vill säga att de jämförde behållarna med varandra. Två elever refererade dock till egna erfarenheter och använde därmed referenspunkt som strategi. En av eleverna kunde inte förklara hur hen tänkte vid uppskattningen.

Denna elev använde jämförelse som strategi:

> Jag trodde C [juicen], för att om jag kollade på dom andra, vissa var bredare, vissa smalare, vissa kortare å vissa smala men tjocka fast ändå platta. Å vissa var kortare å nästan lika tjocka.

En elev som refererade till egna erfarenheter uttryckte sig på följande vis:

> Jag tänkte Smartisen [E]. För att när man dricker i en sån där, så tror man att det är mindre fastän att det är mycket mer. För att förpackningen är ganska liten, fastän det är ganska mycket där i.

Resultatdel 2

Frågeställningen *hur ser lågstadielärarnas inställning till uppskattning ut?* presenteras under rubriken *"Lärarnas uppfattningar av uppskattning i matematik"* och berör lärarnas synsätt och erfarenhet av uppskattning, vilka synliggörs i tre subteman:

- Tolkning av begreppet uppskattning
- Reflektioner om uppskattning i undervisningen
- Erfarenhet av elevers uppskattningar

Frågeställningen *hur uppmärksammas uppskattning och dess strategier i matematikböckerna enligt lågstadielärare?* presenteras med rubriken *"Lärarnas erfarenhet av uppskattning i läromedlen"*, vilket belyser lärarnas erfarenheter och vad de anser tas upp om uppskattning i diverse läromedel, vilka synliggörs med två subteman:

- Uppskattningsuppgifter i matematikböcker
- Lärarhandledningens stöd

Lärarnas uppfattningar av uppskattning i matematik

Tolkning av begreppet uppskattning

Samtliga tre lågstadielärare ansåg att uppskattning var en kunskap för livet och att det är något som man använder varje dag i varierande situationer. Till det framkom det att lärarna ansåg att uppskattning var en typ av rimlighetsbedömning, att exempelvis kunna avgöra om beräkningars svar är rimliga. De berörde också uppskattning av olika storheter. Nedanstående excerpt belyser detta.

> Det är absolut en kunskap för livet […] tillexempel, att uppskatta längder, volymer och massor […] Du måste ju uppskatta när du går in i affären, överslagsräkning, det använder man ju hela tiden. (Bea)

> Uppskatta, att man kan se att något är rimligt. Eller att man kan känna igen vissa begrepp, tillexempel att så här långt är en centimeter […] att man har någon sorts kroppslig uppfattning […] begrepp som man kan ha i sin verklighet. (Cleo)

Vad som går att tolka ur ovanstående lärares excerpt är att uppskattning är en nödvändig förmåga att ha i många situationer i vardagen, men att det också kräver vissa kunskaper. Exempelvis nämner Cleo att man måste ha en kroppslig uppfattning av måttenheter, vilket via tolkning skulle kunna kopplas till strategier som berör riktmärken. Detta medan Bea berör att kunskaper inom aritmetik behövs.

Reflektioner om uppskattning i undervisningen

Det framkom under intervjuerna att lärarna på ett eller annat sätt ansåg sig arbeta med uppskattning i undervisningen, dock framkom inga konkreta exempel på vilka strategier de undervisar om, förutom avrundning vid överslagsberäkning.

> Ja där finns ju en känd strategi för hur man ska göra. […] är det fem så avrundar man uppåt, å den strategin lär man ju ut. Det finns ju olika knep för hur man kan räkna ut saker och ting, som halvera och dubbla […] räkna ut en sak i huvudet, istället för å kanske plocka upp papper å penna. (Bea)

Det som går att tolka ur Beas uttalande är att den strategi som är mest familjär för henne och som har ett namn är avrundning samt att det är användbart vid huvudräkning. Bea nämner att det även finns andra "knep", vilket tolkas som strategier för beräkningar, det går dock inte att utläsa vilka typer som menas.

Vidare reflekterar Bea över sin undervisning, vad gäller kategorin mängder, då hon testar att lösa en liknande uppgift som uppgift 1c, med strategin del/helhet.

> Jag skulle börja provräkna i en liten ruta. Här är ungefär tio. Å så tänkte jag en, två… sex, okej, 10 × 6 är 60. Å så tänker jag multiplikation. 60 gånger fem, säger vi, 300 […] det är absolut nånting [en strategi] man kan lära ut, det har jag aldrig gjort kan jag säga. […] Men absolut, det skulle man ju kunna göra. (Bea)

Tolkningen av Beas excerpt är att hon inser att hennes strategi för att uppskatta större mängder är användbar samt passande att undervisa om, dock inser hon att det är ett sätt som hon aldrig har berört i sin undervisning.

Adas reflektion är mer allomfattande när det kommer till uppskattning i matematikundervisning.

> Man gör ju så mycket samtidigt, det e tankestrategier, begreppen, å samarbete […] å problemlösning, att dela in i olika sekvenser, å rimlighet då. […] det låter som att jag jobbar med det [uppskattning], å det gör inte jag medvetet. (Ada)

> Det är nog mera att göra det explicit, att det syns och märks liksom, å att det här är ett sätt att tänka. (Ada)

Det som går att tolka ur Adas två excerpter är att hon inser att hon kanske berör uppskattning i sin undervisning, men att det inte är medvetet. Hon reflekterar även över att hon som lärare bör förklara olika sätt att tänka (strategier) för eleverna mer direkt och tydligt, däremot framkommer det inga konkreta exempel.

Erfarenhet av elevers uppskattningar

En av lärarna, Cleo, berörde vid ett tillfälle att elever är obekväma med att göra uppskattningar, och då inte endast inom matematiken.

> En del barn är däremot rädda att säga ungefär, för de är så vana ifrån matteboksvärlden att det ska vara exakt och därför sätter dom sig och börjar räkna. […] Det är samma sak om man ska ha NO och de ska ställa en hypotes. En hypotes är en gissning. Vilken gissning vill fröken ha? (Cleo)

Tolkningen av Cleos uttalande är att matteboken har haft ett stort inflytande på elevernas sätt att tänka, som att en fixering för att det bara kan finnas ett rätt svar hindrar dem ifrån att göra uppskattningar inom matematik och andra ämnen.

Lärarnas erfarenhet av uppskattning i läromedlen

Det var främst uppskattningsuppgifter som berördes. Strategier var det ont om, fastän en nämndes, avrundning.

Uppskattningsuppgifter i matematikböcker

Vilka typer av uppskattningsuppgifter som förekommer i matematikböckerna, var det skilda uppfattningar om bland lärarna. Ada hade inte sett några uppgifter om uppskattning i de böcker som hon hade använt överhuvudtaget.

> Mm, öh, näe. (Ada)

Medan Bea och Cleo kunde referera till tidigare matematikböcker på följande sätt:

> Överslagsräkning, den är ju vanligast […] att avrunda, att man får träna på det, det e ju alltid med, tallinje e ju med också. Det e ju vanliga uppgifter tycker jag, i matteboken. Däremot uppskatta mängd, det gör man ju inte så jätteofta […] det kan man ju göra laborativt själv. Men de e ju ingenting som direkt kommer in så mycket i matteböckerna. (Bea)

> Den här [överslagsberäkning] är minst representerad. Det är ju att överslagsräkna kan man säga, det är inte så mycket på lågstadiet. Eh, det som kommer mest, det är tallinjen. Uppskatta en mängd ja, men mest tallinjen tror jag. Det där överslagsräkning är minst, absolut minst. (Cleo)

Lärarnas olika uppfattningar om vilken typ av uppskattningsuppgifter som förekommer i matematikböcker på lågstadiet, skulle kunna tolkas som att innehållet i deras läromedel skiljer sig och att man som Bea menar på, får använda sitt kreativa tänkande om inte innehållet i matematikboken är tillräckligt brett. Tallinjen tolkas som en vanligt förekommande uppgift enligt både Bea och Cleo. Medan det tolkades som att mängder förekom sparsamt.

Lärarhandledningens stöd

Lärarna menade att lärarhandledningen till viss del kunde innehålla stöd för hur man kan undervisa inom olika uppskattningsuppgifter.

> Det gör ju det ibland, det står ju i lärarhandledningen att man ska ta fram en mängd av nånting, å kanske bara lägga i oordning på golvet å inte systematisera upp det, så att man får gissa då. Men om läraren inte gör det, så missar man ju det. (Bea)

Tolkningen av vad Bea menar är att mängder behandlas i lärarhandledningen, men att det finns en viss problematik med att läraren eventuellt inte berör det i sin undervisning om denne inte följer lärarhandledningen. Utöver detta påtalas inte någon strategi.

> Det kan stå i lärarhandledningen, nu ska du göra det här, rita upp en tallinje och markera ut det här, eller gör dom här uppgifterna med ett snöre som symboliserar en tallinje, ah, dom hänvisar till det [indelning av tallinjen]. (Cleo)

Cleo hänvisar till hur läraren kan undervisa när det kommer till tallinjen, till det kan det tolkas som att någon typ av strategi som involverar indelning av tallinjen berörs. Däremot går det inte att utläsa vilken specifik typ av strategi som berörs.

Samtidigt förmedlar Bea att hon skulle önska mer stöd i lärarhandledningen, för just undervisning om tallinjen.

> Det skulle man nog kunna ta med i lärarhandledningar kanske mera, hur ska man lära ut kring tallinjen. (Bea)

Utifrån ovanstående excerpt, kan det tolkas som att olika läromedel berör uppskattningsuppgifter olika mycket och till det beskrivning av lämpliga strategier, som enligt tolkning verkar vara undermåligt förklarat i läromedel.

Summering av resultat

För att kunna presentera en mer lättöverskådlig bild av resultatet, har de olika uppskattningskategoriernas strategier jämförts, för att finna likheter emellan dem. På sådant sätt kan elevernas strategianvändning vägas gentemot lärarnas uppfattningar.

För det första förekommer det i kategorierna mängder, tallinje och storheter strategier som involverar riktmärken, dessa strategier benämns: *referenspunktsjämförelse, referenspunkt* och *enhetsupprepning.* Eleverna, om än inte alla, var benägna att använda riktmärken vid tallinje och storheter, dock var det ingen av dem som berörde riktmärken vid mängder. Detta indikerar att de eventuellt inte har erfarenhet av att använda riktmärken vid uppskattning av mängder, men att de ändå kan använda riktmärken i andra uppskattningsuppgifter, som de tolkas ha erfarenhet utav. Det kan jämföras med lärarnas beskrivning av innehållet i läromedlen, att mängder inte förekommer lika mycket som exempelvis tallinjen. Även Cleo nämnde att en kroppslig uppfattning för begrepp var viktig, vilket tolkades som riktmärken.

För det andra var det tre strategier inom mängder, tallinje och storheter som berörde någon typ av uppdelning, alltså strategierna *del/helhet, proportionell uppdelning* samt *uppdelning*. Vid mängder var det endast uppgift 1c som kunde ge utrymme för användning av denna typ av strategi, vilket nästintill hälften av eleverna använde. Därtill var detta en typ av strategi som Bea använde vid mängder och som hon kom till insikt med var en väldigt användbar strategi, som borde läras ut. Vid tallinje var det cirka hälften av eleverna i två av uppgifterna som valde att dela upp tallinjen, vilket kan uppfattas som att de har erfarenhet att använda den typen av strategi vid sådana uppgifter. Medan det inom storheter inte var någon elev som använde en sådan strategi. Tolkningen är att de saknar erfarenhet av att använda denna strategi inom uppskattning av storheter.

För det tredje är det två strategier som berör avgränsningar, det vill säga *spann* i mängder och *spann* i storheter. Dessa strategier var inte de mest förekommande strategierna hos eleverna i någon av kategorierna. Det var heller ingen strategi som gick att tolka fram av lärarnas uttryck i intervjuerna. Det tolkas som att denna typ av strategi kan ha hamnat i skymundan, av både lärare och läromedel.

Till sist beaktades det endast rena huvudräkningsstrategier i kategorin överslagsberäkning, samt att uppgifterna främst präglades av exakta svar. Det framkom uttryck som ”jag glömde bort talen” och eleverna gissade därmed fram ett svar utifrån de tal de mindes. Detta skulle kunna länkas samman till det som Cleo (elevernas klasslärare) uttryckte, att överslagsräkning förekommer minst i matematikböcker för lågstadiet. Det tolkas som att eleverna troligen inte har hunnit få undervisning i det och därtill strategierna för det. Ändock kunde ett fåtal av eleverna använda strategierna avrunda och korta av, vilket kan tolkas ha sina rötter i undervisning av diverse huvudräkningsstrategier. Utöver det förekom uttryck som ”jag tänkte lite fel”, när eleverna inte kunde uppnå exakta svar på beräkningar, vilket Cleo menar på har att göra med att eleverna är präglade av matematikböckernas värld, där exakta svar oftast är det som efterfrågas.

Diskussion

Studiens data har visat på två grunddrag, där det första besvarar frågeställningen som berör elevers strategianvändning. Resultaten visade att eleverna använde uppskattningsstrategier, men att de var något begränsade i förhållande till studiens uppgifter. Det visades att eleverna var mer benägna att använda varierade strategier vid tallinjen, då de troligtvis har mer erfarenhet av den typen av uppgift från matematikböckerna. De var däremot något mer begränsade i sin strategianvändning vid mängder och storheter, vilket kan bero på att de inte har lika stor erfarenhet utav den typen av uppgifter. Därtill var det så gott som ingen av eleverna som använde en adekvat uppskattningsstrategi när det kom till överslagsberäkning, vilket även där troligen har att göra med bristande erfarenhet.

Det andra grunddraget besvarar de två resterande frågeställningarna, som berör lärarnas uppfattningar. Resultatet visade att lärarna inte medvetet beaktade uppskattningsstrategier i sin undervisning, men att de ändå ansåg att uppskattning var en kunskap för livet samt att den var kopplad till rimlighetsbedömning. Vidare kom det fram att lärarna ansåg att tallinjen var den typ av uppskattningsuppgift som förekom mest i läromedlen på lågstadiet, medan de var oense om hur vida överslagsberäkning presenterades. Stödet av lärarhandledningen kom upp vid lärarintervjuerna, där tips på aktiviteter vid mängder och tallinjer belystes. Det var överlag svårt att få lärarna att redogöra för olika uppskattningsstrategier, som de hade stött på eller undervisat om. De var mer benägna att tala om vilka typer av uppskattningsuppgifter de hade sett och undervisat i. Vad det kan bero på, kan vara att strategier inom uppskattning inte framhävs i läromedlen alternativt att lärarna inte medvetet reflekterar över vilka strategier det finns att lära ut. Resultatet visade dock att lärarna verkade familjära med strategin avrunda inom överslagsberäkning, trots att det var den kategorin som färst elever var benägna att uppskatta i. Detta har troligtvis med deras egen erfarenhet att göra och inte direkt kopplat till läromedlen på lågstadiet, även om Bea ansåg att det förekom i matematikböckerna.

Resultatet gentemot tidigare forskning

Den här studiens resultat har till viss del bekräftat det den tidigare forskningen har fått fram, att uppskattning sällan berörs i undervisningen (Paulos, 1988), att matematikböckerna med stor sannolikhet har skralt innehåll vad gäller uppskattning (Löwenhielm et al., 2017) samt att lärarna troligen undervisar utifrån dem och därmed ofta går miste om området uppskattning (Reys et al., 1996). Däremot hade lärarna i den här studien en något mer positiv uppfattning av uppskattning och ansåg att den var viktig i det vardagliga livet och något som faktiskt används dagligen, till skillnad från den inställning som Reys med flera (1996) beskrev.

Det visades också att lärarna ansåg att tallinjen representeras relativt mycket i matematikböckerna, till skillnad från det som tidigare studier har visat, att uppgifter likt överslagsberäkning är dominerande i undervisningen (Paulos, 1988). Det skulle det kunna tyda på att eleverna ha fått erfarenhet av denna typ av uppgifter i bl.a. läromedel samt att deras aritmetiska kunskaper är tillräckligt goda, vilket Link med flera (2014, refererade i van’t Noordende et al., 2016) anser krävs för att placera ut ett tal på en tom tallinje. Newman och Bergers (1984) resultat bekräftas, då majoriteten av eleverna var flexibla i sin användning av *referenspunkt* vid tallinjen. En del av eleverna använde även strategin *proportionell* *uppdelning*, vilket tyder på att de har erhållit en linjär syn på tallinjen (Siegler & Opfer, 2003). Denna strategi är mer sofistikerad att använda och ger ofta mer korrekta uppskattningar (ibid.), och kan därmed fortsättningsvis uppmärksammas i undervisningen.

Elevernas resultat inom överslagsberäkning visade däremot på en sparsam användning av uppskattningsstrategier, vilket har koherens med Sowder och Wheelers studie från 1989. Det vill säga att elever i årskurs 3 troligtvis inte har tillräcklig erfarenhet av att göra uppskattningsuppgifter inom denna kategori, då de även i denna studie föredrog att göra exakta beräkningar. Vilket troligtvis beror på att de är inställda på att beräkningar alltid består av exakta svar (ibid.), något som också Cleo uttryckte. Carpenter med flera (1976) framhåller att elever i denna ålder bör erhållas uppgifter med öppna svarsalternativ, men i enklare subtraktions- och additionsuppgifter. Enligt dem kan då en enklare strategi som påminner om *spann* användas för att ringa in svaret. Detta för att förbättra uppskattningsförmågan, men också för att upptäcka fel vid beräkningar.

Vad denna studie dock visade var att de strategier som berör avgränsningar, det vill säga de som benämns spann, överlag skulle kunna användas i undervisningen enligt både Carpenter med flera (1976) samt Hildreth (1983). Detta då den typen av strategi visades vara sparsamt använd av eleverna, men också att den inte riktigt uppmärksammades i lärarnas intervjuer, när exempelvis innehållet i läromedel diskuterades.

Vidare framkom det vid mängd-uppgifterna att några av eleverna inte hade utvecklat en känsla för större tal, då det kom förslag som exempelvis ”sju miljoner tranbär”. Carpenter med flera (1976) menar att det är en kunskap som är viktig att ha för att kunna göra adekvata uppskattningar. Även Kouba med flera (1989) hänvisade till detta och la även till att en annan anledning kan vara att eleverna saknar strategier för uppskattning. Det kan betyda att de elever som använde strategin *ögna*, skulle kunna behöva ges fler exempel på strategianvändning, då ögna anses vara en mindre sofistikerad strategi av bl.a. Crites (1992). Eleverna skulle enligt hans rekommendationer behöva ges fler tillfällen att få erfara denna typ av uppgifter och därmed bygga upp ett register med riktmärken. Dessa skulle då kunna användas vid andra mer sofistikerade strategier, såsom *referenspunktjämförelse* samt *del/helhet*. (ibid.)

Beroende på vilken typ av uppgift eleverna erhölls vid storheter, varierade strategianvändningen. *Referenspunkt* anses i litteraturen vara den strategi som elever minst spontant använder (Joram et al., 2005), dock var det denna strategi som användes vid alla storhetsuppgifterna och som var mest förekommande vid uppgift 4b - uppskatta vikt. Anledningen till att strategin var mest förekommande vid den uppgiften, berodde troligtvis på att eleverna hade erfarenhet av att känna vikt utan standardmått. Detta då jämförelse skedde med tyngden av ett mjölkpaket, även om eleverna ville svara i enheten kilogram. Det styrker det som Ainley (1991) menar, att det krävs erfarenhet av att kunna göra uppskattningar, vilket elever har möjlighet att få erhålla i undervisningen. Vid uppgift 4a var det några av eleverna som inte kunde redogöra för sin strategi vid uppskattning av snörets längd. En anledning skulle eventuellt kunna bero på att eleverna saknar strategier för den typen av uppgift (Kouba et al., 1989). Värt att poängtera är att det var strategin *enhetsupprepning* som var mest populär att använda vid den uppgiften. Vilket är i linje med Joram med fleras studie (2005), även om eleverna i denna studie också behöver mer erfarenhet av att visualisera måtten (Ainley, 1991). Med tanke på att nästintill hälften av eleverna använde enhetsupprepning, kan det tolkas som att måttenheterna har berörts i undervisningen. Studiens resultat visar även att strategierna *uppdelning* och *spann* är tänkbara strategier att kunna undervisa tydligare, för att ge eleverna fler möjliga strategier (Hildreth, 1983).

Avslutningsvis bör det framhållas att om eleverna inte får varierade typer av uppskattningsstrategier i sin undervisning, kan de enligt Andews och Sayers (2015) inte erhållas en fullgod taluppfattning, vilket behövs för fortsatt kunskapsutveckling inom matematiken.

Diskussion av forskningsprocess

Metod

Metoden fokusgrupp valdes främst då tidsbrist för datainsamling uppstod på grund av helgdagar, vilka oturligt nog begränsade tillgängligheten av informanter kraftigt och insamling kunde först ske i slutskedet av datainsamlingsperioden. Majoriteten av tidigare studier (t.ex. Booth & Siegler, 2006, Sowder & Wheeler, 1989) har dock använt individuella intervjuer, troligtvis för att få så utrönande och opåverkade svar som möjligt. Vilket är något att ha i åtanke inför framtida studier, då risken med fokusgrupp var att eleverna eventuellt inte skulle våga uttrycka sina tankar, med tanke på klasskamraters närvaro eller att klasskamraters svar skulle kopieras. I den här studien vågade samtliga elever uttrycka sig och kopiering av svar var inget som framgick. Däremot kan det finnas möjlighet att individuella intervjuer kan ge ett annat resultat. Till detta var tillvägagångssättet vid överslagsberäkningarna inte till belåtenhet, då majoriteten av eleverna ändå lyckades beräkna uppgifterna exakt. Här skulle ett exempel på uppskattning kunna ha visats, för att få eleverna att förstå vad som begärdes utav dem.

Uppgifter

Efter genomförandet med fokusgrupperna kom det upp tankar som berörde uppgifterna. Det hade exempelvis varit intressant att se hur eleverna skulle gå tillväga vid en tallinje-uppgift som berör en tallinje mellan 1- 1000. Detta eftersom elever i årskurs 3 kan vara mycket bekväma och vana med talen mellan 0-100, eftersom det är ett centralt innehåll i Lgr11 (Skolverket, 2016). En annan tanke som berör de tre uppgifterna inom överslagsberäkning, var deras formulering med öppna svarsalternativ. Något som Sowder och Wheeler (1989) upptäckte var betydligt svårare för tredjeklassare. Eventuellt skulle uppgifter med svarsalternativ ha kunnat ge eleverna stöd i att använda olika strategier, dock hade risken med det varit att de inte hade speglat elevernas egna tankesätt, vilket var studiens syfte. Slutligen var utformningen av uppgift 4c något styrande när det kom till val av strategi. Detta eftersom eleverna i stort sett bjöds in till att använda *jämförelse* som strategi. Denna uppgift skulle kunna modifieras för att se vilka strategier eleverna skulle använda utan jämförelseobjekt. Dock kan det även ses som att eleverna använde en strategi som passade bäst i sammanhanget.

Tillförlitlighet

Studiens reliabilitet bör också uppmärksammas, då den är av lägre grad. Detta eftersom urvalet är begränsat till en specifik skola. Eleverna går i samma klass i årskurs 3 och har haft tillgång till samma lärare och undervisning under alla tre år. Lärarna är verksamma på samma skola och kollegor sedan ett antal år tillbaka. Det innebär att den här studien inte kan visa på något generellt resultat för vilka strategier som används i undervisningen på lågstadiet. Det finns därmed möjlighet till att ett annat resultat kommer fram, om metoden skulle utföras på nytt. Detta eftersom urvalet med stor sannolikhet påverkar resultatet. Elever och lärare har olika erfarenheter och därmed olika tankar och agerar utefter det. För att i någon mån kunna generalisera resultatet behöver en större mer omfattande studie utföras på fler skolor i Sverige, som berör fler elever och lågstadielärare.

Validiteten av studiens resultat är dock av god karaktär, då de återspeglar frågeställningarna väl. Detta då urvalet till studien har varit relevant för att finna svar på frågorna, samt att de kvalitativa metoderna genererade den data som var betydande för studiens resultat. Både elever och lärares excerpt har presenterats för att stärka studiens validitet. Excerpten visar på tydliga exempel av strategianvändning samt uppfattningar av uppskattning.

Relevans för professionen

Studien har relevans för professionen, då uppskattning ingår i taluppfattning och är viktig för elevers inlärning i matematik, både inom aritmetik och problemlösning. Studiens resultat visade att elever använder uppskattningsstrategier, men att de kan behöva få mer undervisning om det, för att kunna göra ännu mer adekvata uppskattningar. En tänkbar aktion skulle kunna vara att uppmärksamma uppskattningsstrategier på matematikkurser, både vid lärarutbildningen och vid fortutbildningar. Detta för att belysa hur undervisning om uppskattningsstrategier kan ske. Därmed skulle denna studie kunna ge vägledning åt lärare, angående vilka uppgifter och strategier inom uppskattning som finns att tillgå och som kan användas i undervisningen på lågstadiet.

Vidare studier

En aspekt som skulle vara intressant för vidare studier är lärarhandledningarnas innehåll, detta eftersom det av lärarna framkom att det fanns tips i dem om hur lärare kan undervisa i vissa uppskattningsuppgifter. Ett exempel är att välja ut lärarhandledningar till de tre populäraste matematikböckerna på lågstadiet i Sverige och utröna vilka uppskattningsstrategier som de förespråkar.

En annan aspekt skulle vara att undersöka fenomenet i mellanstadiet samt högstadiet. Detta för att se hur progressionen inom användningen av uppskattningsstrategier ser ut och om det finns strategier som är mer användbara högre upp i åldrarna.

Referenser

Ainley, J. (1991). Is there any mathematics in measurement?. In D. Pimm & E. Love (Eds.), *Teaching and Learning School Mathematics* (pp. 69-76). London: Hodder & Stoughton.

Andrews, P., & Sayers, J. (2015). Identifying opportunities for grade one children to acquire foundational number sense: Developing a framework for cross cultural classroom analyses. *Early Childhood Education Journal*, 43(4), 257-267.

Booth, J., & Siegler, R. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology, 42*(1), 189-201.

Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder*. (2., [rev.] uppl.) Malmö: Liber.

Carpenter, T. P., Coburn, T. G., Reys, R. E., & Wilson, J. W. (1976). Notes on national assessment: Estimation. *Arithmetic Teacher, 23*(4), 296-301.

Crites, T. (1992). Skilled and Less Skilled Estimators' Strategies for Estimating Discrete Quantities. *The Elementary School Journal, 92*(5), 601-619.

Dorneles, B. V., Duro, M. L., Rios, N. M. B., Nogues, C.P. & Pereira, C.S. (2017). Number estimation in children: an assessment study with number line estimation and numerosity tasks. *Paper proceedings online from the Tenth Congress of European Research in Mathematics* Education (CERME10), DUBLIN (1-5 Feb) 2017. Från https://keynote.conference-services.net/resources/444/5118/pdf/CERME10_0037.pdf

Forrester, M.A., & Pike, C.D. (1998). Learning to Estimate in the Mathematics Classroom: A Conversation-Analytic Approach. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(3), 334-356.

Hildreth, D. J. (1983). The Use of Strategies in Estimating Measurements. *The Arithmetic Teacher, 30*(5), 50-54.

Johansson, B. & Svedner, P.O. (2010). *Examensarbetet i lärarutbildningen*. (5. uppl.) Uppsala: Kunskapsföretaget.

Joram, E., Gabriele, A. J., Bertheau, M., Gelman, R., & Subrahmanyam, K. (2005). Children's Use of the Reference Point Strategy for Measurement Estimation. *Journal of Research in Mathematics Education, 36*(1), 4-23.

Kouba, V. L., Carpenter, T. P., & Swafford, J. O. (1989). Numbers and operations. In C. A. Brown, T. P. Carpenter, V. L. Kouba, M. M. Lindquist, E. A. Silver, & J. O. Swafford (Eds.), *Results of the fourth mathematics as- sessment: National Assessment of Educational Progress*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lemaire, P. & Lecacheur, M. (2002). Children's strategies in computational estimation. *Journal of Experimental Child Psychology, 82,* 281-304.

Luwel, K., Lemaire, P. & Verschaffel, L. (2005). Children's strategies in numerosity judgment. *Cognitive Development, 20,* 448-471.

Luwel, K., & Verschaffel, L. (2008). Estimation of 'real' numerosities in elementary school children. *European Journal of Psychology of Education, 23*(3), 319-338.

Löwenhielm, A., Marschall, G., Sayers, J., & Andrews, P. (2017). Opportunities to acquire foundational number sense: A quantitative comparison of popular English and Swedish textbooks. *Paper proceedings online from the Tenth Congress of European Research in Mathematics Education* (CREME10), DUBLIN (1-5 Feb) 2017. Från http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1074189/FULLTEXT01.pdf

McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal: en handbok*. (1. uppl.) Göteborg: Nationellt centrum för matematikundervisning (NCM), Göteborgs universitet.

Newman, R. S., & Berger, C. F. (1984). Childrens numerical estimation: Flexibility in the use of counting. *Journal of Educational Psychology, 76*(1), 55–64.

Paulos, J. A. (1988). *Innumeracy-Mathematical illiteracy and its consequences.* New York: Hill and Wang.

Reys, R. E., Rybolt, J. F., Bestgen, B. J., & Wyatt, J. W. (1982). Processes used by good computational estimators. *Journal for research in Mathematics Education, 13*(3), 183-201.

Reys. B., Reys, R., & Emanuelsson, G. (1996). Uppskattning av överslag. *Nämnaren, 23*(1), 21-25.

Siegler, R.S., & Opfer, J.E. (2003). The development of numerical estimation: evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, *14*(3), 237-243.

Skolverket. (2016). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011: reviderad 2016*. (3., kompletterade uppl.) Stockholm: Skolverket.

Sowder, J.T., & Wheeler, M.M. (1989). The Development of Concepts and Strategies Used in Computational Estimation. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(2), 130-146.

Stake, R. E. (2000). Case Studies. In N. K. Denzin, Lincoln, Yvonna S. (Ed.), *Handbook of Qualitative Research* (2nd ed., pp. 134-164). Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc.

Threadgill-Sowder, J. (1984). Computational Estimation Procedures of School Children. *Journal of Educational Research*, *77*(6), 332-336.

van't Noordende, J.E., van Hoogmoed, A.H., Schot, W.D., & Kroensbergen, E.H. (2016). Number line estimation strategies in children with mathematical learning difficulties measured by eye tracking. *Psychological Research, 80*(3), 368-378.

Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet.

Wong, T.T., Ho, C.S., & Tang, J. (2016). Consistency of response Patterns in Different Estimation Tasks. *Journal of Cognition and Development*, *17*(3), 526-547.

Yin, R.K. (2003). *Case study research: design and methods.* (3 ed.) Thousand Oaks: Sage Publications.

Bilaga 1

Informationsbrev

Jag heter Louisa Colliander och studerar min sista termin på lärarutbildningen vid Stockholms universitet. Jag skriver nu mitt självständiga arbete på avancerad nivå, vilket ger mig lärarbehörighet. I och med det kommer jag att behöva utföra en mindre undersökning. Jag skulle därför vara mycket tacksam om du skulle kunna tänka dig att delta i min undersökning.

Temat för undersökningen är ”elevers uppskattningsförmåga” och syftet är att synliggöra deras strategier vid uppskattningsövningar. Det är viktigt att uppmärksamma detta, då uppskattningsförmågan har en koppling till elevers kommande matematikinlärning.

Jag skulle vilja ta del av dina tankar och åsikter genom ett samtal på tu man hand. Samtalet kommer att spelas in (auditivt), för att jag enkelt ska kunna gå tillbaka till det som sades. De uppgifter som du delger mig kommer endast att användas i det här arbetet. Allt material kommer att hanteras konfidentiellt och förstöras efter arbetets godkännande. Identifierbara uppgifter kommer att skrivas om eller utelämnas så att ingen identifiering är möjlig av utomstående. Det kommer därför inte vara möjligt att spåra ditt namn eller din skolas namn i mitt arbete. Examensarbetet kommer att läggas fram i juni 2017.

Självfallet är ditt deltagande helt frivilligt och du har rätt att avbryta det när du så önskar och helt avsluta din medverkan under samtalet. Uppgifterna du redan har lämnat kommer då inte att finnas med i undersökningens resultat. Jag skickar gärna ett exemplar av examensarbetet när det är godkänt, om du önskar.

Om du har frågor kan du kontakta mig (e-postadress), eller min handledare på Stockholms universitet (Judy Sayers, e-postadress).

Tack på förhand!
Med vänlig hälsning, Louisa Colliander

✂---

Jag har läst informationen ovan om Louisa Collianders självständiga arbete på avancerad nivå vid Stockholms universitet.

☐ Ja, jag samtycker till att delta i undersökningen.

☐ Nej, jag samtycker inte till att delta i undersökningen

Ort och Datum: …………………………….………

…………………………….………	…………………………….………
Underskrift	Namnförtydligande

Bilaga 2

Anhållan om tillstånd

Jag heter Louisa Colliander och studerar min sista termin på lärarutbildningen vid Stockholms universitet. Jag skriver nu mitt självständiga arbete på avancerad nivå, vilket ger mig lärarbehörighet.

Temat för undersökningen är ”lågstadieelevers uppskattningsförmåga” och syftet är att synliggöra lågstadieelevers val av strategi vid uppskattningsuppgifter. Det är viktigt att uppmärksamma detta, då uppskattningsförmågan är en del av taluppfattningen och har en koppling till elevers kommande matematikinlärning.

För att kunna undersöka detta behöver jag samla in material genom gruppintervjuer med fyra elever per grupp. De kommer att få utföra några uppgifter och jag kommer att ställa frågor om dessa uppgifter till eleverna. Gruppintervjun kommer att spelas in via video, för att jag enkelt ska kunna gå tillbaka till det som sades och gjordes. Alla elever kommer att garanteras anonymitet. Varken eleverna eller skolan som berörs i undersökningen kommer att nämnas vid namn eller på annat sätt kunna vara möjliga att urskilja i undersökningen.
I enlighet med de etiska regler som gäller är deltagandet helt frivilligt. Ert barn har rättigheten att intill den dag arbetet är publicerat, när som helst välja att avbryta deltagandet. Det insamlade materialet behandlas strikt konfidentiellt och förstörs efter arbetets godkännande. Materialet kommer heller inte att finnas tillgängligt för annan forskning eller bearbetning. Examensarbetet kommer att läggas fram i juni 2017.

Undersökningen kommer att genomföras under vecka 17. Jag vill med detta brev be er som vårdnadshavare om tillåtelse att ert barn deltar i gruppintervjun som ingår i examensarbetet. Det jag behöver från er är att ni som elevens vårdnadshavare skriver under detta brev och skickar det med eleven tillbaka till skolan **senast fredagen den 21 april**, så att ansvarig klasslärare kan samla in svaren. Sätt således ett kryss i den ruta som gäller för er del, se talong nedan.

Om ni har frågor kan ni kontakta mig (e-postadress), eller min handledare på Stockholms universitet (Judy Sayers, e-postadress).

Tack på förhand! Med vänlig hälsning, Louisa Colliander

✂--

Jag har läst informationen ovan om Louisa Collianders självständiga arbete på avancerad nivå vid Stockholms universitet.

☐ Som vårdnadshavare **ger jag tillstånd** att mitt barn deltar i undersökningen.

☐ Som vårdnadshavare **ger jag <u>inte</u> tillstånd** att mitt barn deltar i undersökningen.

Ort och datum: …………………………………………

Elev: ……………………………….……… Vårdnadshavare: …………………………………….………

Bilaga 3

Uppg.	**Mängder** Testar elevens förmåga att uppskatta antal i en mängd.	Källa	Kommentar
1a	Placera ut 11 föremål under en duk. Lyft duken och visa i max 2 sekunder. Täck över. Ungefär hur många tror du att det är?	Skolverkets bedömningsstöd i taluppfattning, uppskattning (hög nivå - hösten åk 1).	En del av uppgiften som berör beräkning av föremålen har utelämnats, för att behålla fokus på uppskattning undersökningen igenom.
1b	Ta fram en glasburk på bordet. Ge eleven en kula. Hur många glaskulor tror du att det får plats i burken? Hur tänkte du för att komma fram till det svaret?	McIntosh, A., Reys, B., & Reys, R. (1996). Hur mycket är 100 knappar?. *Nämnaren 23*(3), 24-25.	Har vidareutvecklat övningen ”Hur många knappar kan man hålla i handen”, till att gälla en behållare, som inte är kopplad till deras egna kropp.
1c	Bild med en stor mängd tranbär. Ungefär hur många tranbär tror du att det är på bilden? Hur tänkte du för att komma fram till det svaret?	Matematikläroboken Eldorado Grundbok 3B (2016), s. 87, Forsbäck, M och Olsson, I.	Svarsalternativ har utelämnats, för att mer utrönande svar ska ges från eleverna.

Uppg.	**Tallinje** Testar elevens förmåga att uppskatta tals placering på tallinjen.	Källa	Kommentar
2a	En tom tallinje (0 – 30) på ett papper. Be eleven att markera ut talet (23) på tallinjen. Hur tänkte du när du gjorde det?	Booth och Siegler (2006)	Tallinjen har kortats ned till 0-30 för att se hur säkra eleverna är i början av sin mentala tallinje.
2b	En tom tallinje (0–100) på ett papper. Be eleven att markera ut talet (57) på tallinjen. Hur tänkte du när du gjorde det?	Booth och Siegler (2006)	Tallinje 0-100 är en vanligt förekommande tallinje i läromedel.
2c	En tom tallinje (0–70) på ett papper. Be eleven att markera ut talet (17) på tallinjen. Hur tänkte du när du gjorde det?	Booth och Siegler (2006)	Tallinjen har kortats ned från 100 till 70, för att se om en ev. strategi förändras.

Fortsättning bilaga 3

Uppg.	**Överslagsberäkning** Testar elevens förmåga att kunna göra överslag vid beräkningar.	Källa	Kommentar
3a	En beräkningsuppgift med två tvåsiffriga tal som ska adderas (35 + 23) Ta fram uppgiften och läs upp den. Hur gjorde du för att komma fram till svaret?	Booth och Siegler (2006)	De tre olika svarsalternativen har utelämnats, just för att få elevernas egna tankar synliggjorda. Uppgiften är anpassad till årskurs 3.
3b	En beräkningsuppgift med tre tvåsiffriga tal som ska adderas (24 + 19 + 32). Ta fram uppgiften och läs upp den. Hur gjorde du för att komma fram till svaret?	Sowder och Wheeler (1989)	Beräkningsuppgiften är passande för årskurs 3.
3c	En beräkningsuppgift med två tresiffriga tal som ska adderas (217 + 285). Ta fram uppgiften och läs upp den. Hur gjorde du för att komma fram till svaret?	Dowker, A. (1997). Young Children's Addition Estimates. *Mathematical Cognition, 3*(2), 141-154.	Uppgiften är något mer avancerad än vad de förväntas kunna prestera i årskurs 3 och är avsedd för årskurs 5.

Uppg.	**Storheter** Testar elevens förmåga att uppskatta storheter.	Källa	Kommentar
4a	Ta fram ett snöre (68 cm långt) och lägg det slingrat på bordet. Be eleven att uppskatta längden. Hur tänkte du för att komma fram till det svaret?	Joram et al. (2005)	Enheten längd. Uppgiften hämtad från Joram et al. (2005), dock har längden på snöret ändrats pga. tillgång till rekvisita.
4b	Ta fram boken ”Vår kokbok” (1,5 kg). Be eleven uppskatta vikten. Hur tänkte du för att uppskatta kokbokens vikt?	Matematikläroboken Eldorado Grundbok 3A (2016) s. 71, Olsson, I och Forsbäck, M.	Enheten vikt. Valde en kokbok därför att den är vanligt förekommande i de flesta hem.
4c	Fem behållare med olika form och höjd. Eleven uppskattar vilken behållare som rymmer mest vätska. Hur tänkte du för att komma fram till svaret?	www.nrich.maths.org, Bottles (1), stage: 1, challenge level 1, University of Cambridge.	Enheten volym. Behållarna har bytts ut till familjära behållare för eleverna, detta för att bibehålla deras motivation.

Bilaga 4

Intervjumall

- Vad kommer du att tänka på när du hör begreppet uppskattning, dvs. att göra uppskattningar?

- Anser du att uppskattning är en kunskap för livet eller en matematisk förmåga?
  Hur tänker du då?

- Kan du berätta om någon situation där du har använt dig av uppskattning?
- Vilken typ av strategi/tillvägagångssätt använde du dig av då?

- Kan du föreställa dig någon situation där du tror att dina elever kan tänkas använda uppskattning till vardags?

- Vilka typer av uppskattningsuppgifter har du stött på i matematikböckerna?

- Är det någon typ av strategi som brukar förespråkas i lärarhandledningen eller matematikböckerna?
  Vilken typ av strategi brukar det vara som förespråkas?

- Finns det någon uppskattningsstrategi som du tycker saknas i läromedlen?

- Berätta om någon eller några strategier för uppskattning som du skulle kunna tänka dig att lära ut till dina elever.
  Varför just de strategierna?

Stockholms universitet/Stockholm University
SE-106 91 Stockholm
Telefon/Phone: 08 – 16 20 00
www.su.se